DS n°3
de PHYSIQUE-CHIMIE

durée : 2h30

Consignes :

Calculatrice autorisée

- Rédiger votre devoir sur une **copie double**, avec une **marge en en-tête** et une **marge à gauche** de chaque page.
- Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.
- Encadrer vos **expressions littérales** (EL) ; souligner les **applications numériques** (AN) avec un stylo de couleur bien visible.
- N’écrivez **rien au crayon de papier** sur votre copie (ce ne sera pas lu).
- Ne rendez pas l’énoncé (ou une partie de l’énoncé…) avec votre copie.

Conseils :

- Vérifier **l’homogénéité** de vos expressions littérales.
- Une AN sans unité ne vaut en général rien et dégrade l’humeur du correcteur…
- Limiter au maximum l’usage du brouillon (mais garder une copie qui ne ressemble pas à un brouillon !).
- A bas les pattes de mouche => écrivez plus gros si besoin !

1er Problème : La houle (≈ 40 min)

La houle est constituée de vagues formées par le vent, qui peuvent se propager sur de grandes distances et donc être observées dans des régions dépourvues de vent. La hauteur de la houle H est définie comme la distance verticale entre le sommet de la crête et le fond du creux de la vague. La longueur L est définie comme la distance entre deux crêtes ou deux creux successifs.

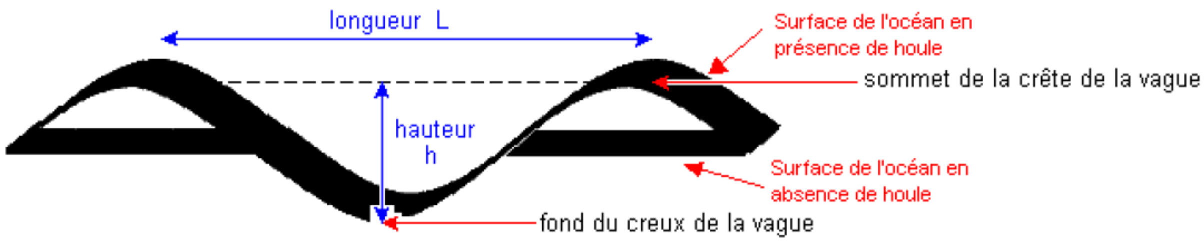


Figure 1 – Schéma de la houle

Deux bouées distantes de D = 50 m sont alignées dans le sens de propagation de la houle, la houle se propageant de la bouée 1 vers la bouée 2. Chacune est munie d'un accéléromètre qui enregistre leur déplacement vertical en fonction du temps. Les données recueillies sont tracées ci-dessous, représentant la hauteur d'eau h mesurée par rapport à un niveau de référence, en fonction du temps.

