

TEST M4 Sujet 1

- 1- Donnez l'expression de la puissance $P(\vec{F})$ d'une force s'exerçant sur un point M de vitesse $\vec{v}$.
- 2- Définissez le travail élémentaire δW d'une force lors d'un déplacement $d\vec{OM}$.
- 3- Énoncez le théorème de la puissance cinétique (TPC) sous sa forme dérivée.
- 4- Exprimez le travail du poids $W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$ en fonction de l'altitude z (axe vers le haut).
- 5- Qu'est-ce qu'une force "conservative" ? (Définition par rapport au chemin suivi).
- 6- Définissez l'énergie mécanique E_m d'un point matériel.
- 7- À quelle condition mathématique (signe) dit-on qu'une force est "résistante" ? Justifiez.
- 8- Énoncez le théorème de l'énergie cinétique (TEC) sous sa forme intégrale (entre A et B).
- 9- Exprimez l'énergie potentielle élastique $E_{pot.\acute{e}lastique}(\vec{F}_{rappel})$ de la force de rappel d'un ressort de raideur k .

10- Exercice 1 : Application du TEC

Énoncé : un skieur de masse $m = 80$ kg descend une piste de longueur $L = 100$ m inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. On considère que les frottements neige/skis sont modélisables par une force constante $f = 100$ N. Le skieur part de A sans vitesse initiale ($v_A = 0$).

Question : Déterminez sa vitesse v_B au bas de la piste en utilisant le TEC. (Donnée : $g=10$ m/s², $\sin(30^\circ) = 0,5$).

11- Exercice 2 : Application du TPM

Énoncé : une voiture de masse $m = 1000$ kg roule sur une route horizontale. Le moteur fournit une puissance constante $P_{moteur} = 40$ kW. On suppose que les forces de résistance de l'air sont de la forme $\vec{f} = -k \vec{v}$ avec $k = 100$ SI.

Question : établir l'équation différentielle de la vitesse à l'aide du TPM, puis déterminer la **vitesse maximale** (vitesse limite) que peut atteindre le véhicule.

Partie 1 : Questions de cours (9 points)

1. **Puissance (1 pt)** : Expression $\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}$. (0,5 pt pour la formule, 0,5 pt pour le caractère scalaire).
2. **Travail élémentaire (1 pt)** : $\delta W = \vec{F} \cdot \vec{dr}$ (ou $d\vec{OM}$).
3. **TPC (1 pt)** : $\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}(F_{ext})$.
4. **Travail du poids (1 pt)** : $W_{AB}(P) = mg(z_A - z_B)$ ou $-mg\Delta z$. (Attention au signe avec l'axe vers le haut).
5. **Force conservative (1 pt)** : Définition : son travail ne dépend pas du chemin suivi mais uniquement des positions initiale et finale.
6. **Énergie mécanique (1 pt)** : $E_m = E_c + E_p$ (Somme de l'énergie cinétique et des énergies potentielles).
7. **Force résistante (1 pt)** : Condition $\mathcal{P} < 0$ ou $W < 0$. Justification : le produit scalaire $\vec{F} \cdot \vec{v}$ est négatif (angle obtus), la force s'oppose au mouvement.
8. **TEC intégral (1 pt)** : $\Delta E_{c,A \rightarrow B} = E_{c,B} - E_{c,A} = \sum W_{AB}(F)$.
9. **Énergie élastique (1 pt)** : $E_{pe} = \frac{1}{2}kx^2$ (ou $\Delta\ell^2$).

Exercice 1 : Application du TEC (5 points)

- **Bilan des forces et schéma (1 pt)** : Identification de P , R_n , et f .
- **Expression du TEC (1 pt)** : $\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = W(P) + W(f) + W(R_n)$.
- **Calcul des travaux (1,5 pt)** :
 - $W(P) = mgL \sin(\alpha) = 40\,000 \text{ J}$ (0,5 pt)
 - $W(f) = -f \cdot L = -10\,000 \text{ J}$ (0,5 pt)
 - $W(R_n) = 0$ (0,5 pt)
- **Résultat final (1,5 pt)** : $v_B = \sqrt{750} \approx 27,4 \text{ m/s}$. (1 pt pour la démarche de calcul, 0,5 pt pour la valeur numérique et l'unité).

Exercice 2 : Application du TPM (6 points)

- **Expression du TPM (1 pt)** : $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{moteur} + \mathcal{P}_{frott}$.
- **Développement de la dérivée (1 pt)** : $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = mv \frac{dv}{dt}$.
- **Établissement de l'équation diff (1,5 pt)** : $mv \frac{dv}{dt} = \mathcal{P}_{mot} - kv^2$.
- **Concept de vitesse limite (1 pt)** : Dire que $\frac{dv}{dt} = 0$ quand la vitesse est maximale.
- **Calcul de v_{max} (1,5 pt)** : $v_{max} = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{mot}}{k}} = 20 \text{ m/s}$. (1 pt pour la formule littérale, 0,5 pt pour le résultat et l'unité).

