DS n°6 de PHYSIQUE-CHIMIE

(durée : 4h ; Calculatrice **non autorisée**)

Consignes & conseils :

- Votre copie doit comprendre une marge horizontale en début de copie et une marge verticale à gauche de chaque page.
- Les résultats doivent être présentés sous la forme d'expressions littérales (EL) encadrées **en couleur** et d'applications numériques (AN) soulignées **en couleur** (et à la règle). Pensez également à **souligner les mots clés**.
- Les questions abordées doivent être clairement identifiées. Toute réponse doit être rédigée, justifiée, et lisible.
- Vérifiez que vos EL sont homogènes et que vos AN possèdent un nombre cohérent de chiffres significatifs, ainsi qu'une unité adaptée.

1^er Problème : Suspension de véhicule (≈ 1h)

Sur un véhicule, les suspensions ont de multiples fonctions. Elles servent notamment :

- à améliorer le confort des occupants ;
- à améliorer la tenue de route en maintenant le contact entre les roues et le sol malgré ses irrégularités (amélioration de la sécurité) ;
- à diminuer l'effet, sur l'ensemble des organes mécaniques, des vibrations et impacts dus aux irrégularités de la route (diminution de l'usure et du risque de rupture).

Il existe différents types de suspensions et, dans ce problème, nous nous intéresserons à un type très répandu : les suspensions à ressorts. De manière simplifiée, ces suspensions se composent d'un ressort qui assure la liaison entre les roues (masses non suspendues) et la caisse (masse suspendue) et d'un système d'amortissement.

Le but de ce problème est d'étudier certaines caractéristiques des suspensions à ressort. En particulier, nous étudierons les mouvements verticaux du véhicule dans différentes situations : véhicule non amorti, véhicule amorti en régime libre, véhicule se déplaçant sur un sol non plat…

Pour l'ensemble du problème, le référentiel d'étude est le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

Le véhicule est soumis au champ de pesanteur terrestre d'intensité g.

Donnée :

Intensité du champ de pesanteur : $g = 10\ \text{m.s}^{-2}$.

Hypothèses :

Tout au long du problème, on considérera que :

- l'extrémité supérieure du ressort est en contact avec le véhicule et l'extrémité inférieure du ressort est reliée à une roue qui se trouve en contact avec le sol ;
- la roue reste en contact avec le sol à tout instant ;
- les dimensions de la roue sont telles qu'on la suppose ponctuelle de sorte qu'elle suit parfaitement le profil de la route, y compris lorsque le sol n'est pas plat.

I.A) Première partie : suspension sans amortissement

Le véhicule à vide (masse suspendue) est assimilé à une masse $m = 1{,}0.10^3$ kg. La suspension est constituée d'un ressort de masse négligeable, de raideur $k = 1{,}0.10^5\ \text{N.m}^{-1}$ et de longueur au repos l_0.

Dans cette première partie, on néglige tout amortissement. On ne s'intéresse qu'au mouvement de translation verticale du véhicule. La position du véhicule est repérée par sa coordonnée $z(t)$, l'axe Oz étant vertical, orienté vers le haut et muni d'un vecteur unitaire $\vec{u}_z$ (figure 1) ; $z(t)$ représente la coordonnée de l'extrémité supérieure du ressort.

À l'équilibre, en l'absence de tout mouvement vertical, la position du véhicule est repérée par sa coordonnée z_e.

