Thème 1 : ondes et signaux (2)

MAG 2:

Action d’un champ magnétique uniforme

Notions et contenu	Capacités exigibles
Forces de Laplace	
Résultante et puissance des forces de Laplace .	Différencier le champ magnétique extérieur subi du champ magnétique propre créé par le courant filiforme. Établir et citer l’expression de la résultante des forces de Laplace dans le cas d’une barre conductrice placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire. Évaluer la puissance des forces de Laplace.en translation rectiligne sur deux rails parallèles (rails de Laplace) placée dans un champ magnétique extérieur uniforme, stationnaire et orthogonal à la barre.Exprimer la puissance des forces de Laplace.
Couple et puissance des actions mécaniques de Laplace dans le cas d’une spire rectangulaire, parcourue par un courant, en rotation autour d’un axe de symétrie de la spire passant par les deux milieux de cotés opposés et placée dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire orthogonal à l’axe.	Établir et exploiter l’expression du moment du couple subi en fonction du champ magnétique extérieur et du moment magnétique. Exprimer la puissance des actions mécaniques de Laplace.
Action d’un champ magnétique extérieur uniforme sur un aimant. Positions d’équilibre et stabilité.	
Effet moteur d’un champ magnétique tournant.	**Créer un champ magnétique tournant à l’aide de deux ou trois bobines et mettre en rotation une aiguille aimantée.**

I. FORCE DE LAPLACE

I-1. Force élémentaire

En présence d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, une particule de charge q se déplaçant à la vitesse $\vec{v}$ subit une force qui vaut :

$$\boxed{\overrightarrow{F_L} = q.(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})}$$

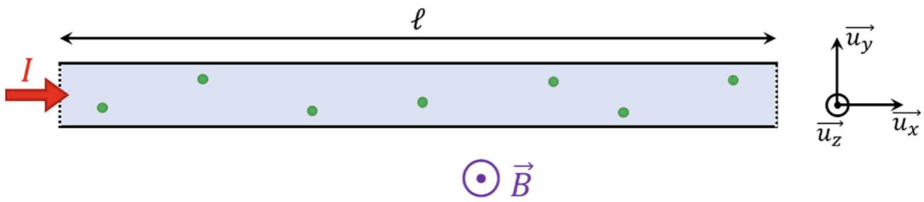
Cette force est nommée ***force de Lorentz***.

Soit un conducteur filiforme parcouru par un courant I et plongé dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}$.

Chaque porteur de charges en mouvement subit la force de Lorentz : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$.

Du point de vue du conducteur, l'ensemble de ces forces a pour résultante une force moyenne qui dépend de l'intensité du courant (elle même lié au nombre de charges et à leur vitesse).

La force de Laplace est la résultante (somme) des forces de Lorentz qui s'appliquent sur les électrons mobiles (porteurs de charge) présents dans une tige mobile.



Démonstration : De la force de Lorentz à la force de Laplace

Nous faisons l'hypothèse que tous les électrons se déplacent à la même vitesse v.

- Le temps Δt nécessaire à un électron, de vitesse v, pour parcourir le rail, de longueur ℓ est :

$$\boldsymbol{\Delta t = \ell / v}$$

- Durant Δt, un nombre N d'électrons, initialement contenu dans le rail, en sortira. On peut lier le courant I circulant dans le rail au mouvement de ces porteurs de charge :

$$\boldsymbol{I = -N.e/\Delta t}$$

- D'où la relation liant le courant, le nombre d'électrons N dans le rail et la vitesse v :

$$\boldsymbol{I = -N.e.v/\ell}$$

- La norme de la force de Lorentz appliquée à chacun des électrons, dans le cas d'une tige mobile perpendiculaire au champ $\vec{B}$ est alors :

$$\boldsymbol{F_L = -e.v.B}$$

- La force de Laplace est enfin la somme des forces de Lorentz, soit :

$$\boldsymbol{F_{Laplace} = -N.e.v.B = I.\ell.B}$$

Définition : Expression de la force de Laplace élémentaire

La force élémentaire $\overrightarrow{dF}$ s'appliquant à une portion élémentaire orientée $\overrightarrow{d\ell}$ de circuit filiforme, parcouru par un courant i et plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ est appelé ***force de Laplace***, et s'exprime par :

$$d\vec{F} = i.\overrightarrow{d\ell} \wedge \vec{B}$$

Le vecteur $\vec{dl}$ est tangent au fil, et son sens d'orientation est celui du courant I .

