

TD M1 (cinématique)

Exercice n°1

On considère un point M en mouvement dont les coordonnées cartésiennes sont, à chaque instant :

$$x(t) = 2 t^2 + 1, y(t) = - 3 t, z(t) = -1.$$

1. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
2. Calculer la norme de la vitesse de M à la date $t = 2s$.
3. Calculer la norme de l'accélération de M à la date $t = 1s$.

Exercice n°2

Sur un axe, un point mobile M est repéré par son abscisse $x = - 4t^2 + 6,4 t$

1. Quelles sont les coordonnées du vecteur vitesse et du vecteur accélération?
2. Quelle est la valeur de la vitesse initiale ($t = 0$)?
3. Déterminer les intervalles de temps durant lesquels le mouvement est accéléré ou retardé.
4. Déterminer la position du point de rebroussement .

Exercice n°3

Une voiture animée d'une vitesse $v_0 = 90 \text{ km/h}$ sur une trajectoire rectiligne, freine avec une décélération constante de norme $4,2 \text{ m.s}^{-2}$. Calculer la distance de freinage.

Exercice n°4

Soit un point M. Son mouvement dans le repère cartésien est décrit par les équations horaires suivantes: $x(t) = 3 \cos(t)$, $y(t) = 3 \sin(t)$ et $z(t) = 3 t - 6$.

1. Déterminer les composantes des vecteurs vitesse et accélération dans la base cartésienne.
2. Quelle est sa trajectoire?

Ex N°5

Voici différents mouvements dans le plan (xOy) dont on donne les équations horaires, en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées polaires. a, b, c, d et e sont des constantes.

Indiquer dans chaque cas, les caractéristiques du mouvement du point M:

1. $x(t) = a t^2 - b t + c$, $y(t) = 2 c$.
2. $r(t) = 2 c$, $\theta(t) = d t + e$.
3. $r(t) = b t + c$, $\theta(t) = 2 e$.

Exercice n°6 : arc de cercle, dérivations, normes et produits scalaires.

Lors du virage circulaire d'une voiture, les équations horaires de son centre de masse vérifient :

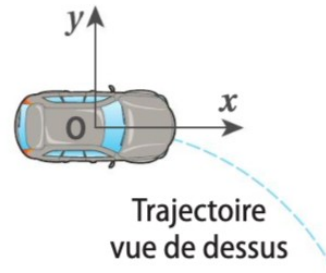
$$x(t) = R\sin(\omega t)$$

$$y(t) = R(\cos(\omega t) - 1)$$

avec $R = 100 \text{ m}$

et $\omega = 0,25 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$.

$x(t)$ et $y(t)$ sont en mètres et t en secondes.



- 1) A partir des expressions de x et y , vérifier que le vecteur position dans le repère (O, x, y) est donné par $(0 ; 0)$ à $t=0$.
- 2) A quel instant $x = R$? Quelle est alors la valeur de y ? Quelle est alors la distance ℓ parcourue depuis l'instant initial ? La comparer à la distance $d = \sqrt{(x^2 + y^2)}$.
- 3) Représenter ℓ et d .
- 4) Rappeler la définition du vecteur vitesse \vec{v} et en déduire les coordonnées du vecteur vitesse en fonction du temps.
- 5) Le mouvement de la voiture est-il uniforme ? On calculera la norme $\|\vec{v}\|$ de \vec{v} .
- 6) Rappeler la définition du vecteur accélération \vec{a} et en déduire les coordonnées du vecteur accélération en fonction du temps.
- 7) L'accélération de la voiture est-elle constante ? Sa norme est-elle constante ?
- 8) Peut-on affirmer qu'à tout instant $\vec{v} \perp \vec{a}$? Dessiner les vecteurs \vec{v} et \vec{a} à deux instants différents (sans soucis d'échelle).

