

## Correction du DS n°3

### 1<sup>er</sup> Problème : La houle (≈ 40 min)

**Q1 :** La houle est une onde transversale (déformation de la surface dans une direction perpendiculaire à celle de propagation) mécanique (déplacement réversible de matière), progressive (elle se déplace avec une certaine célérité  $v$ ), unidimensionnelle (elle se déplace dans une seule direction de l'espace) et sinusoïdale (d'après la forme des courbes du graphique).

**Q2 :** Par lecture graphique :

- la hauteur de la houle vaut  $H = 10,8 - 8,2 = \underline{2,6 \text{ m}}$
- la période temporelle vaut  $T = \underline{2,8 \text{ s}}$

Par le calcul :

- la fréquence vaut :  $f = \frac{1}{T}$  A.N. :  $f = \frac{1}{2,8 \text{ s}} = \underline{0,36 \text{ Hz}}$
- la pulsation vaut  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  A.N. :  $\omega = \frac{2\pi}{2,8 \text{ s}} = \underline{2,2 \text{ rad.s}^{-1}}$

**Q3 :** Le retard apparent  $\Delta t_{\text{app}}$  de la houle entre la bouée 1 et la bouée 2 vaut, par lecture graphique :

$$\Delta t_{\text{app}} = \underline{1,2 \text{ s}}$$

**Q4 :** En réalité, plus d'une période a défilé entre le passage de l'onde à la bouée 1 et celui à la bouée 2.

La célérité vaut par définition :  $v = \frac{\text{distance parcourue}}{\text{temps de parcours}} = \frac{D}{\Delta t}$  soit :  $v = \frac{D}{3T + \Delta t_{\text{app}}}$

A.N. :  $v = \frac{50 \text{ m}}{3 \times 2,8 \text{ s} + 1,2 \text{ s}} = \underline{5,2 \text{ m.s}^{-1}}$

**Q5 :**  $L$  est la **longueur d'onde de la houle** (ou encore sa période spatiale). En utilisant une propriété des ondes progressives sinusoïdales, elle vaut :  $L = v T$

A.N. :  $L = 5,2 \text{ m.s}^{-1} \times 2,8 \text{ s} = \underline{15 \text{ m}}$

**Q6 :** Pour une houle de haute mer, on a :  $v' = \frac{L'}{T'}$  A.N. :  $v' = \frac{80 \text{ m}}{5,0 \text{ s}} = \underline{16 \text{ m.s}^{-1}}$

On constate donc que la longueur de houle augmente plus vite que la période temporelle, ce qui implique également une augmentation de la célérité de la houle !

**Q7 :** Les relevés expérimentaux mènent à la relation :  $v^2 = \alpha L$

On en déduit que  $[\alpha] = \frac{[v^2]}{[L]} = \frac{L^2 \cdot T^{-2}}{L}$  et donc  $[\alpha] = L \cdot T^{-2}$  :  $\alpha$  a la **dimension d'une accélération**.

**Q8 :** Le coefficient  $\alpha$  est la pente de la droite :  $\alpha = \frac{3,1 \cdot 10^2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{1,0 \cdot 10^2 \text{ m}} = \underline{3,1 \text{ m.s}^{-2}}$

**Q9 :** Puisque  $L = v T = \frac{v}{f}$  et  $v^2 = \alpha L$ , alors :  $v = \frac{\alpha}{f}$

On constate donc que **la célérité de l'onde dépend de sa fréquence** : le milieu est donc **dispersif**.

**Q10 :** Dans le cas d'ondes en eau profonde, on constate que le modèle prévoit bien une dépendance du carré de la vitesse proportionnelle à la longueur d'onde, puisque :  $v^2 = \frac{g}{2\pi} \lambda$ , ce qui est cohérent avec le graphique proposé en Q7.