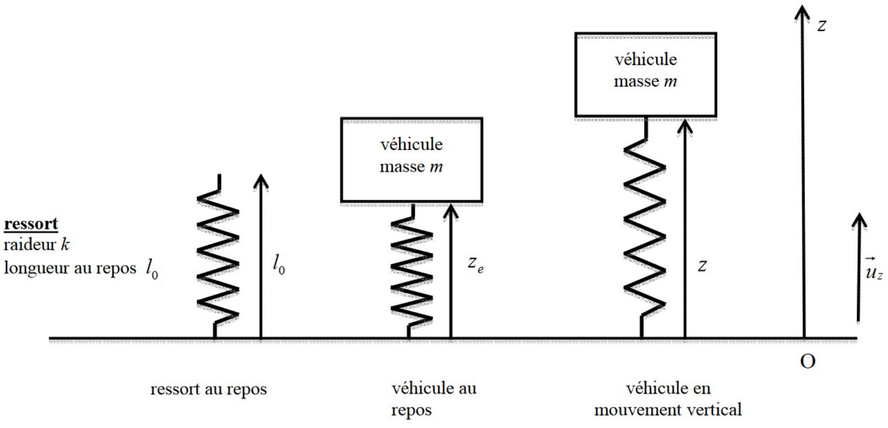

Figure 1 : suspension sans amortissement

Q1 : Réaliser le bilan des forces auxquelles le véhicule est soumis lorsqu'il est hors d'équilibre. On détaillera clairement chaque force en indiquant sa direction, son sens et sa norme.

Q2 : En appliquant le principe d'inertie (première loi de Newton), écrire la relation (équation (1)) entre ces différentes forces lorsque le véhicule est à l'équilibre. En déduire l'expression de la cote z_e à l'équilibre en fonction de m, g, k et l_0.

Q3 : En appliquant le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au véhicule lorsqu'il est hors d'équilibre, déterminer l'équation différentielle (équation (2)) vérifiée par $z(t)$. L'équation (2) reliera les différentes grandeurs z_e, k, m, $z(t)$ et ses dérivées temporelles.

Q4 : Donner la solution générale de l'équation (2). Déterminer les expressions littérales de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 de la suspension en fonction de k et m. Déterminer les valeurs numériques de ω_0 et T_0.

On suppose qu'un opérateur appuie sur le véhicule et l'amène dans une position repérée par la cote z_0 avec $z_0 < z_e$. À un instant $t = 0$, choisi comme origine du temps, le véhicule est lâché sans vitesse initiale.

Q5 : Déterminer l'expression de la solution $z(t)$ de l'équation (2) en prenant en compte les conditions initiales précédentes. Exprimer $z(t)$ en fonction de t, z_e , ω_0 et z_0.

Q6 : Tracer l'allure de $z(t)$ et faire apparaître sur le graphique les cotes minimale z_{min}, maximale z_{max} et moyenne z_{moy} ainsi que la période propre T_0.
Donner les expressions des cotes minimale z_{min}, maximale z_{max} et moyenne z_{moy} en fonction de z_e et z_0.

I.B) Deuxième partie : suspension avec amortissement

On suppose dans cette partie que la suspension décrite dans la partie précédente comporte maintenant un dispositif qui exerce, sur le véhicule de masse m, une force d'amortissement visqueux donnée par $\vec{F} = -h\,\vec{v}$ où v représente la vitesse verticale du véhicule par rapport à la roue et h un coefficient appelé coefficient de frottement fluide (figure 2).

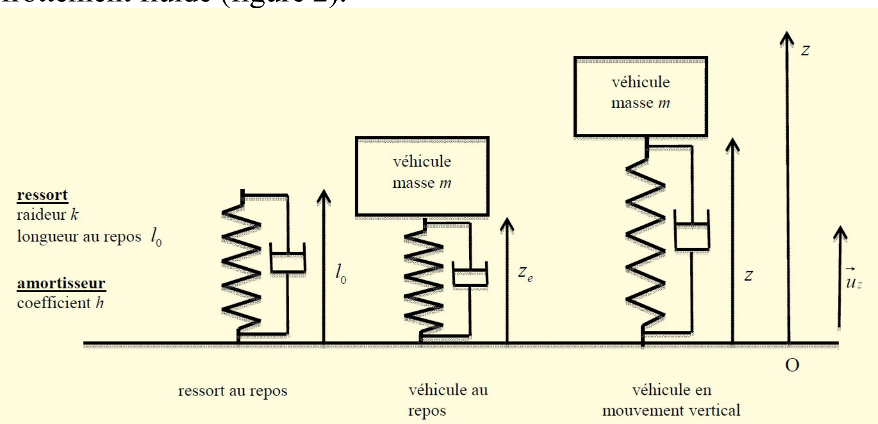

Figure 2 : suspension avec amortissement

Q7 : Déterminer l'unité de h dans le système international.

