

DS n°5 de PHYSIQUE-CHIMIE

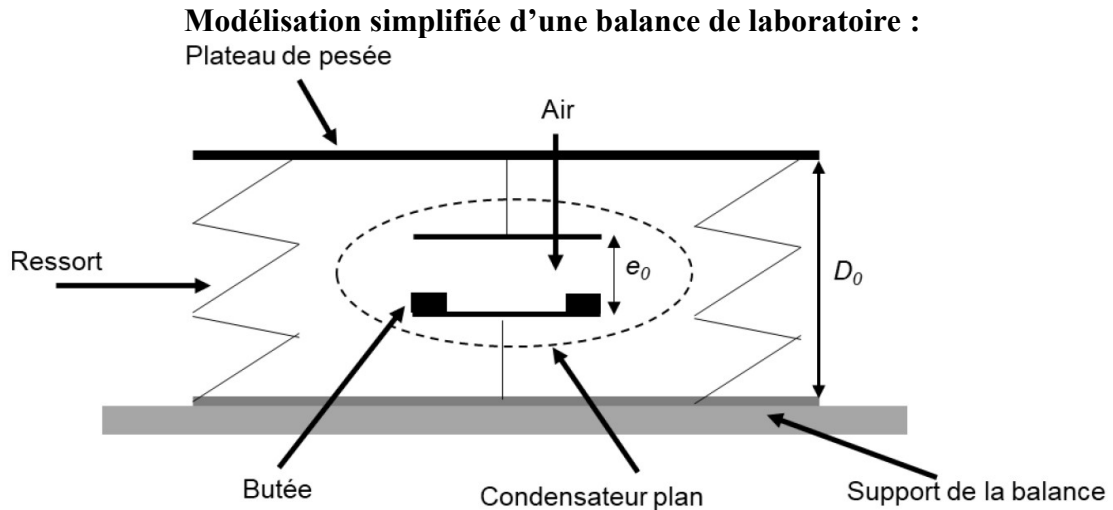
(durée : 4h ; Calculatrice **non** autorisée)

Consignes & conseils :

- Votre copie doit comprendre une marge horizontale en début de copie et une marge verticale à gauche de chaque page.
- Les résultats doivent être présentés sous la forme d'expressions littérales (EL) encadrées **en couleur** et d'applications numériques (AN) soulignées **en couleur** (et à la règle). Pensez également à **souligner les mots clés**.
- Les questions abordées doivent être clairement identifiées. Toute réponse doit être rédigée, justifiée, et lisible.
- Vérifiez que vos EL sont homogènes et que vos AN possèdent un nombre cohérent de chiffres significatifs, ainsi qu'une unité adaptée.

1^{er} Problème : La balance capacitive (≈ 45 min)

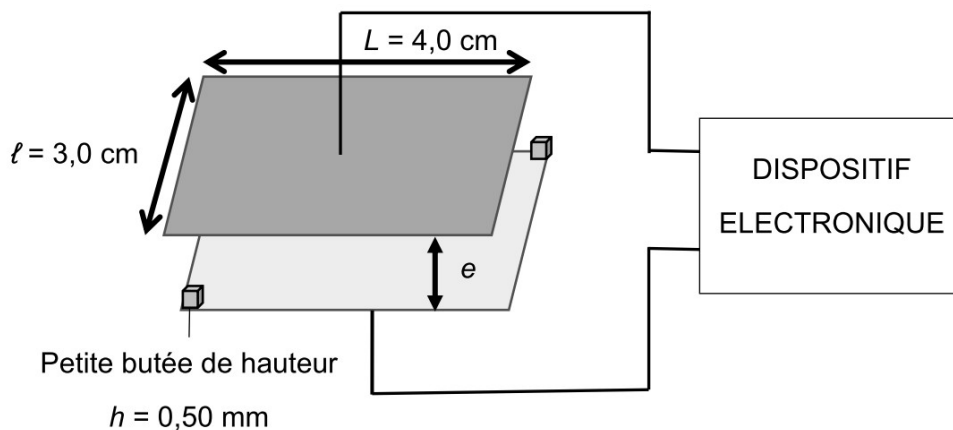
Dans la vie quotidienne, certaines balances électroniques utilisent un capteur à capacité variable afin de mesurer la masse des objets. Pour comprendre le fonctionnement d'un tel dispositif, on envisage dans cette partie une modélisation très simplifiée dans laquelle la balance est modélisée par un condensateur comportant une armature mobile reliée au plateau de pesée et une armature fixe reliée au support de la balance.