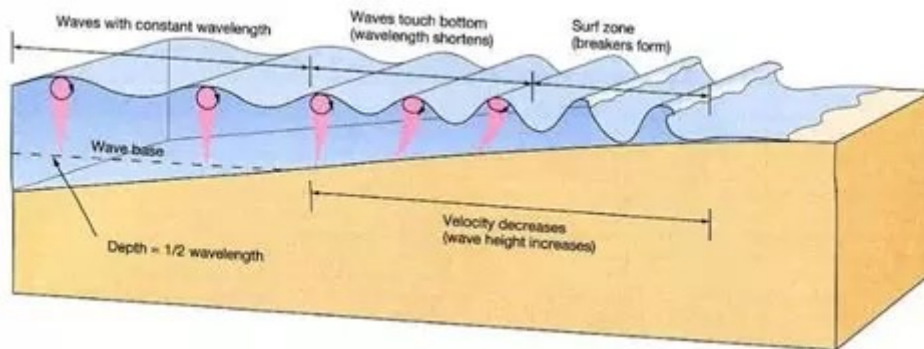
**Q11 :** Par identification, l'expression théorique du coefficient  $\alpha$  introduit en Q7 serait :  $\alpha_{\text{théo}} = \frac{g}{2\pi}$  (ce qui correspond bien à une grandeur homogène à une accélération...).

**A.N. :**  $\alpha_{\text{théo}} = \frac{9,81 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-2}}{2\pi} \approx 1,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

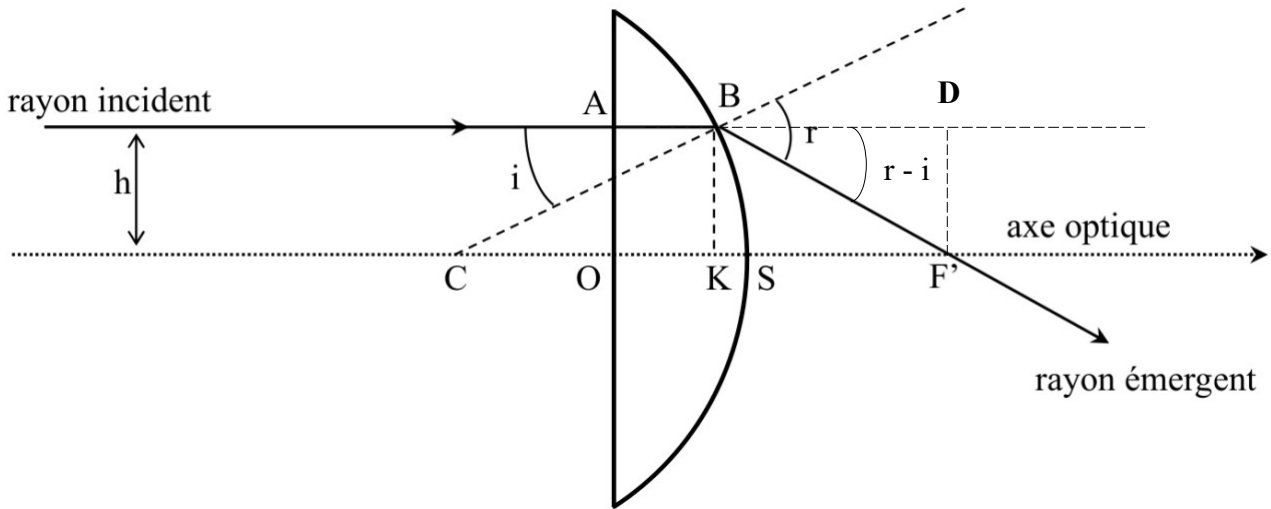
On constate donc un écart de 100 % entre le modèle et la théorie, ce qui prouve que le modèle n'est pas très bien adapté aux mesures expérimentales réalisées, ou bien que le graphe fourni est faux...

**Q12 :** Lorsque la houle atteint une côte de pente relativement douce, on bascule vers une onde en eau peu profonde, pour laquelle la vitesse augmente avec la profondeur  $h$ , puisque  $v^2 = \sqrt{gh}$ .

Ainsi, la partie haute d'une vague se propage plus rapidement que sa partie basse, ce qui permet d'expliquer qualitativement la formation des rouleaux :



**2<sup>ème</sup> Problème : Interprétation des propriétés d'une lentille (≈ 30 min)**



**Q13 :** D’après la loi de Snell-Descartes pour la réfraction :  $n \sin i = \sin r$ .

Puisque  $n > 1$ , alors  $\sin r > \sin i$ . Et puisque les angles  $i$  et  $r$  étant tous les deux dans l’intervalle  $[0, \pi/2[$ , on en déduit que :  $r > i$ .