Q8 : Réaliser le bilan des forces appliquées au véhicule hors d'équilibre. On détaillera clairement chaque force en indiquant sa direction, son sens et sa norme. Écrire la relation entre ces différentes forces lorsque le véhicule est à l'équilibre.

Q9 : En appliquant le principe fondamental de la dynamique (deuxième loi de Newton) au véhicule hors d'équilibre, déterminer l'équation différentielle vérifiée par la coordonnée $z(t)$ au cours du temps. L'équation reliera les différentes grandeurs z_e, k, h, m, $z(t)$ et ses dérivées temporelles.

Q10 : Écrire les conditions portant sur les paramètres m, k et h pour que la suspension se trouve respectivement dans les régimes pseudopériodique, critique et apériodique.

Q11 : Si l'amortissement est tel que la suspension se trouve en régime critique lorsque le véhicule est à vide, dans quel régime se trouve-t-il lorsque le véhicule est en charge ? Justifier qualitativement la réponse.

Q12 : Dès lors, comment choisir la valeur de l'amortissement pour que le véhicule ne soit pas en régime pseudopériodique même lorsqu'il est en charge ? Justifier qualitativement la réponse.

Le véhicule se déplace maintenant sur un sol non plat. La position verticale du point bas de la suspension (roue) est repérée par la variable $z_s(t)$ (figure 3). Il est rappelé que, par hypothèse, la roue est considérée comme ponctuelle et reste à tout instant en contact avec le sol.

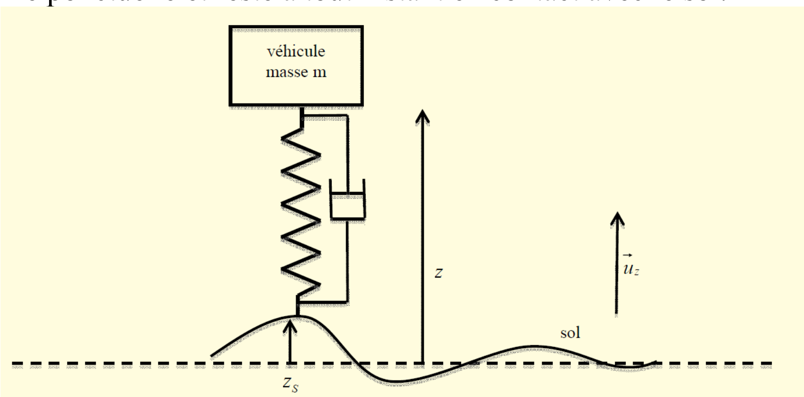

Figure 3 : véhicule sur un sol non plat de profil quelconque

Nous nous placerons pour la suite du problème dans le cas particulier où le véhicule se déplace sur une route telle que :

- pour $t < t_1$; $z_s(t) = z_1$ où z_1 est une constante positive et $t_1 > 0$;
- pour $t > t_1$; $z_s(t) = 0$.

Pour illustrer la situation, on pourra imaginer qu'à l'instant t_1 le véhicule descend d'un trottoir de hauteur z_1 et rejoint une route plane et horizontale de cote nulle.

On considère que, pour $t < t_1$, la cote $z(t)$ du véhicule est constante, c'est-à-dire que le véhicule se déplace en régime permanent.

Q13 : Donner l'allure de z(t) pour t variant entre 0 et $t >> t_1$ lorsque la suspension est en régime pseudo-périodique.

Q14 : Donner l'allure de $z(t)$ pour t variant entre 0 et $t >> t_1$ lorsque la suspension est en régime apériodique.

N.B. : On précisera clairement sur chaque graphique la valeur de z pour $0 < t < t_1$ et la valeur de z pour t tendant vers l'infini.