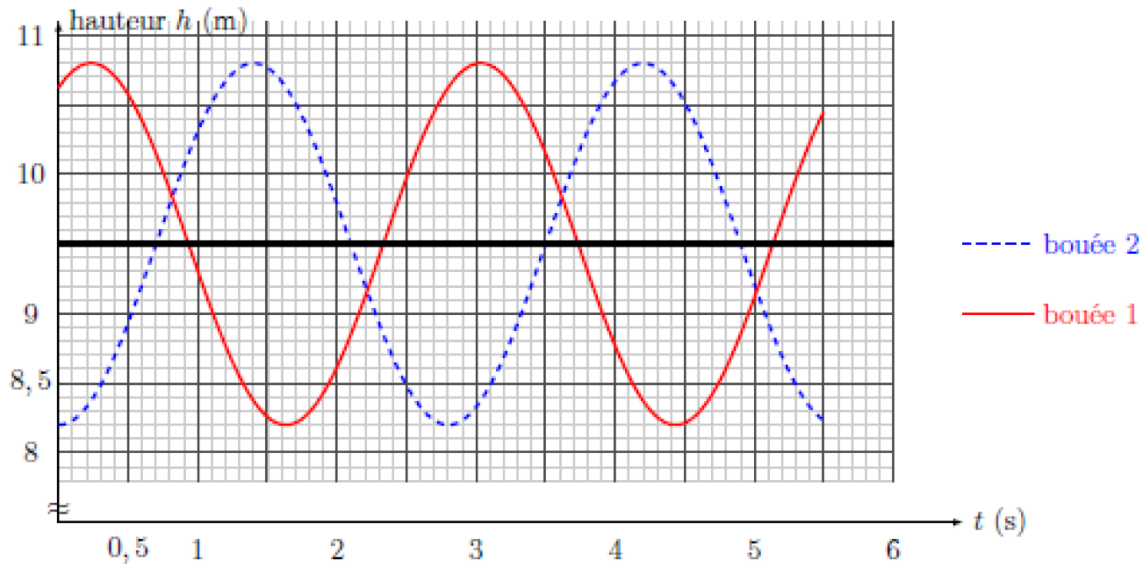


Figure 2 – Hauteur d'eau enregistrée pour chaque bouée en fonction du temps

Q1 : À quel type d'onde peut-on assimiler la houle ? Justifier.

Q2 : Déterminer les valeurs numériques de : la hauteur H, la période T, la fréquence f et la pulsation ω de la houle.

Q3 : Déterminer graphiquement le retard apparent Δt_{app} de la houle entre la bouée 1 et la bouée 2.

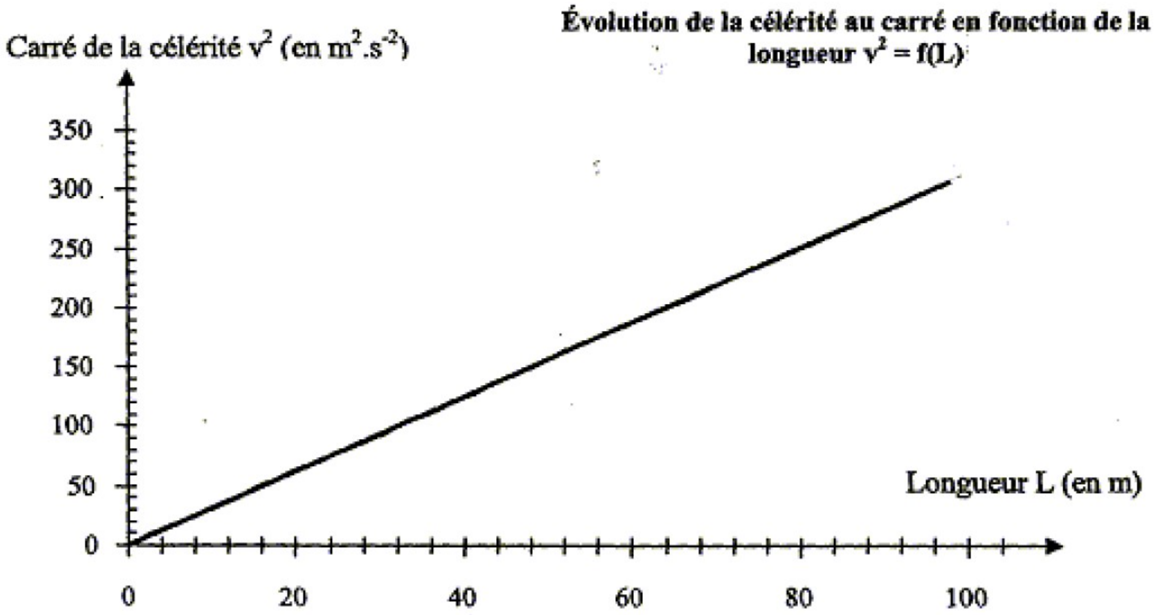
Q4 : Sachant que le retard réel de la houle entre les deux bouées est en fait $\Delta t = 3T + \Delta t_{app}$, exprimer la célérité v de la houle en fonction de T, Δt_{app} et D. Réaliser l'application numérique.

Q5 : Indiquer le nom plus couramment donné à la longueur L, et en préciser la valeur numérique.

