PARTIE I : ÉTUDE DE LA RÉFRACTION À LA FACE D'ENTRÉE

1.1. Loi de Snell-Descartes au dioptre d'entrée

2,5 pts

Au dioptre d'entrée en I (interface plane séparant l'air de réfraction n_0 et le cœur d'indice n_1), la loi de Snell-Descartes s'écrit :

$$n_0 \sin \alpha = n_1 \sin r$$

D'où l'expression recherchée :

$$\sin \alpha = (n_1 / n_0) \sin r$$

1.2. Conditions de pénétration et angle maximal r_{max}

2,5 pts

Comme $n_1 > n_0$ (le cœur est plus réfringent que le milieu extérieur), le rayon passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent. Il n'y a donc **pas de réflexion totale possible au dioptre d'entrée**.

Pour tout angle d'incidence maximal rasant $\alpha = \pi/2$ ($\sin \alpha = 1$), le rayon pénètre dans la fibre sous un angle de réfraction maximal r_{max} vérifiant :

$$\sin r_{max} = n_0 / n_1 \quad \Rightarrow \quad r_{max} = \arcsin(n_0 / n_1)$$

PARTIE II : CONDITION DE GUIDAGE PAR RÉFLEXION TOTALE INTERNE

2.1. Relation géométrique entre r et i

2,0 pts

Considérons le triangle rectangle formé par le point d'entrée I, le point d'impact J sur l'interface cœur-gaine et la projection orthogonale de J sur l'axe optique (Oz). La somme des angles dans ce triangle rectangle vaut π radians :

$$r + i = \pi / 2 \quad \Rightarrow \quad i = (\pi / 2) - r$$

2.2. Condition de réflexion totale et angle limite i_{lim}

2,5 pts

Pour qu'il y ait réflexion totale interne au point J (interface entre le cœur n_1 et la gaine n_2 avec $n_1 > n_2$), l'angle d'incidence i doit être supérieur ou égal à un angle limite i_{lim} :

$$i \geq i_{lim} \quad \text{avec} \quad \sin i_{lim} = n_2 / n_1$$

2.3. Condition de guidage sur l'angle r

2,5 pts

En utilisant la relation $i = (\pi/2) - r$, la condition de réflexion totale $i \geq i_{lim}$ devient :

$$\sin i \geq \sin i_{lim} \quad \Rightarrow \quad \sin((\pi / 2) - r) \geq n_2 / n_1$$

Par l'identité $\cos((\pi/2) - x) = \sin x$ (ou $\sin((\pi/2) - r) = \cos r$), on obtient :

$$\cos r \geq n_2 / n_1$$

PARTIE III : CÔNE D'ACCEPTANCE ET OUVERTURE NUMÉRIQUE

3.1. Établissement de la condition sur l'angle d'entrée α

3,0 pts

Utilisons la relation trigonométrique $\cos^2 r = 1 - \sin^2 r$. La condition de guidage s'élève au carré :

$$\cos^2 r \geq (n_2 / n_1)^2 \quad \Rightarrow \quad 1 - \sin^2 r \geq (n_2 / n_1)^2 \quad \Rightarrow \quad \sin^2 r \leq 1 - (n_2 / n_1)^2$$

D'après la loi de Descartes à l'entrée (Q1.1), $\sin r = (n_0 / n_1) \sin \alpha$. En substituant :

$$(n_0^2 / n_1^2) \sin^2 \alpha \leq 1 - (n_2^2 / n_1^2)$$

En multipliant par n_1^2 de chaque côté puis en prenant la racine carrée :

$$n_0 \sin\alpha \leq \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)} \quad \Rightarrow \quad \sin\alpha \leq \sin\alpha_{max} = (1/n_0)\sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$$

3.2. Expression de l'Ouverture Numérique (ON) **1,0 pt**

$$ON = n_0 \sin\alpha_{max} = \sqrt{(n_1^2 - n_2^2)}$$

3.3. Interprétation du cône d'acceptance **1,0 pt**

Le cône de révolution formé par la rotation autour de l'axe (Oz) d'un rayon faisant un angle α_{max} définit le **cône d'acceptance**. Tout rayon dont le prolongement pénètre dans la fibre avec un angle $\alpha \leq \alpha_{max}$ sera totalement réfléchi au niveau du cœur et donc guidé sans perte. Tout rayon en dehors de ce cône s'échappe dans la gaine par réfraction.

PARTIE IV : APPLICATION NUMÉRIQUE ET COUPLAGE

4.1. Calcul de l'Ouverture Numérique ON **1,0 pt**

$$ON = \sqrt{(1{,}458^2 - 1{,}440^2)} = \sqrt{(2{,}125764 - 2{,}073600)} = \sqrt{(0{,}052164)} \approx 0{,}228$$

4.2. Calcul de l'angle d'acceptance α_{max} **1,0 pt**

Dans l'air ($n_0 = 1{,}00$) : $\sin\alpha_{max} = 0{,}2284 \quad \Rightarrow \quad \alpha_{max} = \arcsin(0{,}2284) \approx$ **13,2°** (soit 0,23 rad)

4.3. Analyse du couplage avec la source laser **1,0 pt**

Le faisceau incident a un demi-angle de 15°. Or 15° > α_{max} (13,2°). Les rayons dont l'angle d'incidence est compris entre 13,2° et 15° ne vérifieront pas la condition de réflexion totale sur la gaine : **une partie de la lumière sera réfractée dans la gaine (pertes par fuite), la source n'est pas intégralement couplée.**