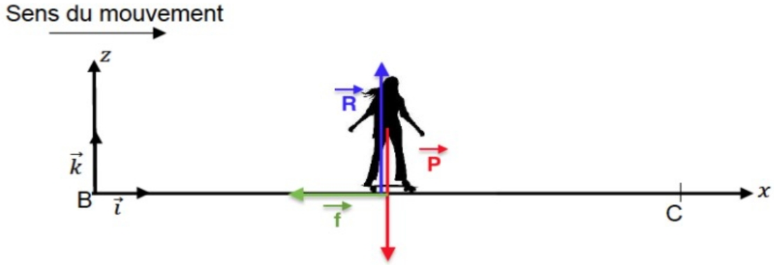
B. Phase de mouvement horizontal

Q.4.

Inventaire des forces extérieures appliquées au skateboardeur :

- Le poids $\vec{P}$
- La réaction normale du support $\vec{R}$
- La force de frottement $\vec{f}$



Q.5.

Théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les points B et C :

$\Delta E_C = \Sigma W_{BC}(\vec{F})$

$E_{C\,finale} - E_{C\,initiale} = W_{BC}(\vec{P}) + W_{BC}(\vec{R}) + W_{BC}(\vec{f})$

$E_C(C) - E_C(B) = \vec{P}.\overrightarrow{BC} + \vec{R}.\overrightarrow{BC} + \vec{f}.\overrightarrow{BC}$

Or $\vec{P}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{BC}$ donc $\vec{P}.\overrightarrow{BC} = 0$

et $\vec{R}$ est perpendiculaire à $\overrightarrow{BC}$ donc $\vec{R}.\overrightarrow{BC} = 0$

$E_C(C) - E_C(B) = \vec{f}.\overrightarrow{BC}$

$\frac{1}{2} \times m \times v_C^2 - \frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = \vec{f}.\overrightarrow{BC}$

Or le skateboardeur glisse jusqu'à s'arrêter au point C ainsi $v_C = 0\ m.s^{-1}$

$0 - \frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = \vec{f}.\overrightarrow{BC}$

$-\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = f \times BC \times \cos(180)$

$-\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = -f \times BC$

$\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = f \times BC$

Q.6.

$\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = f \times BC$

$f \times BC = \frac{1}{2} \times m \times v_B^2$

Or

$\mu_C = \frac{f}{R}$

$f = \mu_C \times R$

Donc :

$\mu_C \times R \times BC = \frac{1}{2} \times m \times v_B^2$

$BC = \frac{m \times v_B^2}{2 \times \mu_C \times R}$

Q.7.

$BC = \frac{v_B^2}{2 \times \mu_C \times g}$

$BC = \frac{3{,}8^2}{2 \times 0{,}040 \times 9{,}81}$

$BC = 18\ m$

Q.7.

$$BC = \frac{v_B^2}{2 \times \mu_C \times g}$$

$$BC = \frac{3{,}8^2}{2 \times 0{,}040 \times 9{,}81}$$

$$BC = 18 \text{ m}$$

Q.8.

Un skateboardeur choisit de remplacer les roues habituelles de son skateboard par des roues moins dures de même géométrie

Or, d'après l'énoncé : « Plus les roues sont « dures » plus les frottements sont faibles. »

Ainsi, avec des roues moins dures de même géométrie, la force de frottement augmente.

Or

$$BC = \frac{v_B^2}{2 \times \mu_C \times g}$$

$$\mu_C = \frac{f}{R}$$

$$BC = \frac{v_B^2}{2 \times \frac{f}{R} \times g}$$

$$BC = \frac{v_B^2}{2 \times g} \times \frac{R}{f}$$

La distance d'arrêt du skateboard est inversement proportionnelle à la force de frottement

Lorsque la force de frottement augmente BC diminue.

Ainsi, la distance d'arrêt du skateboard diminue lorsqu'il choisit de remplacer les roues habituelles de son skateboard par des roues moins dures de même géométrie

C. Étude d'un saut et photographie

Q.9.