**Q14 :** D’après la loi des angles alterne/interne :  $i = \widehat{BCK}$  et donc :  $\cos i = \frac{CK}{CB} \Leftrightarrow \boxed{CK = R \cos i}$

**Q15 :** Dans le triangle (BF'D), cf schéma :  $\tan(r-i) = \frac{DF'}{BD} = \frac{h}{KF'}$   $\Leftrightarrow KF' = \frac{h}{\tan(r-i)}$

Par ailleurs, dans le triangle (BCK) :  $\sin i = \frac{BK}{CB} \Leftrightarrow BK = h = R \sin i$

On en déduit donc que la distance  $KF'$  peut se mettre sous la forme :  $\boxed{KF' = \frac{R \sin i}{\tan(r-i)}}$ .

**Q16 :** D’après la relation de Chasles le long de l’axe optique :

$$OF' = \overline{OF'} = \overline{OS} + \overline{SC} + \overline{CK} + \overline{KF'} = e - R + R \cos i + \frac{R \sin i}{\tan(r-i)},$$

et donc :  $\boxed{OF' = e - R(1 - \cos i) + \frac{R \sin i}{\tan(r-i)}}$

**Q17 :** Un système optique est rigoureusement stigmatique lorsqu’un point objet possède un unique point objet.

**Q18 :** La lentille étudiée ne constitue **pas un système rigoureusement stigmatique** puisque la position de  $F'$  dépend de la valeur de  $i$  (d’après la formule de Q16). Plusieurs rayons lumineux issus d’un même point objet situé à l’infini sur l’axe optique ne vont donc pas converger vers le même point de l’axe optique.

**Q19 :** Des rayons lumineux sont dits **paraxiaux** lorsqu’ils ne sont **pas très écartés de l’axe optique ni trop inclinés** par rapport à lui.

**Q20 :** En ne considère que des rayons paraxiaux, alors  $i \ll 1$  rad et  $r \ll 1$  rad.

On peut donc simplifier :

- l'expression :  $OF' \simeq e - R(1-1) + \frac{Ri}{r-i} = e + \frac{Ri}{r-i}$
- et la loi de Snell-Descartes pour la réfraction :  $ni \simeq r$

On en déduit une expression simplifiée de la distance :  $OF' \simeq e + \frac{Ri}{ni-i} = e + \frac{R}{n-1}$

Puisque **cette expression ne dépend plus de l'angle i**, on en déduit que la lentille est **approximativement stigmatique** lorsqu'on ne considère que des rayons paraxiaux.

**Q21** : Le point F' est le **foyer image** de la lentille approximativement stigmatique : il est le point image d'un point objet situé à l'infini sur l'axe optique.

**Q22** : La distance focale de la lentille vaut donc approximativement :  $f' = OF' \simeq e + \frac{R}{n-1}$

**Q23** : Une lentille est dite **mince** lorsque son épaisseur e est très faible devant chacun des rayons de courbure des dioptries sphériques qui la composent.

Ici, puisque  $e \ll R$ , alors la distance focale a pour expression :  $f' \simeq \frac{R}{n-1}$

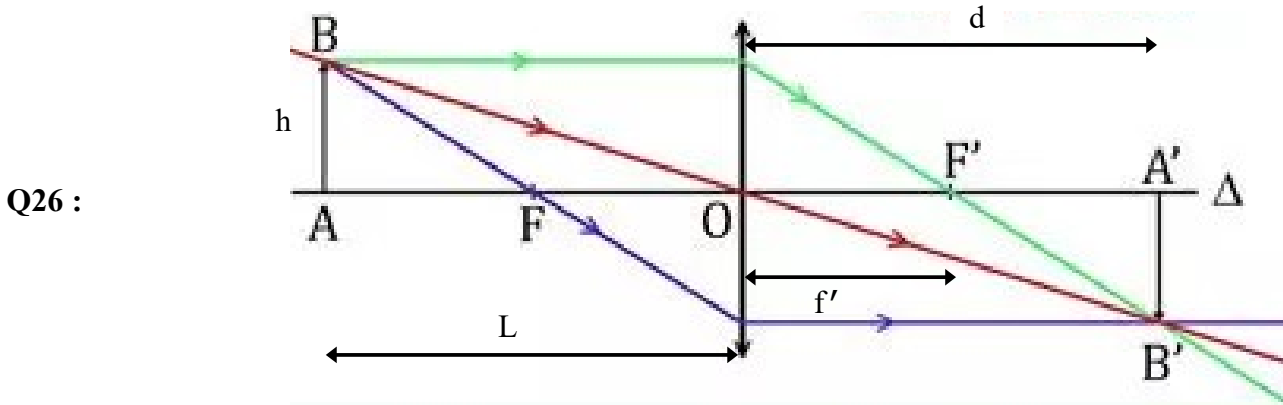
### 3<sup>ème</sup> Problème : L'appareil photographique (≈ 1h20min)