Lorsque la balance est à vide (sans masse sur le plateau), la distance entre les deux armatures est notée e_0 . Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau de pesée, les armatures du condensateur se rapprochent, modifiant alors la valeur de sa capacité C . Les deux armatures ne peuvent pas entrer en contact grâce à la présence de petites butées de taille négligeable devant e_0 .

La mesure de la capacité C par un dispositif électronique permet alors de déterminer la masse M de l'objet.

Capacité d'un condensateur plan :



On admet que la capacité du condensateur plan décrit précédemment s'écrit : $C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{S}{e}$.

- Avec :
- C : capacité du condensateur en Farad (F) ;
 - S : superficie de chaque armature ;
 - ϵ_0 : permittivité diélectrique du vide : $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$;
 - ϵ_r : permittivité diélectrique relative de l'isolant entre les armatures. Pour l'air : $\epsilon_r = 1,0$.
 - e : distance entre les 2 armatures ($e_0 = 1,0 \text{ cm}$ à vide).

I.A) Domaine d'utilisation de la balance

Q1. Déterminer la valeur numérique de la capacité du condensateur lorsque la balance est à vide, notée C_0 . Commenter cette valeur.

Q2. Préciser comment varie la capacité du condensateur lorsque l'on place une masse sur le plateau.

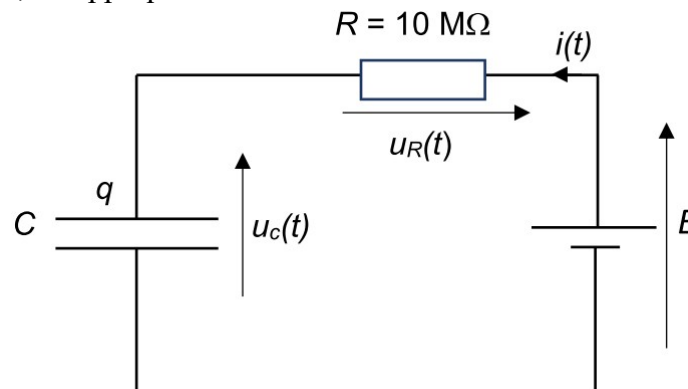
Lorsqu'un objet de masse M est posé sur le plateau, la distance entre le plateau et le support passe de D_0 à D , et le plateau exerce sur l'objet une action modélisée par une force F dirigée vers le haut. La valeur de cette force est donnée par la relation : $F = k(D_0 - D)$, avec $k = 98 \text{ N.dm}^{-1}$.

Q3. L'objet de masse M étant à l'équilibre sur le plateau, vérifier que, connaissant la distance D entre le plateau et le support, on peut déduire la valeur de la masse M par la relation : $M = \frac{k}{g}(D_0 - D)$ avec g l'intensité de la pesanteur : $g = 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$.

Q4. En déduire la valeur de la masse maximale M_{\max} que peut mesurer cette balance.

I.B) Mesure de la masse à peser

Pour déterminer la valeur de la capacité C du condensateur et en déduire la valeur de la masse immobile sur le plateau, on étudie la charge du condensateur à partir du circuit ci-dessous. À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé ; on applique alors au circuit la tension E .



Q5. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur : $u_C(t)$.

Q6. En déduire l'expression de la tension aux bornes du condensateur : $u_C(t)$.

On enregistre les valeurs de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps pour deux masses M_1 et M_2 différentes. Les courbes obtenues sont fournies sur le **graphique 1 de l'annexe**, à rendre avec la copie.

Q7. Préciser la nature et les branchements de l'appareil de mesure expérimental.

Q8. Déduire des courbes obtenues les valeurs de E , C_1 (capacité associée à la pesée de la masse M_1) et C_2 (capacité associée à la pesée de la masse M_2). On détaillera les démarches suivies.

Q9. Justifier que l'on puisse établir une droite d'étalonnage de la masse pesée en fonction de l'inverse de la capacité mesurée, cf **graphique 2 de l'annexe**.