Quand la hauteur de la houle augmente, on observe que la période temporelle des oscillations augmente, ainsi que la longueur de la houle.

Q6 : Calculer la célérité v' d'une houle de haute mer, pour laquelle H' = 10 m, T' = 5,0 s et L' = 80 m. Commenter la valeur de célérité obtenue.

Des mesures en eau profonde ont permis de tracer le graphe ci-dessous, représentant l'évolution de v^2 en fonction de L.



On constate donc que le carré de la célérité est proportionnelle à la longueur de la houle. On note α le coefficient de proportionnalité.

Q7 : Préciser la dimension du coefficient α et la commenter.

Q8 : Calculer la valeur numérique du coefficient α.

Q9 : Exprimer la vitesse v de la houle en fonction de sa fréquence f et de α. Préciser si le milieu est dispersif ou pas.

Le document ci-dessous est extrait du site internet de l'Ifremer. Il précise la dépendance théorique de la vitesse de la houle en fonction notamment de la profondeur h de l'océan.

Document 2 : Vitesse de propagation des ondes à la surface de l'eau.
- cas des ondes dites « courtes » (en eau profonde) :
longueur d'onde λ faible devant la profondeur h de l'océan ($\lambda < 0,5h$)

$$v = \sqrt{\frac{g.\lambda}{2\pi}}$$

- cas des ondes dites « longues » (eau peu profonde) :
longueur d'onde λ très grande devant la profondeur h de l'océan ($\lambda > 10h$)

$$v = \sqrt{g.h}$$

g est l'intensité du champ de pesanteur terrestre.

D'après http://www.ifremer.fr/

Q10 : Discuter de la cohérence de l'une des deux expressions de v proposées avec l'étude précédente.

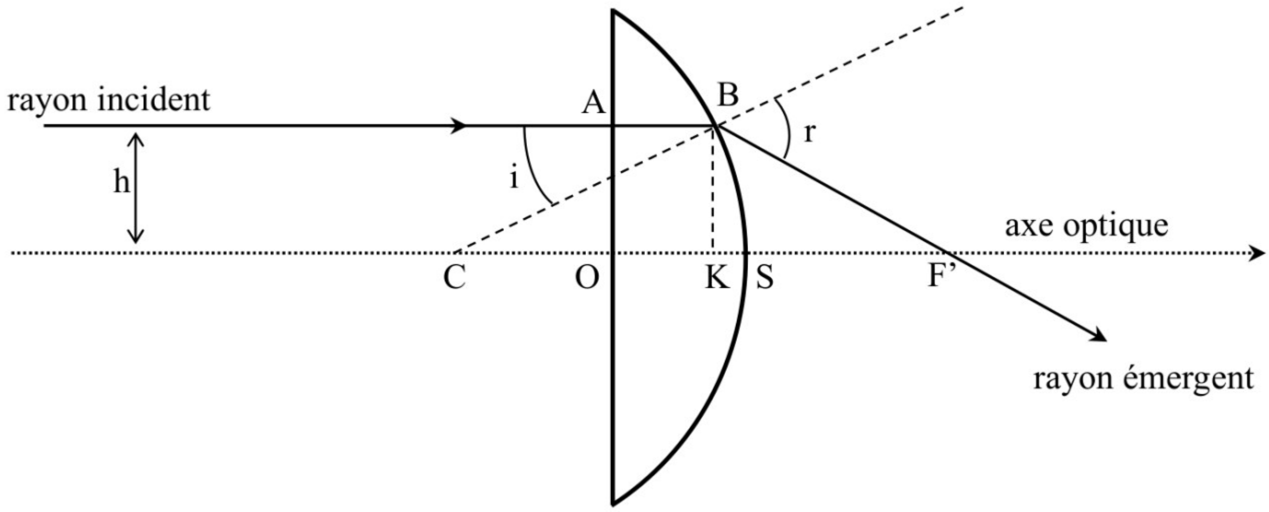
Q11 : En déduire l'expression théorique du coefficient α introduit en **Q7**, et faire l'application numérique sachant que $g = 9,81\ m.s^{-2}$.