#### III.A) Objet et image

**Q24** : La lentille mince est utilisée dans les "conditions de Gauss" lorsqu'il n'y a que des rayons paraxiaux qui la traversent (cf. II) !!!).

**Q25** : L'élément de l'appareil photographique qui permet de d'assurer ces conditions est le diaphragme, qui empêche d'éclairer les bords de la lentille.

**N.B.** : cette condition ne suffit pas pour avoir des rayons paraxiaux, puisqu'il faut également que l'objet soit situé suffisamment loin du centre optique de la lentille.



**Q27** : Puisque l'arbre et son image sont conjugués par la lentille, on a :  $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{OF'}$ , avec :

$$\overline{OA'} = d > 0 ; \overline{OA} = -L < 0 \text{ et } \overline{OF'} = f' > 0$$

On en déduit :  $\frac{1}{d} - \frac{1}{-L} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow d = \frac{Lf'}{L-f'}$

**Q28 :** Le grandissement vaut :  $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = -\frac{d}{L} = -\frac{f'}{L-f'} < 0$  : image **renversée** par rapport à l'objet.

On en déduit la taille  $A'B'$  de l'image de l'arbre sur le capteur :  $A'B' = |\gamma| AB = \frac{f' h}{L-f'}$

**Q29 : A.N. :**  $\underline{A'B'} = \frac{50 \text{ mm} \times 5,0 \text{ m}}{20 \text{ m} - 0,050 \text{ m}} = \underline{13 \text{ mm}}$

**Q30 :** Par définition, lorsque l'objet est à l'infini, l'image se situe dans le plan focal image de la lentille, et donc :  $\underline{d = f' = 50 \text{ mm}}$

**Q31 :** On constate dans l'expression de  $d$  obtenue à la question 27 que plus  $L$  diminue, plus  $d$  augmente (théoriquement jusqu'à l'infini lorsque  $L$  atteint  $f'$ ...). Puisque  $d$  ne peut pas dépasser une valeur maximale, alors  $L$  devra garder une valeur suffisamment grande (cf. question suivante). L'autre sens de variation de  $L$  ne pose pas de problème, car même si  $L$  tend vers l'infini,  $d$  tend vers une valeur minimale qui est la valeur de  $f'$  (cf. question précédente).

**Q32 :** Pour la valeur minimale de  $L$ , qui correspond à une valeur maximale de  $d$ , on a :

$$\frac{1}{d_{\max}} - \frac{1}{-L_{\min}} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \underline{L_{\min} = \frac{f' d_{\max}}{d_{\max} - f'}}$$

**Q33 : A.N. :**  $\underline{L_{\min}} = \frac{50 \text{ mm} \times 55 \text{ mm}}{55 \text{ mm} - 50 \text{ mm}} = \underline{0,55 \text{ m}}$

### III.B) Influence de la focale

**Q34 :** On refait l'application numérique avec la nouvelle valeur de distance focale :  $\underline{(A'B')_1 = \frac{f_1' h}{L-f_1'}}$

**A.N. :**  $\underline{(A'B')_1} = \frac{100 \text{ mm} \times 5,0 \text{ m}}{20 \text{ m} - 0,100 \text{ m}} = \underline{25 \text{ mm}}$

**Q35 :** Puisque  $24 \text{ mm} < (A'B')_1 < 36 \text{ mm}$ , il est possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue, mais à condition de le prendre en portrait, et pas en paysage !