Système : skateboardeur
Référentiel terrestre supposé galiléen.

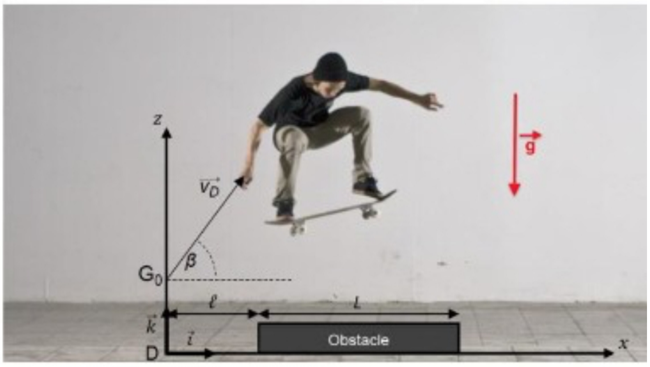
D'après la deuxième loi de newton :

$\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m\vec{a}$
$\vec{P} = m\vec{a}$
$m\vec{g} = m\vec{a}$
$\vec{g} = \vec{a}$

$\vec{g} = \vec{a}$

Or

$\vec{g}\left|\begin{array}{l}0\\-g\end{array}\right.$



Le vecteur accélération du centre d'inertie du solide est égal au vecteur champ de pesanteur.

$$\boxed{\vec{a}\left|\begin{array}{l}a_{x(t)} = 0\\a_{z(t)} = -g\end{array}\right.}$$

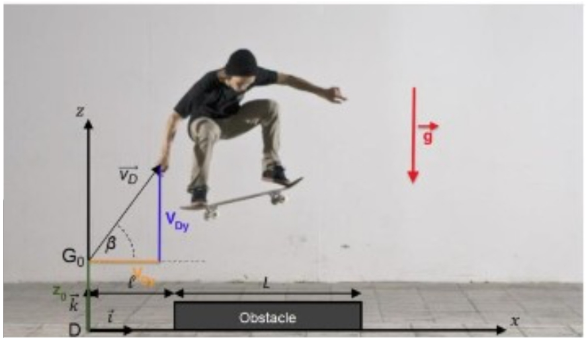
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

On intègre le système d'équation précédent :

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l}v_{x(t)} = C_1\\v_{z(t)} = -gt + C_2\end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\vec{v}_D$

$$\vec{v}_D\left|\begin{array}{l}v_{Dx} = v_D\cos\beta\\v_{Dz} = v_D\sin\beta\end{array}\right.$$



On intègre le système d'équation précédent :

$$\overrightarrow{OG}(t)\left|\begin{array}{l}x(t) = v_D \times \cos(\beta) \times t + C_3\\z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_D \times \sin(\beta) \times t + C_4\end{array}\right.$$

Pour trouver les constantes, on utilise $\overrightarrow{OG_0}$

$$\overrightarrow{OG_0}\left|\begin{array}{l}x_0 = 0\\z_0\end{array}\right.$$

d'ou

$$\boxed{\overrightarrow{OG}(t)\left|\begin{array}{l}x(t) = v_D \times \cos(\beta) \times t\\z(t) = -\dfrac{1}{2} \times g \times t^2 + v_D \times \sin(\beta) \times t + z_0\end{array}\right.}$$

Q.10.

On isole t :

$x = v_D \cos(\beta) \times t$

$v_D \cos(\alpha) \times t = x$

$t = \dfrac{x}{v_D \cos(\beta)}$

On remplace t dans z :

$$z(t) = -\frac{1}{2} \times g \times t^2 + v_D \times \sin(\alpha) \times t + z_0$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_D \cos(\beta)}\right)^2 + v_D \sin(\alpha) \times \frac{x}{v_D \cos(\beta)} + z_0$$

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_D^2 \cos^2(\beta)} + x.\tan(\beta) + z_0$$

$$z(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_D^2 \cdot \cos^2(\beta)} \cdot x^2 + (\tan\beta) \cdot x + z_0$$

Q.11.