Q12 : Interpréter, à l'aide de l'autre expression proposée pour v, la formation de rouleaux lorsque la houle atteint une côte de profil adapté.

$2^{ème}$ Problème : Interprétation des propriétés d'une lentille (≈ 30 min)

Les propriétés optiques des lentilles viennent de leur forme géométrique. Pour en proposer une interprétation, on considère une lentille plan-convexe (cf. schéma ci-dessous) constituée d'un verre d'indice n. L'indice de l'air ambiant est pris égal à 1. La partie sphérique de la lentille est une portion de sphère de centre C et de rayon R = CB.

L'épaisseur de la lentille au centre est e = OS. On considère un rayon incident parallèle à l'axe optique, à une distance h de celui-ci. Ce rayon pénètre dans la lentille en A et est réfracté en B. On note i et r les angles incident et réfracté, comptés par rapport à la normale (CB). Le rayon émergent coupe l'axe optique en un point noté F′. On note K le projeté orthogonal de B sur l'axe optique.



Q13 : Prouver que r > i.

Q14 : Montrer que la distance CK peut s'écrire : CK = R cos i .

Q15 : Montrer que la distance KF′ peut se mettre sous la forme : $KF' = \dfrac{R \sin i}{\tan(r-i)}$.

Q16 : Enfin, montrer que la distance OF′ peut se mettre sous la forme :

$$OF' = e - R(1-\cos i) + \frac{R \sin i}{\tan(r-i)} .$$

Q17 : Rappeler la définition du stigmatisme rigoureux.

Q18 : La lentille étudiée constitue-t-elle un système rigoureusement stigmatique ? Justifier la réponse grâce à la formule précisée en **Q16** ci-dessus.

Q19 : Rappeler la définition de rayons paraxiaux.

Q20 : Prouver que la lentille peut être considérée comme approximativement stigmatique si on ne considère que des rayons paraxiaux. On rappelle que pour tout $x \ll 1$ rad : $\cos x \simeq 1$, $\sin x \simeq \tan x \simeq x$.

Q21 : Rappeler le nom du point F' lorsqu'on considère que la lentille est stigmatique.

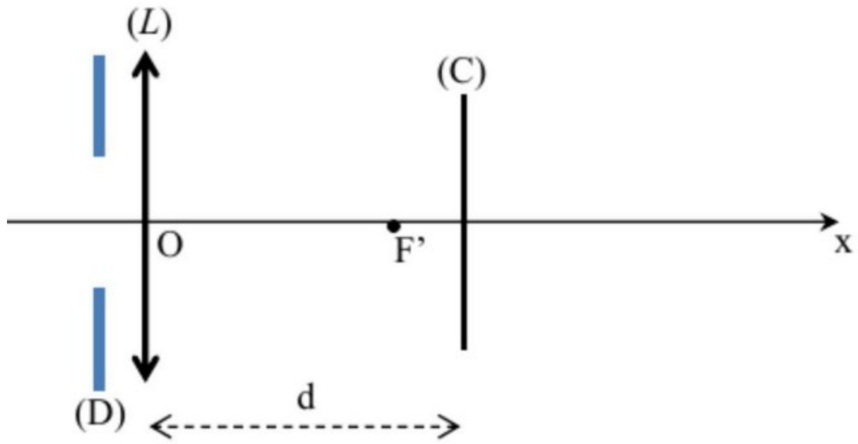
Q22 : Donner une expression approchée de la distance focale de la lentille en fonction de e, R et n.

Q23 : Rappeler la définition d'une lentille mince, et préciser comment se simplifie l'expression précédente pour une telle lentille.

3ème Problème : L'appareil photographique (≈ 1h20min)

III.A) Objet et image

On modélise un appareil photo par l'association d'une lentille mince convergente (L) de focale f′ = OF′ appelée "objectif", d'un capteur (C) sur lequel on souhaite récupérer l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.