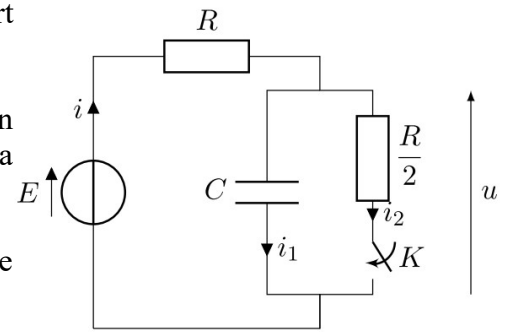
Q10. En déduire la valeur de la masse pesée M_2 . La démarche suivie devra être clairement précisée.

2^{ème} Problème : Changement de régime d'un condensateur (≈ 45 min)

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, l'interrupteur K est ouvert depuis très longtemps, et le régime permanent est atteint.

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur. On s'intéresse à l'évolution temporelle des différentes grandeurs électriques dans le circuit après la fermeture de l'interrupteur K.

Le circuit est alimenté par un générateur idéal de tension de force électromotrice $E > 0$.



Q11. Représenter le circuit pour les instants $t < 0$ (l'interrupteur K étant ouvert depuis très longtemps).

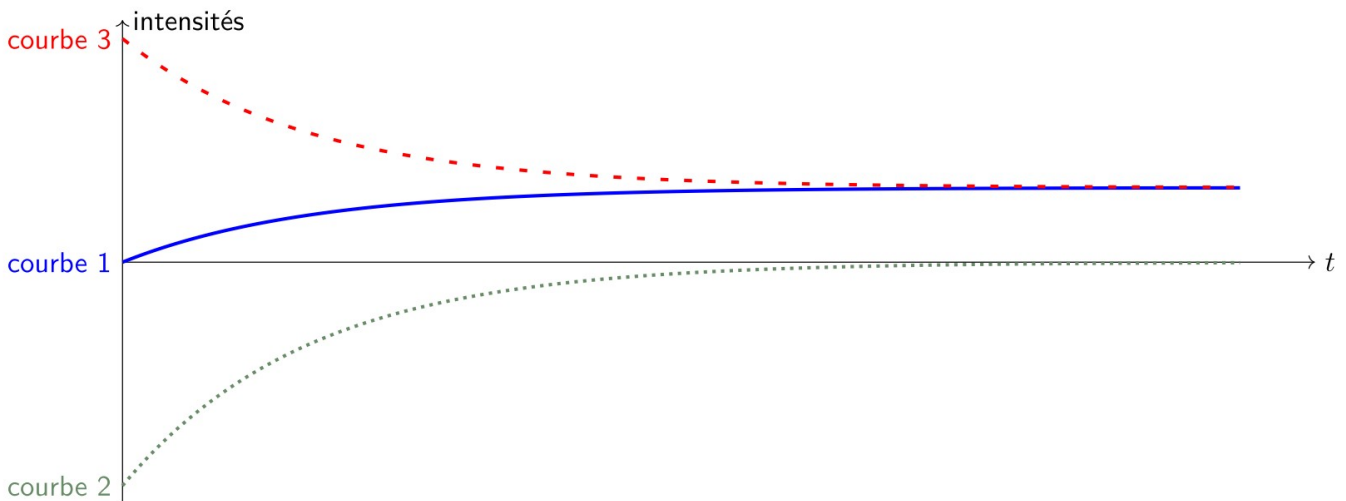
Q12. Déterminer pour $t < 0$, c'est-à-dire quand le régime permanent est atteint avant la fermeture de l'interrupteur, les valeurs de i_1 et i_2 , puis i , et enfin u .

Q13. En déduire, à l'instant $t = 0^+$ (juste après la fermeture de l'interrupteur), les valeurs de u , puis i et i_2 , et enfin i_1 .

Q14. Déterminer les valeurs de u , i_1 , i_2 et i au bout d'un temps très long après la fermeture de l'interrupteur.

On fournit ci-dessous les courbes d'évolution des intensités.

Q15. Relier, en justifiant, chaque courbe à l'intensité correspondante.



Q16. Établir l'équation différentielle portant sur $u(t)$, vérifiée pour $t > 0$.

Q17. En déduire l'expression du temps caractéristique τ d'évolution des grandeurs électriques du circuit pour $t > 0$ en fonction des paramètres R et C .

Q18. Résoudre l'équation différentielle afin d'en déduire l'expression de $u(t)$ en fonction des grandeurs E , t et τ .

