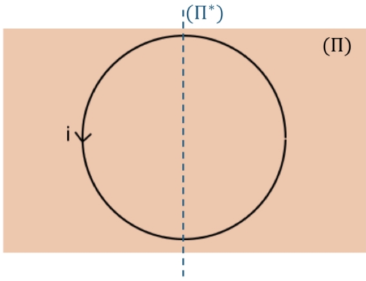
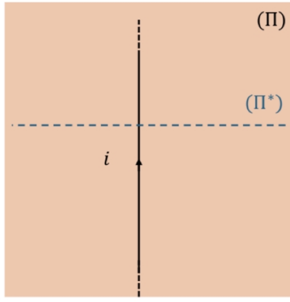
Exemples de plans de symétrie Π et d'antisymétrie Π^* de la distribution de courant.





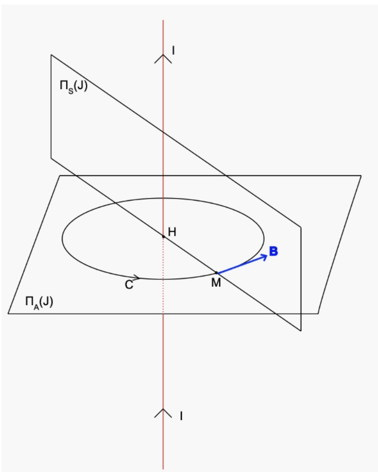
Exemple 1 : Le fil rectiligne infini

Imaginons un fil rectiligne très long (considéré comme infini), placé sur l'axe (Oz), et parcouru par un courant permanent I qui monte vers le haut. On cherche le champ magnétique $\vec{B}$ en un point M situé à côté du fil.

Pour étudier ce système, on utilise les **coordonnées cylindriques** (r,θ,z) associées à l'axe du fil.

1. Direction de B (Symétries)

Trouvons des plans de symétrie ou d'antisymétrie des courants qui passent par notre point M.



• **Le plan Π_1 contenant le fil et le point M :** ce plan contient tout le courant I. Si on fait une symétrie par rapport à ce plan, le courant ne bouge pas et garde le même sens. C'est donc un **plan de symétrie** de la distribution de courant.

• *Règle :* $\vec{B}(M)$ est orthogonal à ce plan (ici plan$(M, \vec{u}_r, \vec{u}_z)$).

• *Conclusion :* le plan orthogonal à ce plan est dirigé par le vecteur de rotation $\vec{u}_\theta$. Donc, $\vec{B}(M)$ est porté par $\vec{u}_\theta$: $\vec{B}(M)=B(M)\vec{u}_\theta$

2. Dépendance des composantes (Invariances)

• **Invariance par translation :** si on fait glisser le fil infini le long de l'axe (Oz), le système reste strictement identique. La situation physique ne change pas si on monte ou on descend.

Donc, B **ne dépend pas de z**.

• **Invariance par rotation :** si on tourne autour du fil d'un angle θ, le fil (qui est cylindrique et centré) paraît exactement le même. Donc, B **ne dépend pas de θ**.

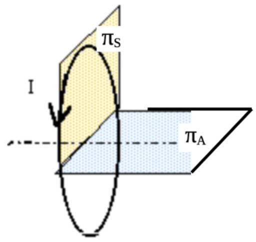
Le champ magnétique n'est porté que par un seul vecteur et ne dépend que d'une seule variable (la distance r au fil) :

$$\boxed{\vec{B}(M)=B(r)\vec{u}_\theta}$$

Exemple 2 : La spire circulaire de courant (Sur son axe)

Imaginons un anneau conducteur (une spire) de centre O et de rayon R, parcouru par un courant I. On cherche le champ $\vec{B}(M)$ en un point M situé **uniquement sur l'axe (Oz)** de cette spire.

1. Direction de B (Symétries)



• Considérons un plan qui coupe la spire en deux parts égales et qui contient l'axe (Oz) (et donc le point M).

• Regardons le courant : d'un côté du plan, il "entre", et de l'autre, il "sort". Si on applique une symétrie par rapport à ce plan, le courant change de sens (ce qui entrait se met à sortir). C'est la définition d'un **plan d'antisymétrie** des courants.

- *Règle :* $\vec{B}(M)$ appartient à ce plan.

• Comme on peut tracer une infinité de plans d'antisymétrie qui passent tous par l'axe (Oz), le champ $\vec{B}(M)$ doit appartenir à tous ces plans à la fois.

- *Règle :* l'intersection de tous ces plans d'antisymétrie est l'axe (Oz) lui-même.
- *Conclusion :* Le champ $\vec{B}(M)$ est dirigé selon l'axe de la spire : $\vec{B}(M)=B(M)\vec{u}_z$.

2. Dépendance des composantes (Invariances)

- Si on fait tourner la spire sur elle-même autour de l'axe (Oz), la distribution de courant reste inchangée. Il y a **invariance par rotation** autour de (Oz).

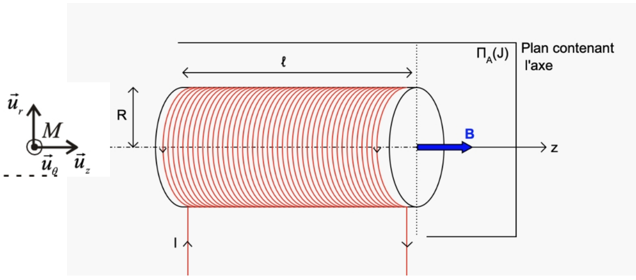
  Le champ ne dépend pas de θ. Comme notre point M est fixé sur l'axe, sa distance r au centre est nulle (r = 0). Le champ ne dépend donc que de la position z du point sur l'axe .

$$\boxed{\vec{B}(M)=B(z)\vec{u}_z}$$

Exemple 3 : Le solénoïde infini (Le tube de courant)

Un solénoïde est un cylindre sur lequel est enroulé un fil conducteur. S'il est infini, on peut le voir comme un tube de rayon R, d'axe (Oz), où le courant tourne en permanence autour de l'axe. On cherche $\vec{B}(M)$ en un point M quelconque (à l'intérieur ou à l'extérieur).

1. Direction de B (Symétries)



• Prenons le plan passant par M et contenant l'axe (Oz). Les courants traversent ce plan perpendiculairement (ils tournent autour). Par symétrie, le sens du courant s'inverse. C'est un **plan d'antisymétrie**.

• *Règle :* $\vec{B}(M)$ appartient à ce plan (le plan contenant l'axe (Oz)).

• Prenons maintenant le plan perpendiculaire à l'axe (Oz) passant par M. Ce plan coupe les spires en deux. Le courant tourne dans le même sens des deux côtés. C'est un **plan de symétrie**.

• *Règle :* $\vec{B}(M)$ est orthogonal à ce plan. L'orthogonale à un plan horizontal, c'est la verticale (l'axe (Oz)).

• *Conclusion :* pour satisfaire les deux conditions, $\vec{B}(M)$ doit être dirigé selon l'axe (Oz) : $\vec{B}(M)=B(M)\vec{u}_z$.

2. Dépendance des composantes (Invariances)

Le solénoïde étant infini le long de (Oz) et parfaitement cylindrique :

• **Invariance par translation** le long de (Oz) : si on glisse le tube vers le haut ou le bas, rien ne change. B ne dépend pas de z.

• **Invariance par rotation** autour de (Oz) : si on tourne le tube, rien ne change. B ne dépend pas de θ.

Le champ est purement axial et sa valeur ne dépend que de la distance r par rapport au centre du tube.

$$\boxed{\vec{B}(M)=B(r)\vec{u}_z}$$