Champ magnétique extérieur ?

La définition dit « plongé dans un champ magnétique extérieur ».

En effet, le fil parcouru par un courant crée un champ magnétique. $\vec{B}_{total} = \vec{B}_{ext} + \vec{B}_{fil}$

On peut donc séparer le champ total en deux parties: celle due au fil et celle due à l'extérieur. Dans la force de Laplace, on ne prend en compte que $\vec{B}_{ext}$ (et il sera noté $\vec{B}$, en général).

I-2. Résultante des forces élémentaires

Pour obtenir la résultante des forces élémentaires sur tout le conducteur, il suffit de sommer $\vec{F} = \int d\vec{F}$.

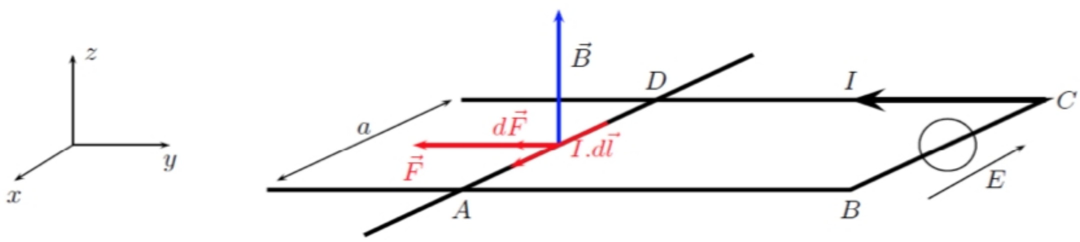
Pour nous cette année, on se limitera aux cas où le champ magnétique sera uniforme et la somme sera très facile à faire.

II- RAILS DE LAPLACE

II-1. Expérience

https://youtu.be/QK_irRFTM-U

L'expérience des rails de Laplace consiste en deux tiges métalliques (DC et AB sur le schéma ci-dessous) entre lesquels on place un générateur de tension . Le système est placé dans un champ B uniforme et stationnaire. On fait reposer sur ces deux rails une tige métallique cylindrique qui peut rouler librement (*A*D sur le schéma). Les métaux se touchent en A et en D ce qui permet de fermer le circuit électrique. Lorsque l'on applique un courant, la tige cylindrique étant libre de se déplacer, elle va se mettre en mouvement.



II-2. Aspect mécanique

On cherche la **force subie par la partie mobile du rail de Laplace (*AD*)** :

$$\vec{F}=\int I\,\vec{dl} \wedge \vec{B} \quad \text{avec} \quad I\,\vec{dl}=I\,dl\,\vec{u}_x \quad \text{et} \quad \vec{B}=B\vec{u}_z$$

ce qui donne $\vec{F}=\int I\,dl\,\vec{u}_x \wedge B\vec{u}_z = IB\int dl(-\vec{u}_y)$ = - IB AD $\vec{u}_y$ = - I B a $\vec{u}_y$

II-3. Aspect énergétique

Si la tige a un mouvement de translation à la vitesse $\vec{v}$, alors tous les points se déplacent à la même vitesse et la puissance de Laplace est $P_m=\vec{f}\cdot\vec{v}$

Puissance de la force de Laplace : P_m = IB a v. ($\vec{v}=-v\vec{u}_y$)

Dans le cas où le mouvement n'est pas simplement une translation, il faut faire la somme des puissances élémentaires : $P_m = \int dP_m = \int \vec{df}\cdot\vec{v}$

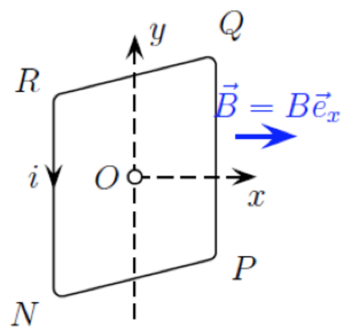
Pour un courant d'intensité i débité par un générateur, le champ magnétique permet via la force de Laplace une conversion de puissance électrique → mécanique.

III- SPIRE RECTANGULAIRE

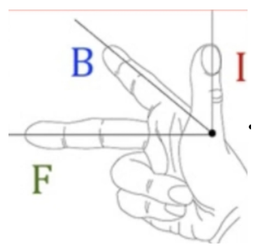
III-1. Position du problème

On étudie cette fois une spire rectangulaire dans un champ magnétique.