Q19. Représenter l'allure de l'évolution de $u(t)$, en faisant apparaître sur le graphe les valeurs particulières de tension et de temps.

Q20. Déterminer les expressions de $i_2(t)$, $i_1(t)$ et $i(t)$ en fonction des grandeurs E , R , t et τ .

Q21. Exprimer l'énergie initialement stockée dans le condensateur (à $t=0$), et l'énergie stockée une fois le régime permanent atteint.

Q22. En déduire l'énergie fournie par le condensateur au reste du circuit au cours du régime transitoire.

3^{ème} Problème : Formation de carbure de silicium par CVD ($\approx 1h20$)

Le dépôt chimique en phase vapeur (CVD) est un procédé utilisé pour produire des matériaux solides de grande pureté et sous forme de couches minces. Dans ce procédé, un solide inerte servant de support est exposé à une ou plusieurs espèces chimiques en phase gazeuse qui se décomposent à sa surface pour former le matériau désiré. Généralement, plusieurs réactions se produisent conjointement, les produits des réactions indésirables étant évacués par un flux gazeux traversant en continu la chambre réactionnelle.

De nombreux composés chimiques sont utilisés pour produire des films minces de carbure de silicium, SiC. Parmi ceux-ci, le méthyltrichlorosilane MTS (CH_3SiCl_3) est très souvent choisi.

Q23. Proposer un schéma de Lewis pour le MTS. Une classification périodique est fournie en annexe.

Q24. Proposer une représentation spatiale du MTS, et préciser les valeurs des angles de liaison au sein de cette molécule.

Q25. Discuter de la polarité du MTS.

La réaction se déroule sur un solide en graphite, à une température de l'ordre de 1000°C et sous pression réduite. Elle se déroule dans un courant de dihydrogène et, à lieu d'un point de vue microscopique en deux étapes :

- une décomposition du MTS en présence de dihydrogène pour former des produits intermédiaires gazeux ;
- puis une réaction entre ceux-ci pour former le carbure de silicium solide.

L'équation de la réaction globale s'écrit :
$$\text{CH}_3\text{SiCl}_3(g) \rightleftharpoons \text{SiC}(s) + 3 \text{HCl}(g)$$

On se place à une température T_1 pour laquelle la constante d'équilibre de cette réaction vaut $K^\circ = 10$.

On considère une enceinte initialement vide, thermostatée à la température T_1 , dans laquelle on introduit une quantité n de MTS.

Q26. Exprimer le quotient réactionnel Q_r de la réaction en fonction des pressions partielles des espèces gazeuses présentes dans le milieu réactionnel et de la pression standard P° .

Q27. Établir le tableau d'avancement de la réaction.

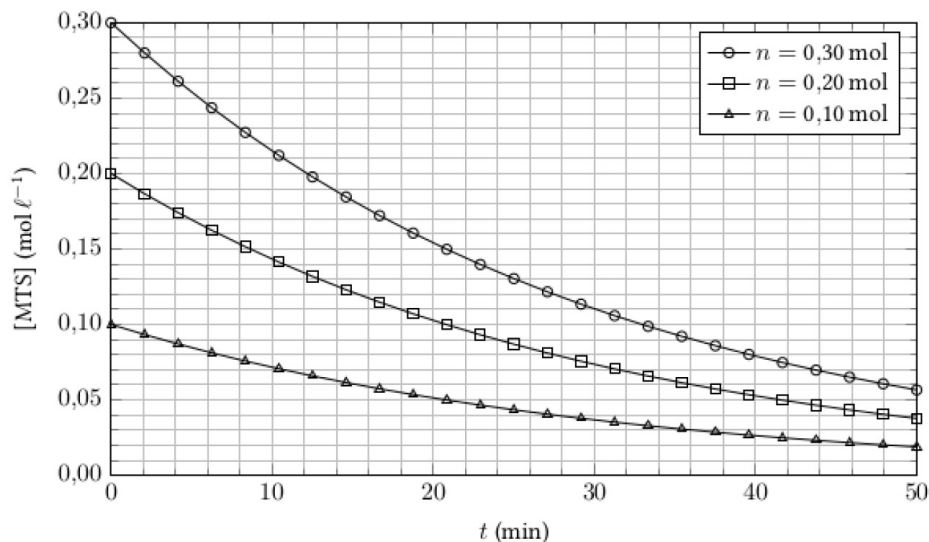
On définit le taux de décomposition α du MTS par le quotient de la quantité de MTS ayant réagi sur la quantité initiale de MTS introduite.

