

Chapitre 12 : Suites

Tout ce qu'on a déjà fait.

Limites des q^n/n^α .

Équivalents, négligeabilité, domination : équivalents usuels, opérations

Chapitre 13 : Matrices et famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$

- Ensemble des matrices, opérations
- Lien Matrice-Système
- Produit matrice $\times$ colonne
- Matrice inversible, inverse
- Produit matrice $\times$ matrice
- Familles de vecteurs de $\mathbb{R}^n$: (famille libre, famille génératrice de $\mathbb{R}^n$).
- Théorie sur le produit : matrice identité, matrice nulle, associativité, linéarité, non-commutativité...

New généralisation des familles de $\mathbb{R}^n$ aux familles de $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$, lien entre les deux.

New application linéaire canoniquement associée à une matrice (vue comme étant $\mathcal{M}_{p,1}(\mathbb{R}) \rightarrow \mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$)

New Image et Noyau d'une matrice

Chapitre 15 : Polynômes

Tout !

- Définition
- racines, factorisation
- degré
- dérivée
- divisibilité, division euclidienne
- théorème de Taylor

New multiplicité des racines, liens avec les dérivées successives.

New Relations coefficients-racines

Questions de cours

$\triangle$ Trigo ou équivalent usuel

Toutes les colles commencent par l'énoncé :

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de $\sin$, $\cos$, $\tan$;
- ou d'un équivalent usuel de suites ($\sin(u_n)$, $\cos(u_n)-1$, $\tan(u_n)$, $\ln(1+u_n)$, $e^{u_n}-1$, $(1+u_n)^\alpha-1$, $\arctan(u_n)$, $\arcsin(u_n)$ quand $u_n \rightarrow 0$).
- ou d'un équivalent usuel de fonctions ($\sin(u(x))$, $\cos(u(x))-1$, $\tan(u(x))$, $\ln(1+u(x))$, $e^{u(x)}-1$, $(1+u(x))^\alpha-1$, $\arctan(u(x))$, $\arcsin(u(x))$ avec $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$).

Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance.

En particulier l'oubli de l'hypothèse $u_n \rightarrow 0$ ou $u(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow a$ sera sanctionnée par au moins 2 points !

$\square$ Récitation

- Énoncer les relations coefficients-racines. (Chap. 15B 4.)
- Définition du noyau d'une matrice. (Chap. 13E 2. def. 2)
- Définition et propriété de l'image d'une matrice. (Chap. 13E 1. def. 1 prop. 2)

■ Démonstrations et exercices de cours

- Démontrer que a est une racine de P si et seulement si $(X - a)$ divise P . (Chap. 15B.1)
 - Énoncer l'équivalence entre avoir une racine au moins double et les évaluations du polynôme et de sa dérivée. Démontrer le sens direct (avoir une racine double implique que certaines fonctions polynomiales s'annulent) (Chap. 15B.3 Prop 6.)
 - Énoncer un des théorème d'équivalence entre les notions (liberté, rang, noyau, unicité de solution...) et (génétricit , image, rang, existence de solutions...) et l'illustrer par une application : (Chap. 13E. 3.)
1. Montrer que $(u, v, w) = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix} \right)$ n'est pas génératrice de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ en calculant le rang d'une matrice. Est-elle libre ?
 2. Montrer que $(u, v, w) = \left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 7 \\ 9 \end{pmatrix} \right)$ est génératrice de $\mathcal{M}_{2,1}(\mathbb{R})$. Est-elle libre ?
 3. Que peut-on dire du système $JX = \vec{0}_3$?

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Factoriser un polynôme à l'aide d'indications sur ses racines.
- **New** (Peu traité en TD) Interpolation.
- **New** Calcul de noyau et d'images de matrices.

En exo supplémentaire

-  quivalent de suite.
- Montrer qu'une famille de vecteurs de $\mathbb{R}^n$ est libre/génératrice de $\mathbb{R}^n$.