2ème Problème : Bateau sur l'eau, version mobile (≈ 45 min)

Un navire, de masse m = 10 000 tonnes, file en ligne droite sur une mer plate à la vitesse v_0 = 15 nœuds.
La force de résistance exercée par l'eau sur la coque du bateau est du type : $F = k\,v^2$ où k est une constante et v la vitesse du bateau dans le référentiel lié au port, qui sera supposé galiléen.
Un nœud correspond à 1 mille nautique par heure, et le mille nautique est égal à 1852 m.

Q15 : Réaliser un bilan des forces exercées sur le bateau, et les représenter sur un schéma.

Q16 : Estimer la valeur de la constante k (exprimée en unité SI, et en précisant cette USI) sachant que le moteur fournit une puissance P = 5,0 MW pour maintenir la vitesse v_0.

À l'instant $t = 0$, le navire stoppe ses machines à la distance X au large de la passe d'entrée d'un port.

Q17 : Prouver que la vitesse v du navire dépend du temps t selon la relation : $\dfrac{1}{v} = \dfrac{1}{v_0} + \dfrac{k}{m}\,t$

Q18 : En déduire l'expression de la distance X parcourue par le navire en fonction des paramètres k, m, v_0 et v_P, la vitesse au niveau de la passe. Estimer la valeur de cette distance si on désire atteindre la passe à la vitesse de 2 nœuds. **Aide au calcul :** ln(7,5) = 2,0

Q19 : Déterminer dans ces conditions l'expression de la durée τ_P mise pour atteindre la passe en fonction des paramètres k, m, v_0 et v_P. Estimer la valeur de cette durée.

Q20 : Déterminer dans ces conditions l'expression de la vitesse v_Q à l'arrivée au quai situé à un demi-mille au-delà de la passe d'entrée en fonction des paramètres k, m, v_0 et X. Estimer la valeur de v_Q.

Aide au calcul : exp(-3) = 0,050

Q21 : Quelle est la solution d'urgence pour arrêter le bateau ?

3er Problème : Réveil en douceur (≈ 1h)

On commercialise des réveils « éveil lumière / éveil douceur ». Le concept utilisé est le suivant : lorsque l'heure du réveil programmé est atteinte, la lampe diffuse une lumière dont l'intensité lumineuse augmente progressivement jusqu'à une valeur maximale. On évite de cette façon un réveil trop brutal. La durée nécessaire pour atteindre la luminosité maximale est modifiable.

Lors d'un atelier scientifique, deux élèves décident de construire un circuit électronique permettant de faire varier doucement la luminosité d'une lampe, en utilisant les propriétés électriques d'une bobine.

III.A) Influence d'une bobine dans un circuit électrique

Les élèves réalisent le circuit représenté sur la figure 4 ci-dessous. Ce circuit est constitué d'une source de tension quasi-idéale de force électromotrice (f.e.m.) E_1, d'une bobine d'inductance L et de résistance r, d'un conducteur ohmique de résistance R_1 et de deux lampes identiques (L_1) et(L_2).

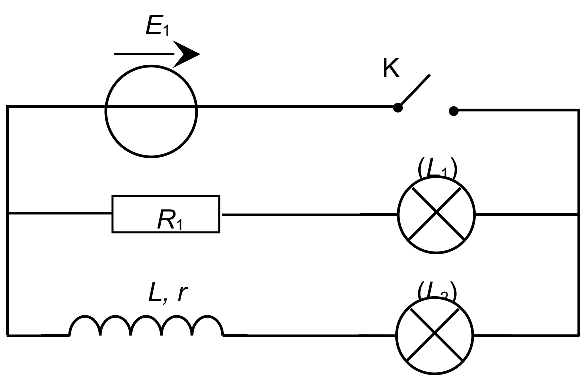

Figure 4 : Circuit expérimental mettant en évidence l'influence d'une bobine dans un circuit électrique.

Données : *Valeur de la f.e.m. :* $E_1 = 24$ V.
Valeurs données par le constructeur : $L = 1$ H ; $r = R_1 = 7\ \Omega$.

On supposera tout au long du problème que chaque lampe a le même comportement électrique qu'un conducteur ohmique de résistance $R_{lampe} \approx 3\ \Omega$.

