Chapitre 16 : Dérivabilité

- Dérivabilité.
- Développement limité à l'ordre 1.
- Classes de régularité.

Chapitre 18 : Espaces vectoriels

- Espace vectoriel.
- Exemples classiques.
- Espace produit et espace des fonctions.
- Sous-espace vectoriel.
- Vect.

Questions de cours

△ Trigo ou équivalent usuel

Toutes les colles commencent par l'énoncé :

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de $\sin, \cos, \tan$;
- ou d'un équivalent usuel de suites ($\sin(u_n), \cos(u_n)-1, \tan(u_n), \ln(1+u_n), e^{u_n}-1, (1+u_n)^\alpha-1, \arctan(u_n), \arcsin(u_n)$ quand $u_n \to 0$).
- ou d'un équivalent usuel de fonctions ($\sin(u(x)), \cos(u(x))-1, \tan(u(x)), \ln(1+u(x)), e^{u(x)}-1, (1+u(x))^\alpha-1, \arctan(u(x)), \arcsin(u(x))$ avec $u(x) \to 0$ quand $x \to a$).

Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance. **En particulier l'oubli de l'hypothèse $u_n \to 0$ ou $u(x) \to 0$ quand $x \to a$ sera sanctionnée par au moins 2 points !**

□ Récitation

- Énoncer les axiomes de sous-espace vectoriel. *(Chap. 18A. 3. def. 2)*
- Définition des fonctions de classe $\mathcal{C}^k$, hiérarchie entre les classes, classe $\mathcal{C}^\infty$. *(Chap. 16C 2.1 et 2.2)*
- Les fonctions usuelles et leurs régularités sur les différents intervalles. *(Chap. 16C 3. prop. 2)*

■ Démonstrations et exercices de cours

Soit $D = \{x \in TSI_1 \mid x$ dors en maths le matin$\} = \{$ Lucas Silly, *Mohammed* Sow, *Chesney* Thevarajah, *Arnaud* Sutter, *Asher* Mushiete Ngoya, *El Mehdi* Ajellabi, *Hillary* Masro *$\}$. Si l'élève interrogé appartient à D alors le·a colleur·euse pourra (s'iel le souhaite) lui donner comme sujet :* Démontrer que l'ensemble des application d'un ensemble A vers un $\mathbb{K}$-espace vectoriel E est un $\mathbb{K}$-espace vectoriel.

- Soit $d = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; 3y + 4x = 0\right\}$ c'est l'ensemble des coordonnées des points de la droite d'équation $3y + 4x = 0$ dans le plan muni d'un repère.
  Montrer que d est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{R}^2$. *(Chap. 18A 3.)*
- Soit $F = \left\{\begin{pmatrix} a+b & b \\ b & a+b \end{pmatrix} \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C}) \ : \ a, b \in \mathbb{C}\right\}$.
  Montrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_2(\mathbb{C})$. *(Chap. 18A 3.)*
- Montrer que la fonction
  $$x \mapsto \begin{cases} x^2 & \text{si} \quad x \geq 0 \\ -x^2 & \text{si} \quad x < 0 \end{cases}$$
  est continue et de classe $\mathcal{C}^1$ sur $\mathbb{R}$. *(Chap. 16C 1.)*

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Développements limités d'ordre 1. Calcul à partir d'un équivalent ou par retour à la définition.
- Calcul d'équivalents de fonctions.
- **New** Preuve qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel (on donnera l'espace vectoriel ambiant et on se restreindra aux cas les plus simples)

En exo supplémentaire

- Dérivabilité d'une fonction par calcul des dérivées à gauche et dérivées à droites. Eg. dérivabilité d'un prolongement par continuité (peu traité en TD).
- Calcul de noyau et d'images de matrices.