

## Chapitre 18 : Espaces vectoriels

- Espace vectoriel.
- Exemples classiques.
- Espace produit et espace des fonctions.
- Sous-espace vectoriel.
- Vect.
- Exemples fondamentaux :
  - ▶ **New** Ensemble des solutions d'un système linéaire homogène /  $\ker(A)$
  - ▶ **New** Ensemble des solutions d'une équation différentielle linéaire homogène.
- **New** : famille libre, génératrice, base et coordonnées.

## Chapitre 20 : Intégration

- Tout le cours du début d'année y compris :
- Recherche de primitives,
  - Théorèmes fondamentaux de l'analyse
  - **New** Valeur moyenne
  - **New** Fonctions continues positives d'intégrale nulle
  - **New** Somme de RIEMANN

Pas encore d'IPP ni de changement de variable (bientôt).

## Questions de cours

### △ Trigo ou développement limité à l'ordre 1

Toutes les colles commencent par l'énoncé :

- d'une formule de trigo (identité du cercle, formules d'additions, formules issues des symétries du cercle trigonométrique, formules de duplication) et/ou des valeurs particulières de  $\sin, \cos, \tan$  ;
  - ou d'un développement limité à l'ordre 1 en 0 d'une des fonctions usuelles :  $\sin, \cos, \tan, x \mapsto \ln(1+x)$ ,  $\exp$ ,  $\arcsin$ ,  $\arccos$ ,  $\arctan$ ,  $x \mapsto (1 \pm x)^\alpha$  pour  $\alpha \in \mathbb{R}$ , avec comme cas particuliers  $x \mapsto \frac{1}{1 \pm x}$  et  $x \mapsto \sqrt{1 \pm x}$ .
- Cette étape ne fait pas partie de la note, mais jusqu'à 4 points peuvent être retirés en cas de méconnaissance.

### □ Récitation

- Énoncer le théorème sur les sommes de RIEMANN dans le cas simple  $[a, b] = [0, 1]$ . Illustrer et expliquer par un dessin. *(Chap. 20B 3. prop. 2).*
- Définition de famille libre et famille génératrice de  $F$ . */(Chap. 18C 1. ou 2.)*
- Énoncer le théorème de TAYLOR pour les polynômes et son interprétation en terme d'algèbre linéaire ou<sup>1</sup> la propriété sur les familles échelonnées de polynômes. *(Chap. 18C 1.2 ou 3.1)*

### ■ Démonstrations et exercices de cours

- Montrer que  $(\cos, \sin)$  est un base de l'ensemble des solutions (on va dire de classe  $\mathcal{C}^2$  sur  $\mathbb{R}$  à valeurs réelles) de  $y'' + y = 0$ . *(Chap. 18C 1.1 + Ex. © 7 feuille 18.2)*
- Trouver une base de  $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x - y + z = 0\}$ . *(Chap. 18C 3.2)*
- *(Chap. 20C 1. et 3.)*
  - ▶ Calculer la valeur moyenne de  $\cos^2$  sur  $[0, \pi]$ .
  - ▶ Calculer la limite quand  $n \rightarrow +\infty$  de  $\sum_{k=0}^n \sqrt{\frac{k}{n^3}}$ .

## Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Construire une base d'un espace vectoriel / Montrer que ... est une base.
- **New** somme de RIEMANN, (peu traité en TD).
- Preuve qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel.
- Développements limités d'ordre 1. Calcul à partir d'un équivalent ou par retour à la définition.

---

1. au choix du/de la colleur-euse

### En exo supplémentaire

- **Rappels** Recherche de primitives et calcul d'intégrales à l'aide de primitives.
- Calcul d'équivalents de fonctions.