$z(x) = -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x + 0{,}80$

Lorsque le skateboardeur retrouve l'altitude initiale $z = z_0$:

$z(x) = -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x + 0{,}80$

$z_0 = -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x + 0{,}80$

$0{,}80 = -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x + 0{,}80$

$0 = -0{,}894\, x^2 + 1{,}22\, x$

$0 = x(-0{,}894\, x + 1{,}22)$

Un produit de facteur est nul si un de ses facteurs est nul :

$x = 0$: Point initial

$-0{,}894\, x + 1{,}22 = 0$

$-0{,}894\, x = -1{,}22$

$x = \dfrac{1{,}22}{0{,}894}$

$x = 1{,}36 \text{ m}$

Q.12.

D'après l'énoncé : « obstacle de longueur L et de faible hauteur. »

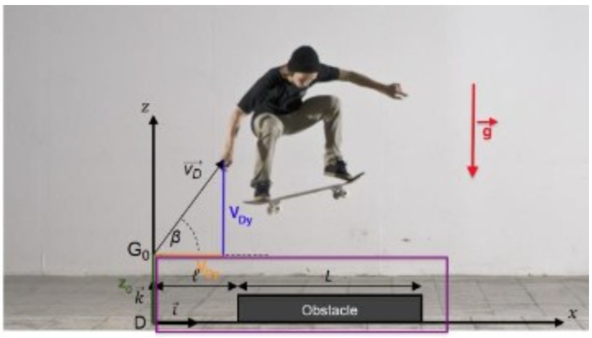
Lorsque le skateboardeur retrouve l'altitude initiale $z = z_0$ (altitude de son centre d'inertie): $x = 1{,}36 \text{ m}$ (Question Q.11)

Pour franchir l'obstacle il doit arriver à une distance supérieure à :

$l + L = 0{,}70 + 1{,}0 = 1{,}7 \text{ m}$

Or $x_2 = 1{,}36 \text{ m}$

$x_2 < l + L$: Le skateboardeur ne franchira donc pas l'obstacle.



Barème

1. Analyse des énergies (Partie A - non détaillée en questions mais présente) | **3 points**

• **Identification des courbes (a, b, c) :** Justification correcte de l'énergie mécanique (a), cinétique (c) et potentielle (b) : **1,5 pts**

• **Analyse de la perte d'énergie :** Lien entre la baisse de la courbe 'a' et le travail des forces de frottement : **1,5 pts**

2. Phase de mouvement horizontal (Partie B) | **7 points**

• **Q4. Inventaire et schéma :** Présence du Poids P, Réaction normale R et Frottement f. Schéma correct : **1,5 pts**

• **Q5. Théorème de l'énergie cinétique :** Expression correcte $\Delta Ec=\sum W(F)$, soit $0-1/2mvB\text{^}2=-f\times BC$: **2 pts**

• **Q6. Démonstration de la relation :** Utilisation de $f = \mu c\times R$ et $R = mg$ pour aboutir à la formule littérale : **1,5 pts**

• **Q7. Calcul de la distance BC :** Application numérique correcte avec unités et chiffres significatifs : **1 pt**

• **Q8. Justification "roues dures" :** Raisonnement logique (roues moins dures $\rightarrow$ μc augmente $\rightarrow$ BC diminue) : **1 pt**

3. Saut par-dessus l'obstacle (Partie C) | **10 points**

• **Q9. Équations horaires :** Application de la 2ème loi de Newton (a=g), intégration correcte pour v(t) et OG(t)avec conditions initiales : **3 pts**

• **Q10. Équation de la trajectoire :** Élimination du temps t pour obtenir z(x). Rigueur du développement mathématique : **2 pts**

• **Q11. Calcul de x pour z = z0 :** Résolution de l'équation $-0{,}894\ x^2 + 1{,}22\ x = 0$. Identification de la solution non nulle $x \approx 1{,}36$ m : **2 pts**

• **Q12. Franchissement de l'obstacle :** Comparaison de la portée x calculée avec la position de l'obstacle (ℓ+L). Données : ℓ=0,70 m et L=1,0 m. L'obstacle finit à 1,70 m. Conclusion : Le skateboarder retombe à 1,36 m, donc **il ne franchit pas** l'obstacle (il tombe dessus) : **3 pts**

A. Glisse sur plan incliné

Q.1.