Q28. Réécrire le tableau en fonction de n et de α .

Q29. Calculer la valeur de α_{eqb} à l'équilibre lorsque la pression dans l'enceinte est fixée à $P = P^\circ = 1 \text{ bar}$.

Q30. Déterminer l'effet d'une variation isotherme de pression sur la valeur de α_{eqb} et conclure.

On considère maintenant une enceinte initialement vide, de volume constant, thermostatée à la température $T_2 = 1200 \text{ K}$, dans laquelle, à la date $t = 0$, on introduit une quantité n de MTS. Pour cette température, la réaction de formation de carbure de silicium peut être considérée comme totale. La figure suivante représente l'évolution de la concentration de MTS dans l'enceinte, pour différentes quantités n introduites, au cours du temps.



Q31. Déterminer le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ pour chacune de ces trois expériences. En déduire l'ordre partiel relatif au MTS.

Q32. On note k la constante de vitesse de la réaction. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par la concentration en MTS.

Q33. Exprimer la concentration en MTS dans l'enceinte au cours du temps, en fonction de la concentration initiale $[MTS]_0$, du temps t et de la constante de vitesse k .

Q34. Exprimer le temps de trois-quarts de réaction $t_{3/4}$ en fonction de k .

Q35. Déterminer la valeur du rapport $t_{3/4} / t_{1/2}$. Ce résultat théorique est-il vérifié dans le cas de la manipulation étudiée ?

Une augmentation de la température de 100 K pour atteindre $T_3 = 1300 \text{ K}$ entraîne une diminution du temps de demi-réaction d'un facteur 20. La constante de vitesse est fonction de la température T selon la loi d'Arrhenius $k(T) = A \exp(-E_a/RT)$ où A (de même dimension que k) et E_a (appelé énergie d'activation et exprimée en $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$) sont des constantes. R est la constante des gaz parfait et vaut $R = 8,31 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$.

Q36. En déduire la valeur de l'énergie d'activation de la réaction.

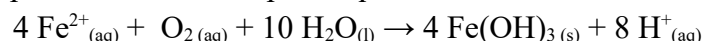
4^{ème} Problème : Traitements d'une eau contenant du fer ($\approx 30 \text{ min}$)

Données :

Solubilité du dioxygène gazeux dans l'eau à 25°C : $s = 8,28 \text{ mg}\cdot\text{L}^{-1}$

Masse molaire atomique : $M(\text{O}) = 16,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$

Pour éliminer le fer d'une eau, un traitement simple et efficace est d'en effectuer son aération. De l'air est injecté dans la solution pour atteindre la saturation en dioxygène dans l'eau et le solide de couleur rouille qui se forme, de l'hydroxyde de fer (III) est alors filtré. On considère dans ce problème une eau à $\text{pH} = 7$, à 25°C et contenant des ions $\text{Fe}(\text{II})$ à la concentration initiale de $4,0 \cdot 10^{-6} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$. La transformation, considérée comme totale, peut être modélisée par l'équation de réaction :



Q37. Déterminer la valeur de la concentration initiale en dioxygène théoriquement nécessaire (exprimée en mg.L^{-1}) pour consommer totalement les ions fer (II) présents en solution. Conclure quant à l'efficacité de l'opération d'aération.

La cinétique de la réaction est étudiée afin d'optimiser l'opération d'aération et en particulier de connaître le temps nécessaire à la consommation du fer dissous. La loi de vitesse postulée est du type :

$$v = k \times [\text{Fe}^{2+}]^a \times [\text{HO}^-]^b \times (\text{P}_{\text{O}_2})^c$$

Dans cette expression, on note P_{O_2} la pression partielle en dioxygène gazeux présent dans le gaz au contact de la solution, et k une constante de vitesse qui ne dépend que de la température.