La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre d_{min} et d_{max}. À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

Rappel : l'objet AB et l'image A′B′ donnée par la lentille mince de centre O et de foyers principaux F (objet) et F′ (image) dans les conditions de Gauss sont liés par les relations :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \qquad \text{et} \qquad \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Q24 : La lentille mince est utilisée dans les "conditions de Gauss". Préciser en quoi elles consistent.

Q25 : Préciser l'élément de l'appareil photographique qui permet de d'assurer ces conditions.

Q26 : Faire un schéma **soigné** de la situation en notant AB l'objet et A′B′ son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers principaux et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image A′B′.

Q27 : Exprimer la distance d = OA′ en fonction de f′ et L.

Q28 : Exprimer le grandissement γ en fonction de f′ et L. En déduire la taille A′B′ de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f′ et L.

Q29 : Calculer cette taille sachant que f′ = 50 mm, h = 5,0 m et L = 20 m.

Q30 : Calculer la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini.

Q31 : Montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il n'est pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que cela est toujours possible pour des valeurs supérieures à L_{min}.

Q32 : Exprimer L_{min} en fonction de f′ et d_{max}.

Q33 : Calculer L_{min} pour f′ = 50 mm et d_{max} = 55 mm.

III.B) Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande, sans changer de place (en gardant donc la même valeur pour L). On change alors l'objectif et on le remplace par un objectif de focale f'_1 = 100 mm. La distance d est toujours réglable, mais les valeurs d_{min} et d_{max} sont différentes des valeurs précédentes.

Q34 : Déterminer la nouvelle taille qu'aurait l'image de l'arbre sur le capteur.

Q35 : Est-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue si le capteur a pour dimensions : 24 mm × 36 mm ?

L'objectif utilisé est appelé "téléobjectif" ou "objectif de longue focale". Sur un site internet dédié à la photographie, on peut lire que ce genre d'objectif "rapproche les objets".

Q36 : Commenter cette phrase en indiquant la part de vérité ou d'inexactitude qu'elle contient.

III.C) Utilisation d'un téléobjectif

On souhaite maintenant réaliser un téléobjectif en utilisant deux lentilles : une lentille (L_1) convergente de centre optique O_1 et une lentille (L_2) divergente de centre optique O_2, séparées par une distance e. La distance L entre (L_1) et l'arbre n'a pas changé, et $\overline{O_1O_2} > 0$.

La lentille (L_1), de focale f'_1, donne de l'arbre AB une image intermédiaire A_1B_1 qui joue le rôle d'objet pour la lentille (L_2), de focale f'_2, qui en donne une image finale A′B′.

Q37 : Étant donné que $L \gg f'_1$, où se situe approximativement le point A_1 ? On admet pour l'instant que $\overline{O_2A_1} > 0$. Exprimer alors $\overline{O_2A_1}$ en fonction de f'_1 et e.

Q38 : On considère **dans cette question** une lentille divergente seule. Démontrer qu'une lentille divergente ne peut former une image réelle A′B′ d'un objet virtuel AB que si cet objet est situé entre le centre optique et le foyer objet F de cette lentille.

Q39 : Réaliser un schéma relatif à la question précédente sur lequel seront tracés deux rayons particuliers qui permettent de construire l'image (réelle) A′B′ d'un objet (virtuel) AB par une lentille divergente.

On revient au téléobjectif avec les deux lentilles et la condition $L \gg f'_1$.

Q40 : L'image A′B′ devant être réelle sur le capteur, prouver que la distance e entre les centres des deux lentilles doit être située dans une plage de valeurs bien précise. Exprimer cette condition sur e sous la forme d'une double inégalité impliquant les paramètres f'_1 et f'_2.

Q41 : Vérifier que cette condition est réalisée avec f'_1 = 10,0 cm, f'_2 = −5,0 cm et e = 8,0 cm.

Q42 : Avec les valeurs numériques précédentes, calculer la distance d entre O_2 et le capteur.

Q43 : Calculer la taille de l'image A′B′ de l'arbre sur le capteur.

Q44 : Comparer ce téléobjectif à celui utilisé au **III.B)**.