L'énergie cinétique est : $E_c = \frac{1}{2} m.v^2$

D'après l'énoncé : « Le skateboardeur est à l'arrêt au point A » soit v_A=0 m.s^{-1} donc $E_c(A) = \frac{1}{2} \times m \times v_A^2 = 0\ J$

L'énergie cinétique est donc nulle à l'instant initial :

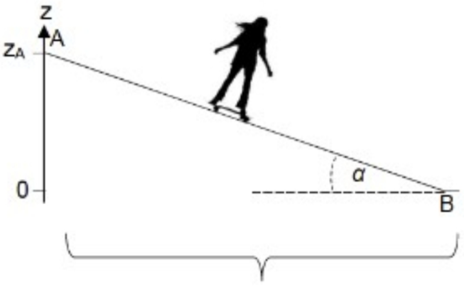
L'énergie E_1 est l'énergie cinétique.

L'énergie potentielle de pesanteur d'un solide est: Epp=mgz

à l'instant initial $z = z_A \neq 0$

Donc $Epp(A) \neq 0$

L'énergie E_2 est l'énergie potentielle.



Glisse sur plan incliné

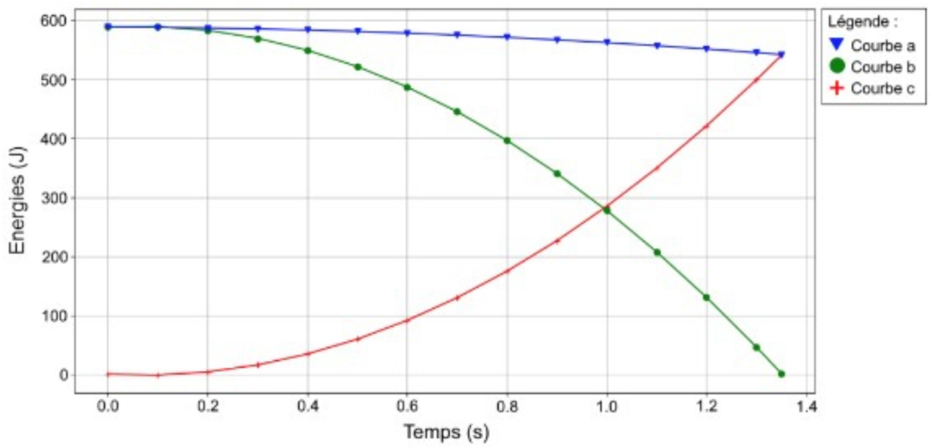
L'énergie mécanique Em d'un système est définie comme la somme des énergies cinétique et potentielle.

$E_M=E_C+E_p$

L'énergie cinétique E_1 est nulle à l'instant initial : courbe c.

L'énergie mécanique E_3 est la somme des énergies cinétique et potentielle : courbe a.

L'énergie potentielle E_2 n'est pas nulle à l'instant initial : courbe b.



Q.2.

La diminution de l'énergie mécanique au cours du temps est due aux forces de frottements.

Q.3.

$$E_c(B) = \frac{1}{2} \times m \times v_B^2$$

$$\frac{1}{2} \times m \times v_B^2 = E_c(B)$$

$$v_B^2 = \frac{2 \times E_c(B)}{m}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times E_c(B)}{m}}$$

$$v_B = \sqrt{\frac{2 \times 540{,}5}{75{,}0}}$$

$$v_B = 3{,}80\ m.s^{-1}$$