Dans une première série d'expériences, trois solutions, dont la concentration initiale en ion fer (II) est fixée ($[\text{Fe}^{2+}]_0 = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$), sont préparées à 25°C . La valeur du $\text{pOH} = -\log\left(\frac{[\text{HO}^-]}{c^\circ}\right)_{\text{éqb}}$ de chacune de ces solutions est fixée par l'utilisation d'un tampon ajusté en début de réaction ($\text{pOH} = 6,21$; $6,39$ et $6,52$). Enfin, la réaction est réalisée à la pression atmosphérique pour une composition normale de l'air. La concentration en ions fer (II) dans le milieu est déterminée à intervalles réguliers en titrant un prélèvement de la solution. Les courbes présentées sur la figure 1 montrent l'évolution du logarithme népérien de la concentration en ion fer (II) au cours du temps divisée par la concentration initiale en ion fer (II). Les paramètres de régressions linéaires figurent à côté des nuages de points correspondants.

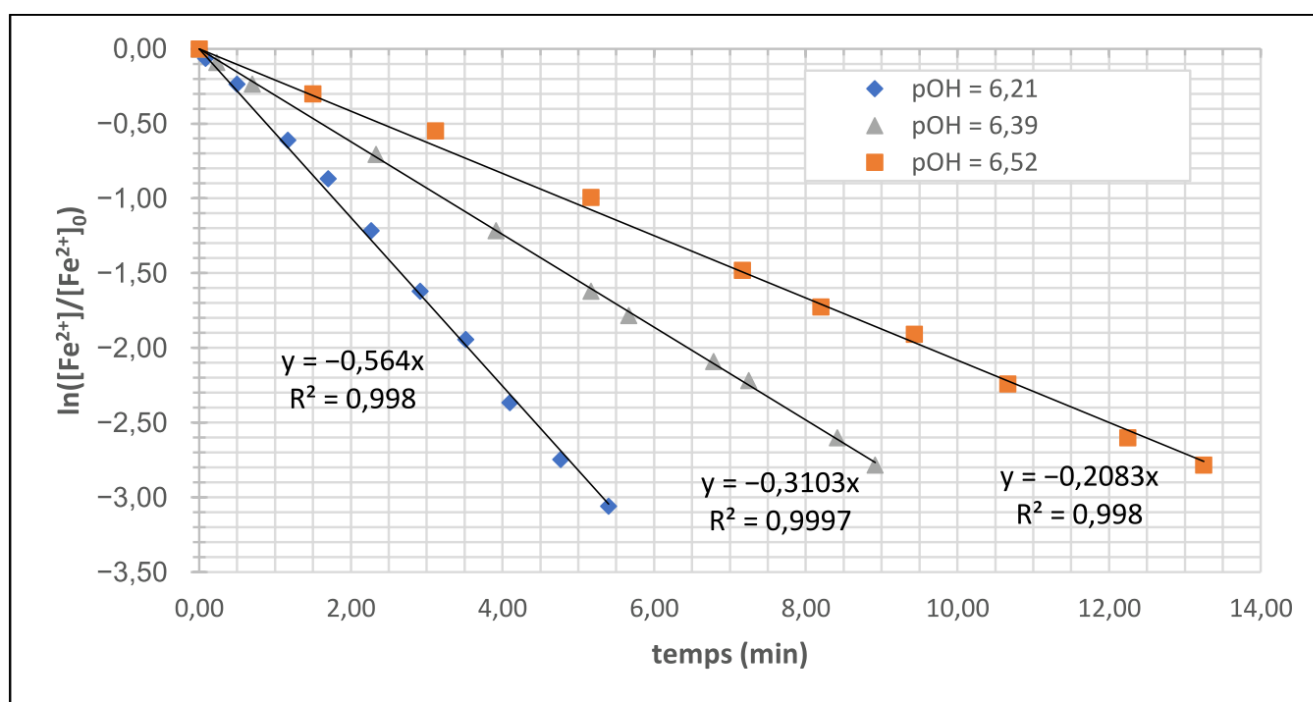


Figure 1 : évolution du logarithme népérien de la concentration en ions Fe^{2+} au cours du temps divisée par la concentration initiale en ions Fe^{2+} pour trois valeurs de pOH indiquées en légende.

Q38. À partir de cette première série d'expériences, déterminer a , l'ordre partiel relatif à l'ion fer (II). Justifier l'intégralité de la démarche.

Q39. Définir et déterminer la valeur de la constante de vitesse apparente de la réaction dans le cas de la transformation la plus rapide.