N°7 vitesses et accélération

Les schémas de la figure ci-dessous représentent des portions de trajectoires planes (T) d'un point matériel M, sur lesquelles on a porté les vecteurs vitesse \vec{v} et accélération \vec{a} . Le sens positif choisi sur les trajectoires est indiqué par une flèche. Portez sur chaque schéma les vecteurs tangentiel \vec{e}_T et normal \vec{e}_N . Indiquez pour chaque schéma s'il correspond à une situation possible ou non ; si non, justifiez pourquoi ; si oui, indiquez dans quel sens M se déplace, et la nature de son mouvement (accélééré ou décélééré).

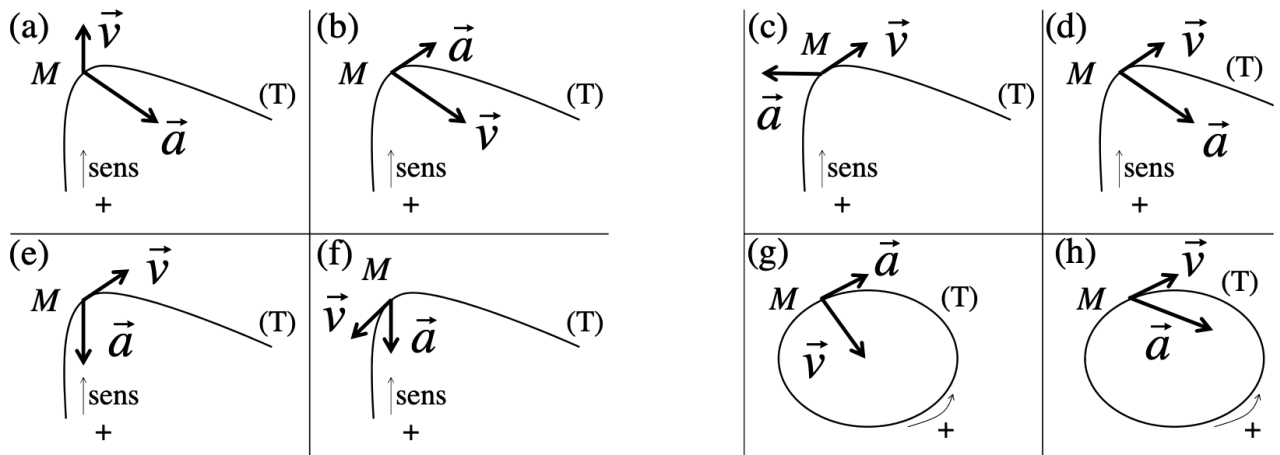


Figure 2

Exercice n°8

Voici différents mouvements dans le plan (xOy) dont on donne les équations horaires, en coordonnées cartésiennes ou en coordonnées polaires. a , b , c , d et e sont des constantes.

Indiquer dans chaque cas, les caractéristiques du mouvement du point M:

1. $x(t) = a t^2 - b t + c$, $y(t) = 2 c$.
2. $r(t) = 2 c$, $\theta(t) = d t + e$.
3. $r(t) = b t + c$, $\theta(t) = 2 e$.

Exercice n°9

Un automobiliste souhaite emprunter une sortie d'autoroute que l'on assimilera à un arc de cercle de rayon $R = 50$ m. L'autoroute est limitée à 130 km/h. Pour éviter de déraper sur la bretelle, on considère qu'il faut que la norme de l'accélération soit inférieure à 10 m.s^{-2} .

1. Montrer que prendre la sortie à la vitesse limite de 130 km/h est beaucoup trop dangereux
2. Expliquer pourquoi il ne faut pas freiner dans le virage.
3. Quelle est la vitesse maximale à laquelle la voiture peut décrire le virage?

Exercice n°10

Un disque vinyle 33 tr, placé sur la platine d'un tourne disque, effectue un mouvement de rotation uniforme à raison de 33 tours par minute.

Calculer :

1. sa vitesse angulaire de rotation, sa période et sa fréquence.
2. La vitesse et les accélérations (normale, tangentielle et totale) pour un point à la périphérie du disque soit à 15 cm du centre.