Immédiatement après la fermeture de l'interrupteur K*, les deux lampes ne s'allument pas simultanément : une lampe brille quasi-instantanément, l'autre brille avec retard.*

Q22 : Préciser laquelle des deux lampes s'allume la première, en justifiant qualitativement la raison pour laquelle l'autre lampe s'allume avec retard.

Dans la branche du circuit contenant la bobine, on peut observer successivement deux régimes différents pour le courant électrique.

Q23 : Nommer ces deux régimes.

Q24 : Comparer la luminosité des deux lampes en fin d'expérience. Justifier la réponse à l'aide d'un circuit équivalent.

Q25 : Donner l'expression de la constante de temps τ caractérisant l'évolution temporelle de l'intensité du courant électrique dans la branche contenant la bobine en fonction des données du problème. Justifier la réponse par l'établissement de l'équation différentielle régissant l'évolution de l'intensité parcourant la bobine.

Q26 : Vérifier par un calcul d'**ordre de grandeur** le fait que le phénomène est effectivement détectable par un observateur.

On *précise que l'œil est capable de distinguer deux images consécutives séparées d'au moins* 0,1 s.

III.B) Vérification de la valeur de l'inductance L de la bobine utilisée

Dans cette partie, les élèves cherchent à déterminer expérimentalement la valeur de l'inductance L de la bobine qui est utilisée. Ils réalisent le montage, représenté sur la figure 5 ci-dessous, permettant d'étudier la décharge d'un condensateur de capacité $C = 22\ \mu$F *à travers la bobine. Le condensateur est initialement chargé sous une tension* E_2 *(commutateur en position 1).*

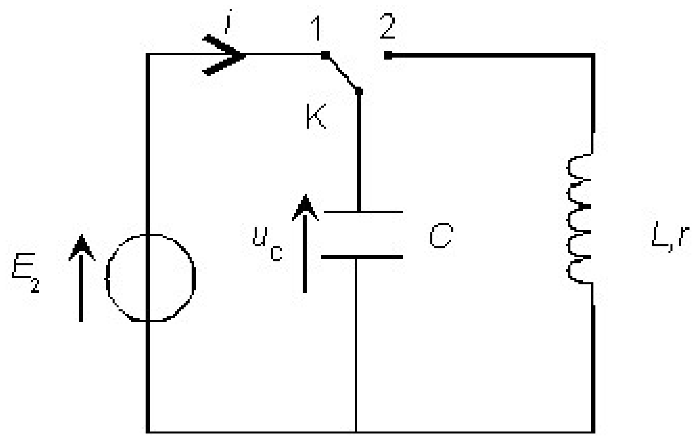

Figure 5 : Circuit expérimental mettant en évidence l'influence d'une bobine dans un circuit électrique.

Après avoir basculé à l'instant t=0 *le commutateur en position 2, on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du condensateur au cours du temps.*

III.B.1) Modélisation simple de la situation

Q27 : Dans l'hypothèse où l'on néglige l'influence de la résistance r de la bobine, préciser l'expression de la tension u_C(t) pour t>0. Une démonstration complète est exigée.

Q28 : En déduire l'expression de la période propre T_0 du système en fonction des paramètres L et C.

Q29 : Donner la représentation graphique de $u_C(t)$.

Q30 : Peut-on observer expérimentalement le comportement d'un tel système ? Justifier.

III.B.2) Retour à l'expérience réelle

La courbe expérimentalement obtenue est représentée sur la figure 6 ci-dessous.

