Interrogation 1 : Polynômes et puissances

Correction

Exercice 1

Soient $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. Donner l'expression de la forme canonique du polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$.

correction : On note $\Delta = b^2 - 4ac$, alors :
$ax^2 + bx + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{-\Delta}{4a^2}\right)$
et cette dernière expression est appelée *forme canonique*.

Exercice 2

Rappeler les trois identités remarquables.

correction : Soient $a, b \in \mathbb{R}$,

- $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$,
- $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$
- $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$.

Exercice 3

Donner les deux formules reliant addition et de multiplication (1 pour le logarithme et 1 pour l'exponentielle). En précisant le domaine des variables utilisées.

correction : Pour $x, y \in \mathbb{R}$, on a $\exp(x+y) = \exp(x)\exp(y)$ et pour $x, y \in \mathbb{R}^{+*}$, on a $\ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.

Interrogation 1 : Polynômes et puissances

Correction

Exercice 1

Soit $a, b, c \in \mathbb{R}, a \neq 0$. On considère le polynôme $p(x) = ax^2 + bx + c$. Sous quelle condition ce polynôme a-t-il deux racines réelles distinctes ? Donner leur expression dans ce cas.

correction : On note $\Delta = b^2 - 4ac$. Si $\Delta > 0$ alors p admet 2 racines réelles distinctes. Elle sont :

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \text{et} \quad x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Exercice 2

Rappeler (sans la démonstration) les trois relations de base sur les puissances (puissances d'un produit, somme d'exposants, composition de puissances).

correction : Soient $a, b \in \mathbb{R}$, $m, n \in \mathbb{N}$, alors

- $(ab)^n = a^n b^n$,
- $a^{n+m} = a^n a^m$ et
- $(a^n)^m = a^{nm}$.

Exercice 3

Donner les relations de réciprocité entre exponentielle et logarithme (en précisant bien le domaine des variables utilisées).

correction : Pour $x \in R$, on a $\ln(\exp(x)) = x$ et pour $x \in \mathbb{R}^{+*}$, on a $\exp(\ln(x)) = x$.