TEST M4 Sujet 2

1. Quelle relation lie la puissance $P(t)$ au travail élémentaire δW fourni pendant une durée dt ?
2. Exprimez le travail $W_{AB}(\vec{F})$ d'une force **constante** $\vec{F}$ s'exerçant sur un point se déplaçant de A vers B.
3. Énoncez le théorème de la puissance cinétique (TPC) sous sa forme dérivée.
4. Donnez l'expression de l'énergie cinétique E_c d'un point matériel de masse m et de vitesse v .
5. Définissez une force conservative par rapport à la variation d'énergie potentielle ΔE_p .
6. À quoi est égale la variation d'énergie mécanique ΔE_m d'un système lorsqu'il est soumis à des forces de frottement ?
7. Même question s'il n'y a pas de forces de frottement.
8. À quelle condition mathématique (signe du produit scalaire $\vec{F} \cdot \vec{v}$) dit-on qu'une force est "motrice" ? Justifiez.
9. Énoncez le TEC sous sa forme intégrale (entre deux points A et B).

10. Exercice 1 : Application du TEC (Le Monte-charge)

Énoncé : un monte-charge de masse $m = 60 \text{ kg}$ est soulevé verticalement d'une hauteur $H=10 \text{ m}$. Le moteur exerce une tension $T = 700 \text{ N}$ constante via un câble. On néglige les frottements de l'air. Le monte-charge démarre sans vitesse initiale ($v_A = 0$).

Question : Déterminez sa vitesse finale v_B en utilisant le **TEC**. (Donnée : $g = 10 \text{ m/s}^2$).

11. Exercice 2 : Application du TPM (Le Bateau)

Énoncé : un bateau de masse $m=2000 \text{ kg}$ avance grâce à une hélice qui fournit une puissance constante $P_{\text{moteur}} = 50 \text{ kW}$. L'eau oppose une force de résistance $\vec{f} = -k \vec{v}$ avec $k=200 \text{ SI}$.

Question : établir l'équation différentielle de la vitesse à l'aide du **TPM**, puis déduire la **vitesse limite** v_{lim} du bateau.

1. **Relation Puissance/Travail (1 pt) :** $\mathcal{P}(t) = \frac{\delta W}{dt}$. (La puissance est la dérivée du travail par rapport au temps).
2. **Produit scalaire (1 pt) :** $W_{AB}(F) = \vec{F} \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos(\theta)$.
3. **TPC (1 pt) :** $\frac{dE_c}{dt} = \sum \mathcal{P}(F_{ext})$.
4. **Énergie Cinétique (1 pt) :** $E_c = \frac{1}{2}mv^2$.
5. **Force conservative (1 pt) :** C'est une force dont le travail dérive d'une énergie potentielle : $W_{AB}(F_{cons}) = -\Delta E_p = E_{p,A} - E_{p,B}$.
6. **Variation d'énergie mécanique (1 pt) :** $\Delta E_m = \sum W(F_{non-cons})$. Elle est égale à la somme des travaux des forces non-conservatives (comme les frottements).
7. **Force motrice (1 pt) :** Condition : $F \cdot v > 0$ (ou $W > 0$). Justification : L'angle entre la force et le mouvement est aigu ($< 90^\circ$), la force favorise le mouvement.
8. **TEC intégral (1 pt) :** $\Delta E_c = E_{c,B} - E_{c,A} = \sum W_{AB}(F)$.

9. Exercice 1 : Le Monte-charge (5 points)

- **Bilan des forces (1 pt) :** Tension T (vers le haut), Poids P (vers le bas).
- **Application du TEC (1 pt) :** $\frac{1}{2}mv_B^2 - 0 = W_{AB}(T) + W_{AB}(P)$.
- **Calcul des travaux (1,5 pt) :**
 - $W_{AB}(T) = T \times H = 700 \times 10 = 7000 \text{ J}$. (0,5 pt)
 - $W_{AB}(P) = -mgH = -60 \times 10 \times 10 = -6000 \text{ J}$. (1 pt : attention au signe négatif car le poids s'oppose à la montée).
- **Résultat final (1,5 pt) :**
 - $\frac{1}{2} \times 60 \times v_B^2 = 7000 - 6000 = 1000 \text{ J}$.
 - $30v_B^2 = 1000 \implies v_B = \sqrt{\frac{1000}{30}} \approx 5,8 \text{ m/s}$.

10. Exercice 2 : Le Bateau (6 points)

- **Expression du TPM (1 pt) :** $\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{moteur} + \mathcal{P}_{frott}$.
- **Développement (1 pt) :** $\frac{d}{dt}(\frac{1}{2}mv^2) = mv \frac{dv}{dt}$.
- **Équation différentielle (1,5 pt) :** $mv \frac{dv}{dt} = \mathcal{P}_{mot} - kv^2$. (Car $\mathcal{P}_{frott} = -kv \cdot v = -kv^2$).
- **Condition de vitesse limite (1 pt) :** $\frac{dv}{dt} = 0$.
- **Calcul de v_{lim} (1,5 pt) :**
 - $0 = \mathcal{P}_{mot} - kv_{lim}^2 \implies v_{lim} = \sqrt{\frac{\mathcal{P}_{mot}}{k}}$.
 - $v_{lim} = \sqrt{\frac{50000}{200}} = \sqrt{250} \approx 15,8 \text{ m/s}$.

