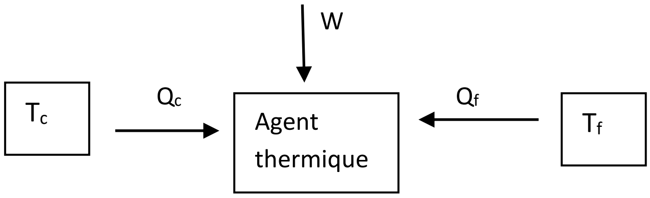
Cycle de Carnot

On considère un moteur ditherme fonctionnant entre une source chaude de température T_c et une source froide de température T_f. On note respectivement Q_c et Q_f les transferts thermiques associés et W le travail reçu sur un cycle. Ces quantités sont algébriques, comme représenté sur la figure ci-dessous.



A.1. Lors du fonctionnement de la machine, quels sont les signes de Q_c, Q_f et W ?

A.2. Définir le rendement η de cette machine.

En appliquant le 1er et le 2nd principe à l'agent thermique sur un cycle, calculer sa valeur maximale η_{max}.

Sous quelle(s) condition(s) est-il atteint ?

Ce rendement est obtenu pour un cycle de Carnot, constitué de quatre transformations, deux adiabatiques et deux isothermes.

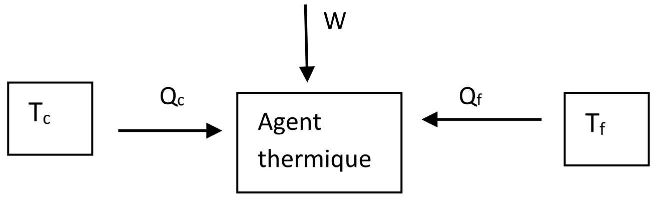
A.3. Lors des phases isothermes, fluide et thermostat sont à la même température : qu'est-ce que cela implique sur les transferts thermiques ? cela vous parait-il raisonnable industriellement ?

A.4. Sur le tableau ci-dessous sont indiqués les rendements de différentes centrales électriques (η_{obs}) ainsi que les températures des sources chaudes et froides associées. Calculer puis commenter les valeurs des rendements η_{max} pour ces installations

Centrale électrique	Tf (°C)	Tc (°C)	η_{obs}
Centrale à charbon (West Thurrock – Angleterre)	25	565	0,36
Centrale nucléaire (Canada)	25	300	0,3
Centrale géothermique (Larderello – Italie)	80	250	0,16

CORRIGE DM 3 octobre 2019

A. Cycle de Carnot



A.1. $Q_c > 0$: l'agent thermique reçoit de la chaleur de la source chaude
$W < 0$: il s'agit d'un moteur, l'agent thermique donne du travail à un système mécanique
$Q_f < 0$: l'agent thermique donne de la chaleur à la source froide (en général l'extérieur), le moteur « chauffe »

A.2. Rendement $\eta = \dfrac{\text{énergie utile}}{\text{énergie coûteuse}} = \dfrac{-W}{Q_c}$

1er principe appliqué à l'agent thermique sur un cycle : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$

2ème principe appliqué à l'agent thermique sur un cycle : $\Delta S = 0 = S_{créée} + \dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f}$ avec $S_{créée} \geq 0$

Donc $\dfrac{Q_c}{T_c} + \dfrac{Q_f}{T_f} \leq 0$ donc $\dfrac{Q_f}{Q_c} \leq -\dfrac{T_f}{T_c}$

D'où $\eta = \dfrac{-W}{Q_c} = \dfrac{Q_c + Q_f}{Q_c} = 1 + \dfrac{Q_f}{Q_c}$ donc $\eta \leq 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$

Le rendement maximal est $\eta_{max} = 1 - \dfrac{T_f}{T_c}$, il est atteint si le cycle est décrit de façon réversible

A.3. Lors des phases isothermes d'un cycle de Carnot, fluide et thermostat sont à la même température : c'est la condition nécessaire pour que l'échange de chaleur soit réversible, c'est difficile à vérifier (voir chapitre machines thermiques avec changement d'état). Les transferts thermiques sont lents, ce qui limite les performances des installations industrielles.

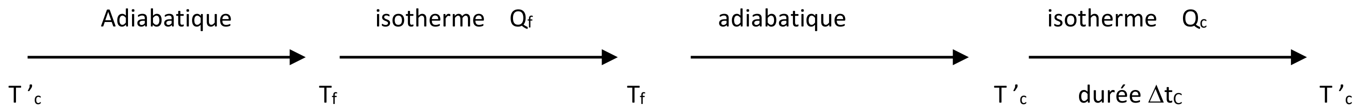
A.4.

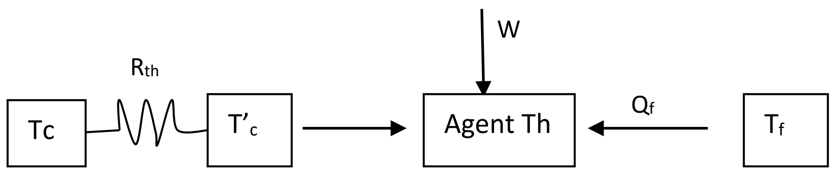
Centrale électrique	Tf (°C)	Tc (°C)	η_{obs}	η_{max}
Centrale à charbon (West Thurrock – Angleterre)	25	565	0,36	0,64
Centrale nucléaire (Canada)	25	300	0,3	0,48
Centrale géothermique (Larderello – Italie)	80	250	0,16	0,32

Dans tous les cas on a bien $\eta_{obs} < \eta_{max}$

Le rendement le plus important est obtenu lorsque l'écart entre T_f et T_c est le plus important

B. Rendement à puissance maximale





L'agent thermique est en fait en contact avec une source chaude intermédiaire, de température T'c

B.1. résistance thermique : $R_{th} = (T_c - T'_c)/P_c = (T_c - T'_c).\Delta t_c/Q_c$ d'où $\mathbf{Q_c} = \dfrac{T_c - T'_c}{R_{th}}.\Delta t_c$

B.2. 1er principe appliqué à l'agent thermique sur un cycle : $\Delta U = 0 = W + Q_c + Q_f$

2ème principe appliqué à l'agent thermique sur un cycle : $\Delta S = 0 = + \dfrac{Q_c}{T'_c} + \dfrac{Q_f}{T_f}$ (cycle réversible)

B.3 $P_m = \dfrac{-W}{\alpha\, \Delta t_c} = \dfrac{Q_c + Q_f}{\alpha\, \Delta t_c} = \dfrac{Q_c}{\alpha\, \Delta t_c}\left(1 + \dfrac{Q_f}{Q_c}\right)$ d'où $\boxed{P_m = \dfrac{T_c - T'_c}{\alpha\, R_{th}} \left(1 - \dfrac{T_f}{T'_c}\right)}$

B.4. $\boxed{\textbf{P}_m \textbf{ est maximale lorsque } \dfrac{dP_m}{dT'_c} = 0}$, après calculs on trouve $\boxed{T'_c = \sqrt{T_c\, T_f}}$

Le rendement vaut alors $1 - \sqrt{\dfrac{T_f}{T_c}}$ et on calcule des valeurs numériques plus proches de celles observées