Pour continuer l'étude, une autre série d'expériences est menée à la même température, en faisant varier la pression partielle en dioxygène et la concentration en ion hydroxyde. La concentration initiale en ion fer (II) est la même que celle de la première série ($[Fe^{2+}]_0 = 4,05 \cdot 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$). Pour chaque expérience, la régression linéaire du logarithme népérien de la concentration en ions fer (II) au cours du temps divisée par la concentration initiale en ion fer (II), $\ln([Fe^{2+}] / [Fe^{2+}]_0)$, en fonction du temps est réalisée comme précédemment. La pente obtenue pour chaque droite de régression linéaire est relevée et reportée dans le tableau 1 avec les valeurs correspondantes de pression en dioxygène et de concentration en ion hydroxyde.

$P_{O_2}(\text{atm})$	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,107	0,153	0,174	0,184	0,195
$10^8 \times [HO^-] (\text{mol.L}^{-1})$	3,16	4,00	4,56	5,02	7,25	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00	10,00
$100 \times \text{pente} (\text{min}^{-1})$	-1,68	-2,63	-3,45	-4,33	-8,90	-16,83	-8,50	-12,20	-13,70	-14,60	-15,70

Tableau 1 : valeurs, pour chaque expérience, de la pression en dioxygène, de la concentration en ions hydroxyde et de la pente de la droite obtenue par régression linéaire de $\ln([Fe^{2+}]/[Fe^{2+}]_0)$ en fonction du temps.

Q40. En détaillant la méthode utilisée, déterminer les ordres partiels b et c correspondant respectivement à l'ion hydroxyde et au dioxygène gazeux.

Q41. En déduire la valeur de la constante de vitesse k à 25°C .

5^{ème} Problème : Freinage d'urgence (≈40 min)

Sur une route limitée à la vitesse $v_0 = 80 \text{ km.h}^{-1}$ débouche à $t = 0$ et $x = 0$ un tracteur roulant à la vitesse constante $v_1 = 40 \text{ km.h}^{-1}$ et se dirigeant en ligne droite selon l'axe (Ox) d'un repère cartésien, dans le sens des x croissants. La voiture, initialement située à $d = 100 \text{ m}$ en amont avec la vitesse initiale v_0 , freine avec une accélération constante de norme a jusqu'à atteindre la vitesse v_1 .

V.A) Étude analytique

- Q42.** Déterminer l'équation horaire **littérale** du tracteur, $x_T(t)$, en fonction des paramètres du problème.
- Q43.** Déterminer l'équation horaire **littérale** de la voiture, $x_V(t)$, en fonction des paramètres du problème.
- Q44.** À quelle condition n'y aura-t-il pas de collision entre la voiture et le tracteur ? En déduire quelle doit être, en fonction de v_0 , v_1 et d , la valeur minimale a_{\min} de a pour éviter le choc.
- Q45.** Calculer la valeur numérique de a_{\min} .
- Q46.** En supposant que $a = a_{\min}$, déterminer la durée τ nécessaire à la voiture pour passer de v_0 à v_1 . Faire l'application numérique.
- Q47.** En supposant que $a = a_{\min}$, déterminer la distance D parcourue lors du freinage. Faire l'application numérique.

V.B) Étude numérique

Le script suivant a pour but de modéliser la situation étudiée :