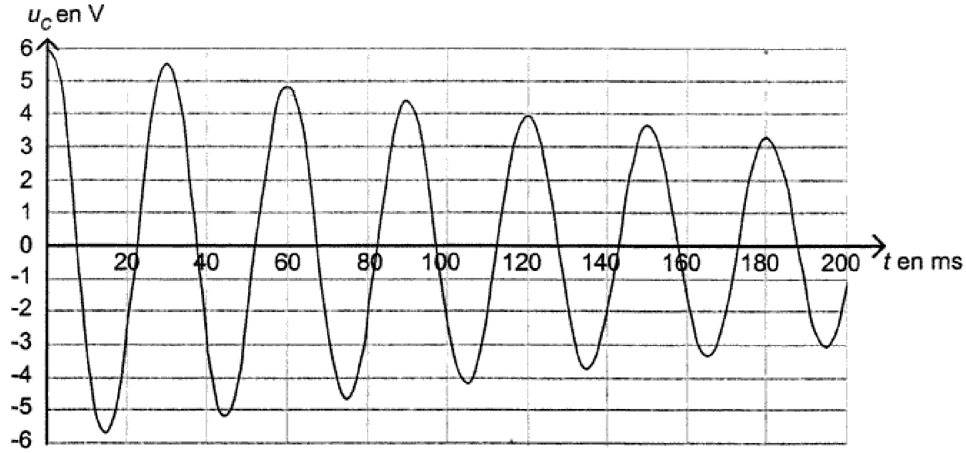

Figure 6 : Courbe de $u_C(t)$ expérimentalement obtenue après la bascule du commutateur en position 2.

Q31 : Qualifier le plus précisément possible le régime correspondant à cette évolution de la tension u_C(t) aux bornes du condensateur.

Q32 : Prouver que l'équation différentielle à laquelle est soumise l'évolution de la tension aux bornes du condensateur pour t > 0 peut être mise sous la forme : $\frac{\mathrm{d}^2 u_C}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + {\omega_0}^2 u_C = 0$ et exprimer chacun des deux paramètres ω_0 et Q en fonction des paramètres : r, L et C.

Q33 : Déduire des questions précédentes et des conditions initiales de l'expérience l'expression de $u_C(t)$ en fonction des paramètres ω_0, Q et E_2.

Q34 : Déterminer graphiquement les valeurs de E_2 et de la pseudo-période T des oscillations.

Q35 : Déterminer graphiquement une minoration du facteur de qualité Q du circuit, et en déduire que la pseudo-période T des oscillations est très proche de la période propre T_0 de l'oscillateur.

Q36 : En déduire une estimation de la valeur de l'inductance L de la bobine, et vérifier l'adéquation de la valeur obtenue avec les données du constructeur.

Q37 : Qualifier l'évolution temporelle de l'énergie électrique totale dans le circuit en choisissant un ou plusieurs adjectifs parmi : constante ; croissante ; décroissante ; périodique ; pseudo-périodique. Justifier.

4ème Problème : Le toboggan de la piscine (≈ 1h15min)

Le but de se problème est de modéliser le mouvement décrit par un enfant qui descend un toboggan aquatique. L'enfant sera assimilé à un point matériel M de masse $m = 30$ kg.
L'accélération de la pesanteur est prise égale à $g = 10\ \text{m.s}^{-2}$.
Le toboggan est constitué d'un tube creux en plastique, de section circulaire et de rayon intérieur $R_{\text{tube}} = 0{,}5$ m.
Le départ de l'enfant s'effectue, en haut du toboggan, sans vitesse initiale.
Le fond du toboggan est tapissé d'un filet d'eau alimenté continûment par une vanne au niveau du départ.

On décompose la descente en quatre phases distinctes :

<u>**1ère phase [AB] :**</u> L'axe du tube est rectiligne, et de pente constante de 16 % (on descend verticalement de 16 m quand on avance horizontalement de 100 m). On note α l'angle que fait alors l'axe AB du tube avec l'horizontale. La longueur de cette partie du tube fait $L = 5$ m.

<u>**2ème phase [BCD] :**</u> Le tube effectue un demi-tour sous la forme d'un arc de cercle de rayon $R = 4$ m. Il est alors à l'horizontale.

<u>**3ème phase [DE] :**</u> Le tube redevient rectiligne, mais reste horizontal. La longueur de cette partie du tube fait $d = 3$ m.

<u>**4ème phase [EF] :**</u> Dans sa partie finale, le tube reste rectiligne et horizontal, mais il y est rempli d'une hauteur d'eau de 30 cm. La longueur de cette partie fait $d = 3$ m.