- La largeur de la spire est RQ = NP = a
- La hauteur de la spire est RN = QP = b
- Un des axes de la spire est *O*y
- Le champ magnétique est orienté selon l'axe Ox.
- On oriente le courant électrique de R vers N (arbitraire).



III-2. Résultante des forces



Ici, le circuit est fermé, donc $\vec{F}=\vec{0}$.

Exemple du cadre PQRN: $\vec{F}=I\,\vec{PQ}\wedge\vec{B}+I\,\vec{QR}\wedge\vec{B}+I\,\vec{RN}\wedge\vec{B}+I\,\vec{NP}\wedge\vec{B}$

$$\vec{F}=I(\vec{PQ}+\vec{QR}+\vec{RN}+\vec{NP})\wedge\vec{B}$$

$$\vec{F}=I(\vec{PP})\wedge\vec{B}=\vec{0}$$

Remarque: on peut aussi justifier ainsi: chacun des côtés du cadre est soumis à une force de Laplace appliquée en son milieu.

Ces forces ont les propriétés suivantes : $\vec{F}_{RQ} = -\vec{F}_{NP}$ et $\vec{F}_{RN} = -\vec{F}_{QP}$ ce qui implique que l'**ensemble des forces n'imprime pas un mouvement de translation de cadre.**

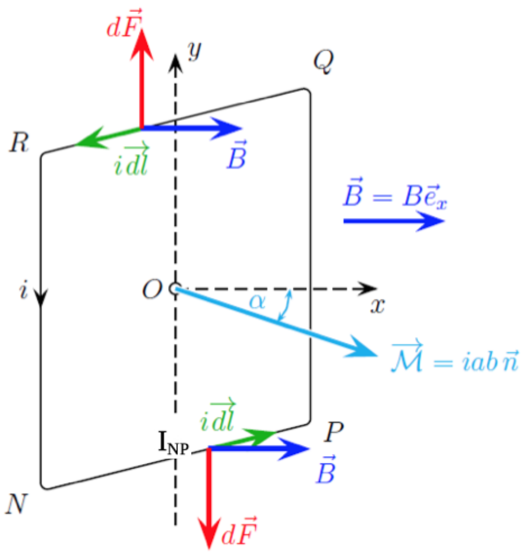
$F_{RN} = F_{QP} =$ I bB . Ces deux forces ne sont pas parallèles à l'axe Δ, elles ont donc un **effet de rotation du cadre autour de l'axe Δ.**

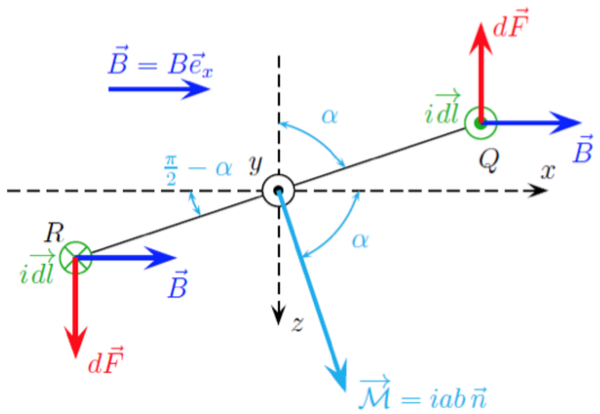
Dans un champ uniforme, la résultante des forces de Laplace sur une spire (ou tout circuit fermé) est donc nulle. La seule action mécanique que les forces de Laplace peuvent avoir sur le circuit est un couple de forces.

A visualiser:

https://youtu.be/aMH7pdn-qr4?si=hwI4M1l2KLc2U2e3

https://youtu.be/CWulQ1ZSE3c?si=yPHeQuFt7B8VKHWf





Démonstration:

Sur NP et QR

$\vec{M}_{ONP} = \vec{OI}_{NP} \wedge \vec{F}_{LNP}$ avec $\vec{F}_{NP} = I\,\vec{NP} \wedge \vec{B}$.

avec I_{NP} : milieu de NP (point d'application de la force de Laplace qui s'exerce sur le côté NP).

$\boxed{\vec{M}_{ONP} = \vec{0}}$ car $\vec{OI}_{NP}$ et $\vec{F}_{LPN}$ sont colinéaires (selon $-\vec{u}_y$).