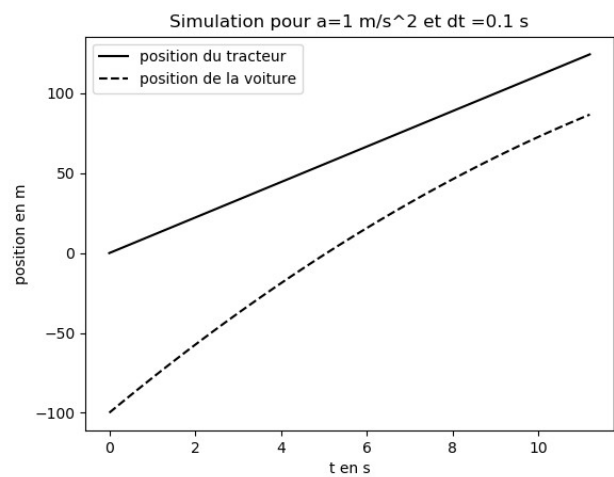
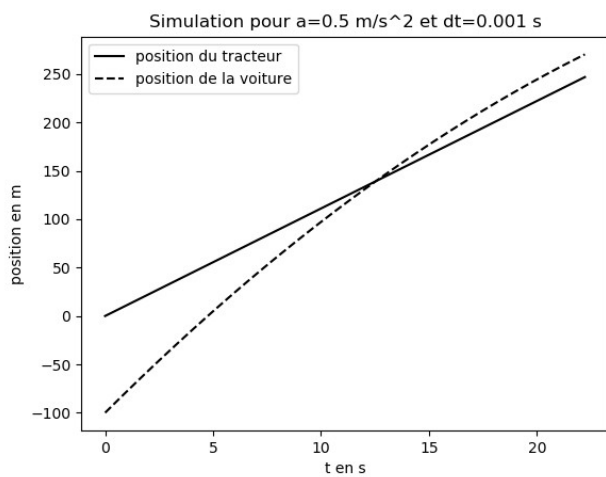
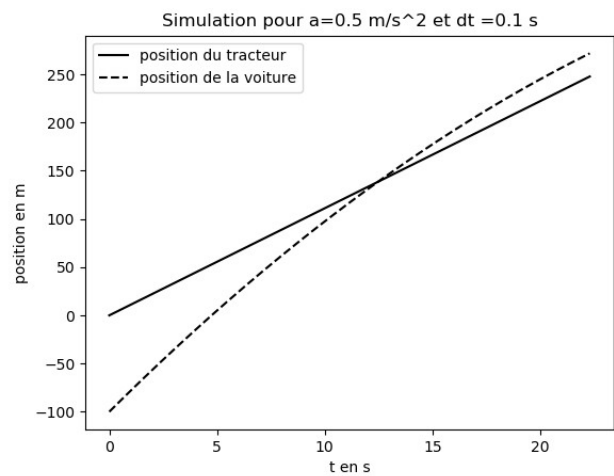
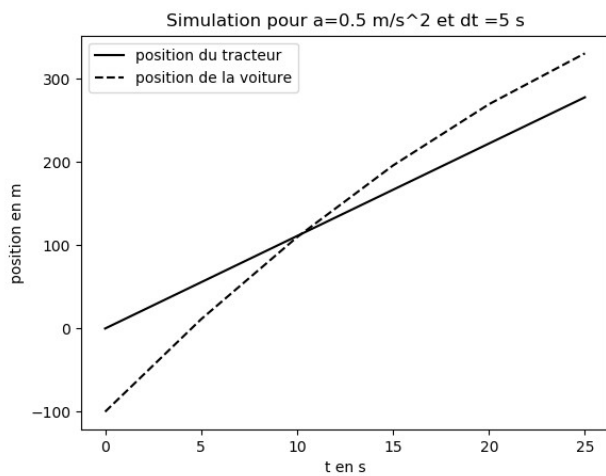
```

1 import matplotlib.pyplot as plt
2 ## Paramètres cinématiques :
3 v0=80/... #m/s
4 v1=40/... #m/s
5 d=100 #m
6 a=1 #m/s2
7 ## Initialisation des listes utiles :
8 t=[0]
9 x_T=[0]
10 x_V=[...]
11 v_V=[...]
12 ## ... :
13 dt=0.1 #s
14 ## Boucle de la simulation :
15 while ... > v1:
16     t.append(t[-1]+dt)
17     x_T.append(x_T[-1]+v1*dt)
18     x_V.append(...)
19     v_V.append(...)
20 ## Tracé du graphique :
21 plt.title("Simulation pour a="+str(a)+" m/s^2 et dt="+str(dt)+" s")
22 plt.plot(t,x_T,"r",label="position du tracteur")
23 plt.plot(t,x_V,"b",label="position de la voiture")
24 plt.xlabel("t en s")
25 plt.ylabel("position en m")
26 plt.legend()
27 plt.show()

```

- Q48.** Compléter les lignes 3, 4, 10, 11, 15, 18 & 19.

Les figures suivantes ont été obtenues pour différentes valeurs des paramètres a et dt :



Q49. Que représente le paramètre dt (cf. ligne 12) ? Quels sont les renseignements apportés par les différentes simulations concernant la valeur de ce paramètre ?

Q50. Quels sont les renseignements apportés par les différentes simulations en ce qui concerne la valeur de a_{min} ? Justifier votre réponse.

Question hors barème (à faire chez soi : aucun point ne sera attribué pour cette question) : améliorer le programme pour déterminer numériquement les valeurs de a_{min} , τ et D .