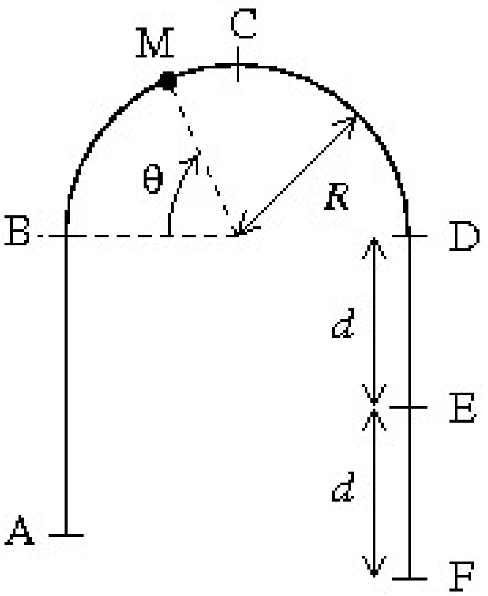

Figure 7 : Parcours du toboggan en vue de dessus

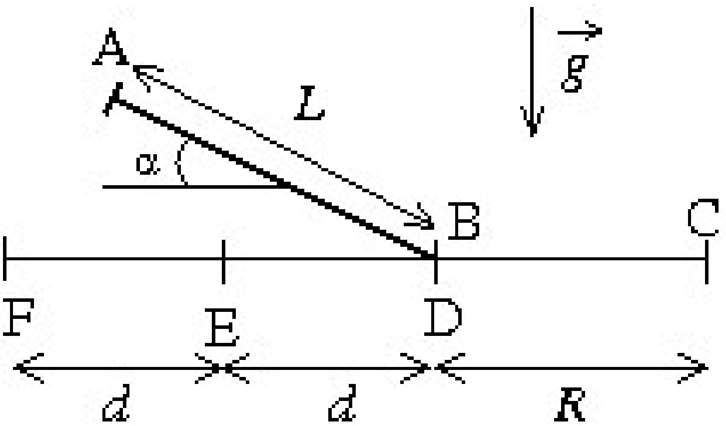

Figure 8 : Parcours du toboggan en vue de côté

IV.A) Questions préliminaires

Q38 : Les frottements seront négligés lors des trois premières phases (de **A** à **E**). Préciser les différentes origines possibles de ces frottements, et indiquer si on peut les minimiser, voire les annuler.

Q39 : Préciser le référentiel dans lequel sera étudié le mouvement de l'enfant, et indiquer s'il peut être considéré comme galiléen, en justifiant la réponse.

Q40 : Déterminer la valeur numérique de l'angle α (à l'aide de la table trigonométrique fournie en page 10).

IV.B) Étude de la première phase : [AB]

Q41 : Décrire la nature du mouvement de l'enfant lors de cette première phase.

Q42 : Réaliser un bilan des forces exercées sur l'enfant, et les représenter sur un schéma.

Q43 : Exprimer le travail du poids de l'enfant entre les points A et B en fonction des paramètres m, g, L et α, en commentant son signe.

Q44 : En déduire l'expression de la vitesse v_B de l'enfant lorsqu'il parvient au point **B** en fonction des paramètres α, g, et L. Faire l'application numérique.

N.B. : On pourra poursuivre la résolution du problème en considérant que $v_B = 4\ m.s^{-1}$.

IV.C) Étude de la seconde phase : [BCD]

On admettra ici, dans un soucis de simplification, que la trajectoire de l'enfant est un arc de cercle de rayon R autour d'un axe vertical. On notera θ l'angle de l'arc de cercle parcouru par l'enfant depuis son entrée dans le virage en B, *cf.* figure 7.

Q45 : Préciser le repère et la base de projection adaptés à l'étude du mouvement de l'enfant lors de cette seconde phase.

Q46 : Déterminer les expressions des coordonnées des vecteurs position, vitesse et accélération de l'enfant dans cette base, en fonction des paramètres : rayon R, angle θ et ses dérivées temporelles.

Q47 : À l'aide d'un bilan des forces, et de la deuxième loi de Newton, prouver que :

- le mouvement est uniforme, à la vitesse v_B
- l'enfant s'écarte du fond du tube d'un certain angle, noté β, au cours du virage, *cf.* figure 9.