Même raisonnement avec le côté **QR** , qui conduit à $\boxed{\vec{M}_{OQR} = \vec{0}}$.

Sur RN

Force de Laplace : $\vec{F}_{RN} = I\,\vec{RN} \wedge \vec{B} = -I\,b\,\vec{u}_y \wedge B\,\vec{u}_x = I\,b\,B\,\vec{u}_z$

Moment de la force de Laplace : $\vec{M}_{ORN} = \vec{OI}_{RN} \wedge \vec{F}_{RN} = (\frac{-a}{2}\,sin\alpha\,\vec{u}_x + \frac{a}{2}\,cos\alpha\,\vec{u}_z) \wedge I\,b\,B\,\vec{u}_z$

$\vec{OI}_{RN} = \frac{-a}{2}\cos(\frac{\pi}{2}-\alpha)\vec{u}_x + \frac{a}{2}\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)\vec{u}_z$

$$\vec{M}_{ORN} = \frac{a}{2}\,sin\alpha\,I\,b\,B\,\vec{u}_y$$

Sur PQ

Force de Laplace : $\vec{F}_{PQ} = -\vec{F}_{RN}$ et $\vec{OI}_{PQ} = -\vec{OI}_{RN}$

d'où

$\vec{M}_{OPQ} = \vec{OI}_{PQ} \wedge \vec{FL}_{PQ} = \vec{M}_{ORN}$

Conclusion :

$$\vec{M}_{(O\,Cadre)} = \vec{M}_{OPQ} + \vec{M}_{ONP} + \vec{M}_{ORN} + \vec{M}_{OQR} = \vec{M}_{OPQ} + \vec{M}_{ORN} = 2\,\vec{M}_{OPQ}$$

Moment de l'ensemble du cadre par rapport à O

$\vec{M}_{O\,Cadre} = 2.I.\frac{a}{2.}b.B.sin\alpha\,\vec{u}_y = I.a.b.B.sin\alpha\,\vec{u}_y = I.S.B.sin\alpha\,\vec{u}_y$

avec S = ab (surface du cadre).

$$\vec{M}_{Ocadre} = I\,ab\,B\,sin\alpha\,\vec{u}_y = I\,S\,B\,sin\alpha\,\vec{u}_y$$

Expression en fonction du moment magnétique de la spire

$\vec{M} = I\,S\,\vec{n}$ (fin du chap 1).

$$\vec{M}_{Ocadre} = I\,S\,\vec{n} \quad \wedge \quad B\,\vec{u}_x$$

L'angle α représente l'angle entre $\vec{B}$ et $\vec{n}$

Un circuit ou un aimant de moment magnétique M plongé dans un champ magnétique uniforme subit un couple magnétique de moment :

$$\{\vec{M}_{(O\,Cadre)} = \vec{M} \wedge \vec{B}\} \text{ et } \{\vec{F}_L = \vec{0}\}$$

La spire, en rotation à la vitesse angulaire ω autour de l'axe Oz et soumise à un couple magnétique, reçoit une puissance mécanique : $\{P = \vec{M}_{(O\,cadre)}.\vec{\omega}\}$

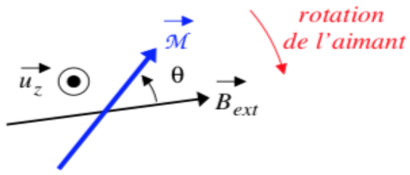
IV ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR UN AIMANT

IV-1. Orientation d'un aimant

Le couple magnétique exercé par un champ magnétique extérieur $\vec{B}$ sur un aimant de moment magnétique $\vec{M}$ tend à aligner le vecteur $\vec{M}$ sur le vecteur $\vec{B}$.

Le moment tend à ramener l'aimant le long de la direction du champ magnétique.

Ce principe est celui mis en œuvre pour le fonctionnement d'une boussole.



Une boussole comporte une aiguille aimantée qui réagit avec les pôles magnétiques de la Terre. Cette aiguille comporte deux parties : une qui s'aligne sur le nord magnétique et l'autre sur le sud. Souvent, la partie qui indique le nord est rouge. Le nord magnétique ne correspond pas tout à fait au nord géographique qui se trouve plutôt du côté du Canada, au milieu de l'Arctique.