**Q36 :** C'est une phrase qui choque n'importe quel scientifique : le téléobjectif permet d'obtenir une image plus grande de l'arbre, mais il ne le rapproche évidemment pas physiquement de l'appareil photographique !

### III.C) Utilisation d'un téléobjectif

**Q37 :** Puisque que  $L \gg f_1'$ , c'est-à-dire que l'objet est très loin de la lentille ( $L_1$ ), le point image intermédiaire  $A_1$  se situe approximativement au foyer image de la lentille ( $L_1$ ). On a donc :  $\overline{O_1 A_1} = f_1'$  et par conséquent :  $\underline{\overline{O_2 A_1} = \overline{O_2 O_1} + \overline{O_1 A_1} = f_1' - e}$

**Q38 :** La relation de conjugaison s'écrit, comme pour toute lentille :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}} \Leftrightarrow \frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \overline{OA'} = \frac{f' \times \overline{OA}}{f' + \overline{OA}}$$

Puisque la lentille est divergente :  $f' < 0$ , et puisque l'objet est virtuel :  $\overline{OA} > 0$ . Ainsi, pour que l'image soit réelle, il faut que  $\overline{OA'} > 0$  et donc que  $f' + \overline{OA} < 0 \Leftrightarrow \underline{\overline{OA} < -f'}$ .

A doit donc être compris entre O et F.

**Q39 :**

**Q40 :** Pour que l'image définitive A'B' soit réelle, il faut d'après les questions précédentes que :  $0 < \overline{O_2A_1} < -f'_2$ , soit :  $0 < f'_1 - e < -f'_2$  et donc :  $f'_1 + f'_2 < e < f'_1$

**Q41 :** Avec les valeurs fournies :  $e = 8,0 \text{ cm} < f'_1 = 10,0 \text{ cm}$  et  $e = 8,0 \text{ cm} > f'_1 + f'_2 = 5,0 \text{ cm}$ . La condition est donc bien réalisée.

**Q42 :** Si on traduit que A' est l'image de A<sub>1</sub> par la seconde lentille, on obtient la relation :

$$\frac{1}{\overline{O_2A'}} - \frac{1}{\overline{O_2A_1}} = \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f'_1 - e} + \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow d = \frac{(f'_1 - e)f'_2}{f'_1 + f'_2 - e}$$

**A.N. :**  $d \equiv \frac{(10,0 \text{ cm} - 8,0 \text{ cm}) \times (-5,0 \text{ cm})}{10,0 \text{ cm} - 5,0 \text{ cm} - 8,0 \text{ cm}} \equiv 3,3 \text{ cm}$

**Q43 :** Si on applique la formule de grandissement à chacune des deux lentilles, on obtient :

$$\text{Pour } (L_1) : \gamma_1 = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \quad \text{Pour } (L_2) : \gamma_2 = \frac{(\overline{A'B'})_2}{\overline{A_1B_1}} = \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}}$$

On en déduit donc l'expression de la nouvelle taille de l'image de l'arbre sur le capteur :

$$(\overline{A'B'})_2 = A_1B_1 \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} = AB \frac{\overline{O_1A_1}}{\overline{O_1A}} \frac{\overline{O_2A'}}{\overline{O_2A_1}} \text{ soit : } (\overline{A'B'})_2 = h \frac{f'_1}{L} \frac{d}{f'_1 - e}$$

**A.N. :**  $(\overline{A'B'})_2 \equiv 5,0 \text{ m} \times \frac{100 \text{ mm}}{20 \text{ m}} \times \frac{3,3 \text{ cm}}{10,0 \text{ cm} - 8,0 \text{ cm}} \equiv 42 \text{ mm}$

**Q44 :** Ce téléobjectif est encore plus efficace que celui utilisé au **III.B)** puisque l'image est encore plus grande sur le capteur. Elle est même « trop » grande puisque sa dimension dépasse la taille du capteur : l'arbre ne sera plus observé en entier sur le capteur.

**Remarque :** si on avait gardé les valeurs algébriques dans les formules du grandissement, on aurait constaté que l'image était toujours renversée !