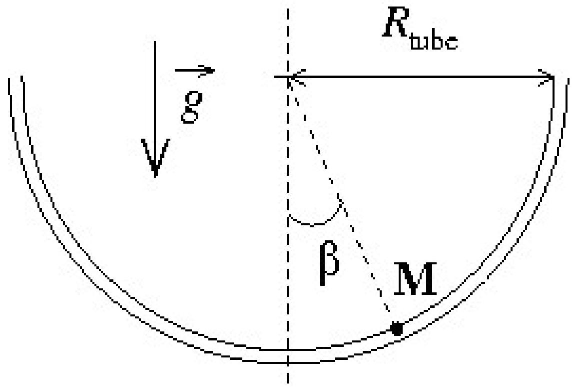

Figure 9 : Vue de face de l'intérieur du tube au cours de la seconde phase

Q48 : Déterminer la valeur numérique de β.

N.B. : On pourra poursuivre la résolution du problème en considérant que $\beta = 22°$.

Q49 : Discuter *a posteriori* de l'approximation faite au début du **II.C)** sur la nature de la trajectoire de l'enfant.

IV.D) Étude de la troisième phase : [DE]

On rappelle, qu'au point **D**, l'enfant est écarté d'un angle $\beta = 22°$ par rapport au fond du tube, et qu'il est animé d'une vitesse $v_B = 4\ m.s^{-1}$, orientée dans la direction horizontale de l'axe du tube, à nouveau rectiligne.

Q50 : Décrire **qualitativement** la nature du mouvement de l'enfant au cours de cette troisième phase.

Q51 : Décrire précisément le repère et la base de projection adaptés à l'étude du mouvement de l'enfant lors de cette 3ème phase.

Q52 : Prouver, par un bilan des forces et l'application de la 2ème loi de Newton, que le mouvement de l'enfant résulte de la superposition d'un mouvement rectiligne et uniforme et d'un mouvement oscillatoire.

Q53 : Après avoir justifié que l'approximation des petits angles s'applique au cadre du mouvement étudié, exprimer la période T des oscillations observées en fonction des paramètres g et R_{tube}. Estimer la valeur numérique de cette période T.

IV.E) Fin du parcours

Q54 : Préciser l'origine de l'arrêt de l'enfant sur la quatrième phase : **[EF]**.

Q55 : Estimer la valeur de la durée totale du parcours.

<u>Donnée :</u> Extrait des tables trigonométriques de nos ancêtres...

x (°)	x (rad)	sin(x)	tan(x)	cos(x)
0	0	0	0	1
1	0,02	0,02	0,02	1,00
2	0,03	0,03	0,03	1,00
3	0,05	0,05	0,05	1,00
4	0,07	0,07	0,07	1,00
5	0,09	0,09	0,09	1,00
6	0,10	0,10	0,11	0,99
7	0,12	0,12	0,12	0,99
8	0,14	0,14	0,14	0,99
9	0,16	0,16	0,16	0,99
10	0,17	0,17	0,18	0,98
11	0,19	0,19	0,19	0,98
12	0,21	0,21	0,21	0,98
13	0,23	0,22	0,23	0,97
14	0,24	0,24	0,25	0,97
15	0,26	0,26	0,27	0,97

x (°)	x (rad)	sin(x)	tan(x)	cos(x)
16	0,28	0,28	0,29	0,96
17	0,30	0,29	0,31	0,96
18	0,31	0,31	0,32	0,95
19	0,33	0,33	0,34	0,95
20	0,35	0,34	0,36	0,94
21	0,37	0,36	0,38	0,93
22	0,38	0,37	0,40	0,93
23	0,40	0,39	0,42	0,92
24	0,42	0,41	0,45	0,91
25	0,44	0,42	0,47	0,91
26	0,45	0,44	0,49	0,90
27	0,47	0,45	0,51	0,89
28	0,49	0,47	0,53	0,88
29	0,51	0,48	0,55	0,87
30	0,52	0,50	0,58	0,87