TP : étude de mouvements dans le référentiel terrestre

I.

1) Le mouvement est étudié dans le référentiel terrestre

6) on peut modéliser X et Y par des modèles de type paraboliques :

$$X_{modèle} = \frac{1}{2}at^2 + bt + c \quad \text{avec} \begin{cases} a = -4{,}18 \, m.s^{-2} \\ b = -28 \times 10^{-3} = -0{,}028 \, m.s^{-1} \\ c = 0{,}53 \, m \end{cases}$$

$$Y_{modèle} = \frac{1}{2}at^2 + bt + c \quad \text{avec} \begin{cases} a = -2{,}29 \, m/s^2 \\ b = -18{,}4 \times 10^{-3} \, m/s \\ c = 0{,}481 \, m \end{cases}$$

7) $$\vec{OM} = \begin{pmatrix} X(t) \\ Y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \times (-4{,}18)t^2 - 0{,}028t + 0{,}53 \\ \frac{1}{2} \times (-2{,}29)t^2 - 0{,}0184t + 0{,}481 \end{pmatrix}$$

8) $$\vec{V} = \frac{d\vec{OM}}{dt} = \begin{pmatrix} \dot{X} \\ \dot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4{,}18t - 0{,}028 \\ -2{,}29t - 0{,}0184 \end{pmatrix}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{V}}{dt} = \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4{,}18 \\ -2{,}29 \end{pmatrix}$$

9) Le vecteur accélération est constant.

10) Le mouvement est rectiligne et uniformément accéléré.

11) $$\|\vec{a}\| = \|\vec{g}\| \sin\alpha \Rightarrow g_{exp} = \frac{\|\vec{a}\|}{\sin\alpha}$$

avec $$\|\vec{a}\| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{(-4{,}18)^2 + (-2{,}29)^2} = 4{,}77 \, m.s^{-2}$$

$$g_{exp} = \frac{4{,}77}{\sin(30°)} = 9{,}53 \, m.s^{-2}$$

12) $$u(\sin\alpha) = \sin(\alpha + u(\alpha)) - \sin\alpha$$ soit $$u(\sin\alpha) = \sin(31) - \sin 30$$ $$\boxed{u(\sin\alpha) = 0{,}015}$$

13) $$\frac{u(g_{exp})}{g_{exp}} = \frac{u(\sin(\alpha))}{\sin\alpha} \Rightarrow u(g_{exp}) = g_{exp} \times \frac{u(\sin\alpha)}{\sin\alpha}$$

A.N. $$u(g_{exp}) = 9{,}53 \times \frac{0{,}015}{\sin(30°)} = 0{,}286 \, m.s^{-2}$$ que l'on arrondit à $0{,}29 \, m.s^{-2}$

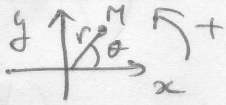
Ainsi $g_{exp} = 9{,}53 \pm 0{,}29 \, m.s^{-2}$ donc $g_{exp} \in [9{,}24 \, ; 9{,}82] \, m.s^{-2}$

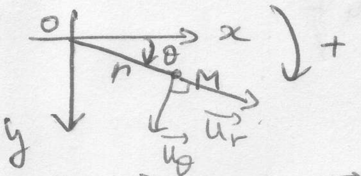
14) $\dfrac{|g_{réf} - g_{exp}|}{u(g_{exp})} = \dfrac{9,81 - 9,53}{0,29} = 0,96 \leq 2$

La mesure est en accord avec la valeur de référence.
Il y a pourtant des incertitudes importantes liées au pointage des positions, à l'étalonnage des longueurs, à la pente α... Ces incertitudes semblent correctement quantifiées et la valeur expérimentale est compatible avec la valeur de référence.

II

1) $x = r\cos\theta$ et $y = r\sin\theta$



2) 

En plaçant Oy vers le bas, on se retrouve avec $\theta > 0$

3) $\vec{OM} = r.\vec{u_r}$

$\vec{v} = \dot{r}\,\vec{u_r} + r\dot{\theta}\,\vec{u_\theta} = r\dot{\theta}\,\vec{u_\theta}$ car $\dot{r} = 0$

6)
a) Pour les X_1, Y_1, X_2, Y_2 on doit avoir $b = 0$

b) Pour le point 1, on a $R_1 = 0,17\,m$. Donc pour X_1 et Y_1, on doit avoir $a = R_1 = 0,17\,m$

Pour le point 2, on a $R_2 = 0,30\,m$. Donc pour X_2 et Y_2, on doit avoir $a = R_2 = 0,30\,m$

c) $f(t) = a\sin\Big(\underbrace{\frac{2\pi}{T}t + \varphi}_{\theta}\Big) + b$

On identifie $\boxed{\theta = \frac{2\pi}{T}.t + \varphi}$ alors $\boxed{\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T}} = cte$

d) pour les modèles on fixe $b = 0$

$X_1 = 0,16\sin\left(2\pi\frac{t}{1,15} + 2,23\right)$ $X_2 = 0,294\sin\left(2\pi\frac{t}{1,17} - 0,95\right)$

$Y_1 = 0,17\sin\left(2\pi\frac{t}{1,17} + 0,73\right)$ $Y_2 = 0,319\sin\left(2\pi\frac{t}{1,18} + 3,82\right)$

6) Pour X_1 et Y_1 on a bien $a \simeq R_1 = 0{,}17\,m$
X_2 et Y_2 ——— $a \simeq R_2 = 0{,}30\,m$

On a fixé $b=0$

$T \simeq 1{,}17\,s$ pour ~~X_1~~ X_1, X_2, Y_1, Y_2. Les points tournent à la même vitesse donc ont la même période de révolution.

$\Delta\varphi$ entre X_1 et Y_1 : $\Delta\varphi = 2{,}23 - 0{,}73 = 1{,}5 \simeq \frac{\pi}{2} = 1{,}57$
entre X_2 et Y_2 : $\Delta\varphi = 3{,}82 + 0{,}95 = 4{,}77$??

On attend un écart de phase entre X et Y de $\frac{\pi}{2}$

Remarque : $\cos x = \sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right)$

7) $\dot{\theta} = \frac{2\pi}{T} \simeq \frac{2\pi}{1{,}1675} = 5{,}38\,rad.s^{-1}$ ~~est~~ constant

$\omega \simeq 5{,}38\,rad.s^{-1}$

8) Mouvement circulaire et uniforme.

9) $\vec{V_1} = r_1 . \omega \vec{u}_\theta$ avec $r_1 = 0{,}165\,m$ et $\omega = 5{,}38\,rad.s^{-1}$
$V_1 = 0{,}89\,m.s^{-1}$

$\vec{V_2} = r_2 \omega \vec{u}_\theta$ avec $r_2 = 0{,}306\,m$ et $\omega = 5{,}38\,rad.s^{-1}$
$V_2 = 1{,}65\,m.s^{-1}$

$\vec{a_1} = -r_1 \omega^2 \vec{u}_r$ avec $a_1 = -4{,}77\,m.s^{-2}$

$\vec{a_2} = -r_2 \omega^2 \vec{u}_r$ avec $a_2 = -8{,}86\,m.s^{-2}$

10) $V = \omega R$ on peut trouver $R \simeq 0{,}36\,m$ (y en $x=0$ par ex.)
$V = 5{,}38 \times 0{,}36 = 1{,}94\,m.s^{-1} = 7\,km/h$ (approximativement).