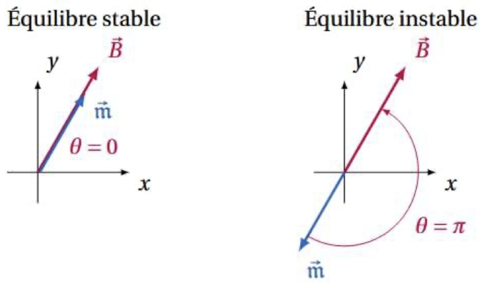
IV-2. Équilibres stable et instable

Si seul le couple magnétique est présent (aiguille aimantée posée sur un pivot parfait), les positions d'équilibre sont associées à la nullité du couple magnétique.

Le couple magnétique s'annule pour deux positions :

$$\theta = 0 \text{ et } \theta = \pi$$

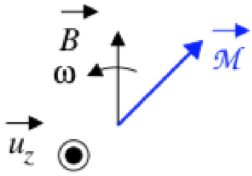
Seule la position $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable.



V EFFET MOTEUR D'UN CHAMP MAGNETIQUE TOURNANT

V-1. Principe du moteur synchrone

Le moment magnétique tend à s'aligner sur le champ magnétique. En présence d'un champ magnétique tournant, l'aimant, poursuivant le champ, est entraîné par celui-ci.

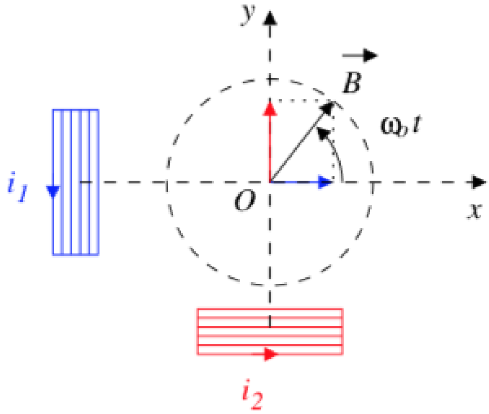


V-2. Création d'un champ magnétique tournant

https://youtu.be/6YwaxKUWhWw

https://youtu.be/SMyH-vFB8Uk

La manière la plus simple de générer un champ magnétique tournant consiste à utiliser deux bobines placées en quadrature spatiale (bobines d'axes Ox et Oy) et de les faire parcourir par des courants en quadrature temporelle (déphasés de π/2).



En tout point de son axe, une bobine crée un champ magnétique dirigé selon cet axe et proportionnel à l'intensité du courant. Avec $i_1(t) = i_0 \cos(\omega_0 t)$ et $i_2(t) = i_0 \sin(\omega_0 t)$, on obtient un champ magnétique tournant :

$$\vec{B} = ki_1(t)\vec{u}_x + ki_2(t)\vec{u}_y \quad \Rightarrow \quad \vec{B} = ki_0\left[\cos(\omega_0 t)\vec{u}_x + \sin(\omega_0 t)\vec{u}_y\right]$$

Remarque : le courant distribué étant triphasé, on utilise préférentiellement trois bobines dont les axes font entre eux des angles de 2π/3 et dont les courants sont déphasés de 2π/3.

Le moment magnétique et le champ magnétique tournent à la même vitesse : on parle de machine synchrone.

Vidéo culturelle Minute Physics sur les origines microscopiques du magnétisme

Vidéos d'expériences :

Expérience d'Oersted : un courant dévie une boussole, donc crée un champ magnétique.

Rails de Laplace : la première partie de la vidéo reprend directement l'expérience du cours, l'interrupteur trois positions permettant de changer le sens du courant les rails. La deuxième partie l'illustre le moment de cette force dans une configuration type pendule.

Ferrofluides

https://youtu.be/L8cCvAITGWM8

PLAN

I. FORCE DE LAPLACE

I-1. Force élémentaire

I-2. Résultante des forces élémentaires

II- RAILS DE LAPLACE

II-1. Expérience

II-2. Aspect mécanique

II-3. Aspect énergétique

III- SPIRE RECTANGULAIRE

III-1. Position du problème

III-2. Résultante des forces

IV ACTION D'UN CHAMP MAGNETIQUE SUR UN AIMANT

IV-1. Orientation d'un aimant

IV-2. Équilibres stable et instable

V EFFET MOTEUR D'UN CHAMP MAGNETIQUE TOURNANT

V-1. Principe du moteur synchrone

V-2. Création d'un champ magnétique tournant