

DS n°8 de PHYSIQUE-CHIMIE

(durée : 4h ; Calculatrice **autorisée**)

Consignes & conseils :

- Votre copie doit comprendre une marge horizontale en début de copie et une marge verticale à gauche de chaque page.
- Les résultats doivent être présentés sous la forme d'expressions littérales (EL) encadrées **en couleur** et d'applications numériques (AN) soulignées **en couleur** (et à la règle). Pensez également à **souligner les mots clés**.
- Les questions abordées doivent être clairement identifiées. Toute réponse doit être rédigée, justifiée, et lisible.
- Vérifiez que vos EL sont homogènes et que vos AN possèdent un nombre cohérent de chiffres significatifs, ainsi qu'une unité adaptée.

Partie 1 : Principe d'un moteur linéaire synchrone (≈ 20 min)

Le Blue Fire est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009.



Figure 1 – Vue d'ensemble du *Blue Fire*

Le dispositif qui permet au train d'accélérer initialement le train dans le Blue Fire est nommé moteur linéaire synchrone (en anglais linear synchronous motor, ou LSM). Le principe est le suivant : des aimants permanents sont placés sous les wagons du train (figure 5) et un champ magnétique est généré par des circuits électriques situés dans les pièces blanches du stator, solidaires du rail (figure 4). L'interaction entre ce champ magnétique et les aimants du train explique la force propulsive responsable de l'accélération.



Figure 4 – Lancement d'un train, les modules du stator sont les plaques blanches verticales.



Figure 5 – Supports des aimants permanents situés sous le train

La description précise de l'interaction est complexe et fait appel à des notions de magnétisme de la matière. On propose ici une description volontairement très simplifiée.

On s'intéresse dans un premier temps uniquement au stator qui permet de créer le champ magnétique. Celui-ci est constitué de paires de spires conductrices supposées circulaires, positionnées face à face dans les deux plaques blanches du stator se faisant face (voir figure 4), alimentées par un courant d'intensité i .

Les spires sont représentées dans deux plans de projection sur la figure 6.

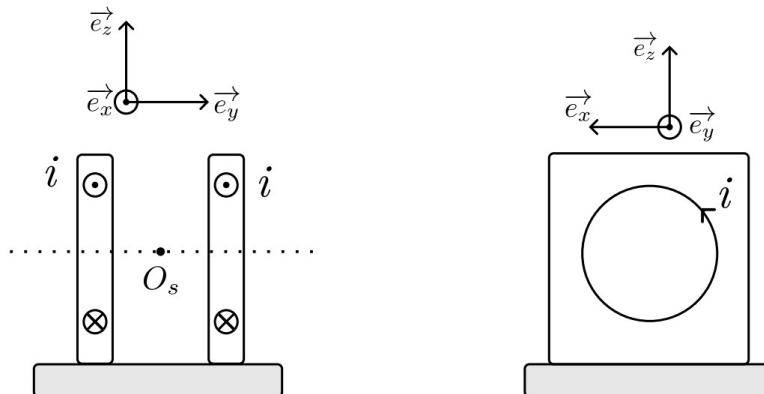


Figure 6 – Vue en coupe des spires du stator

On donne sur la figure 7 l’allure des lignes de champ - issue d’une simulation - créées par cette paire de spires dans le plan (O_s, e_y, e_z) . Les lignes de champ sont représentées en traits pleins.

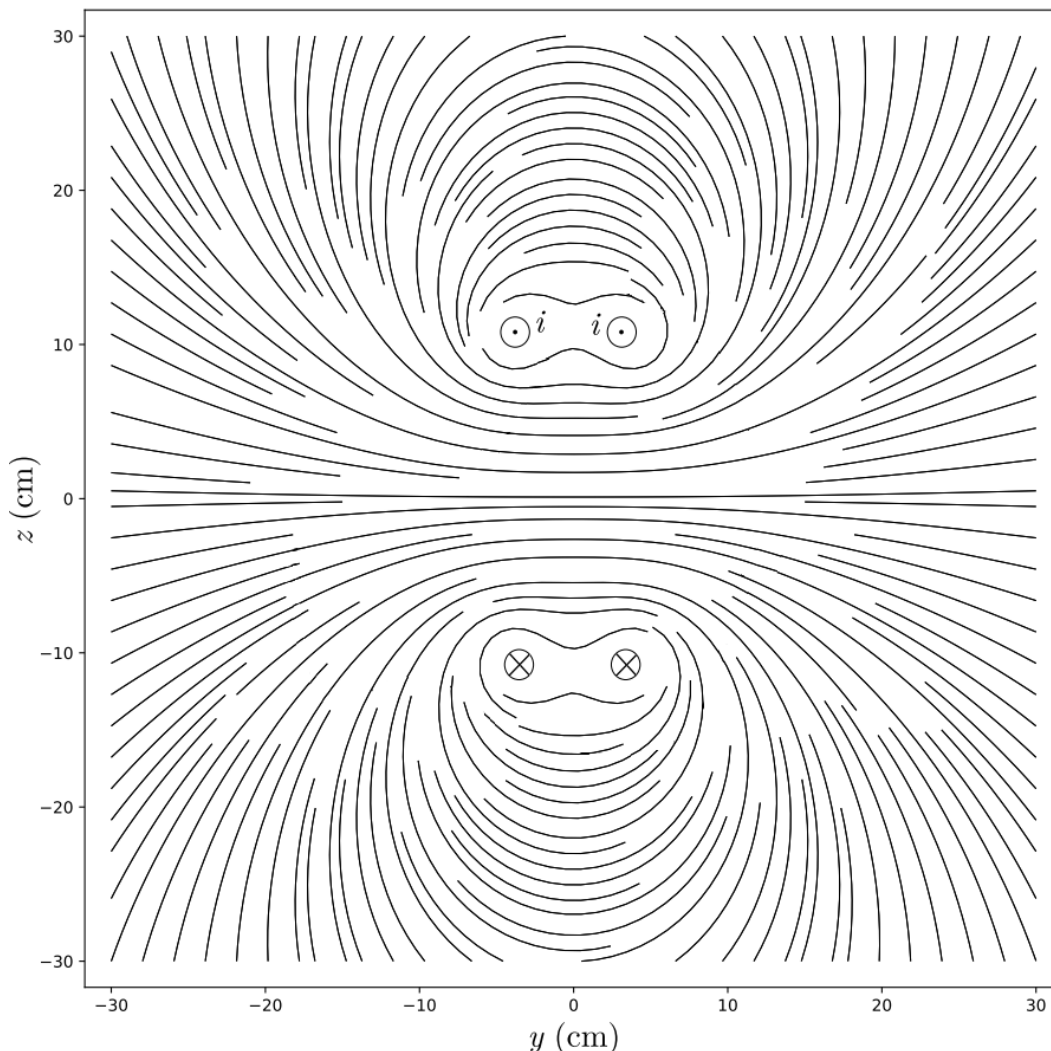


Figure 7 – Allure des lignes de champ créées par une paire de spires du stator

Q1) Reproduire rapidement sur votre copie cette figure avec quelques lignes de champ et représenter leur orientation en supposant $i > 0$. On constate que sur certaines zones, les lignes de champ s’éloignent les unes des autres, et que dans d’autres zones, elles se rapprochent les unes des autres. Que peut-on en déduire dans chaque cas ?

On donne sur la figure 8 une configuration simplifiée de la polarité de trois paires de spires du stator vues de dessus et d'un aimant permanent du train, en fonction de la position x de l'aimant définie sur le schéma.

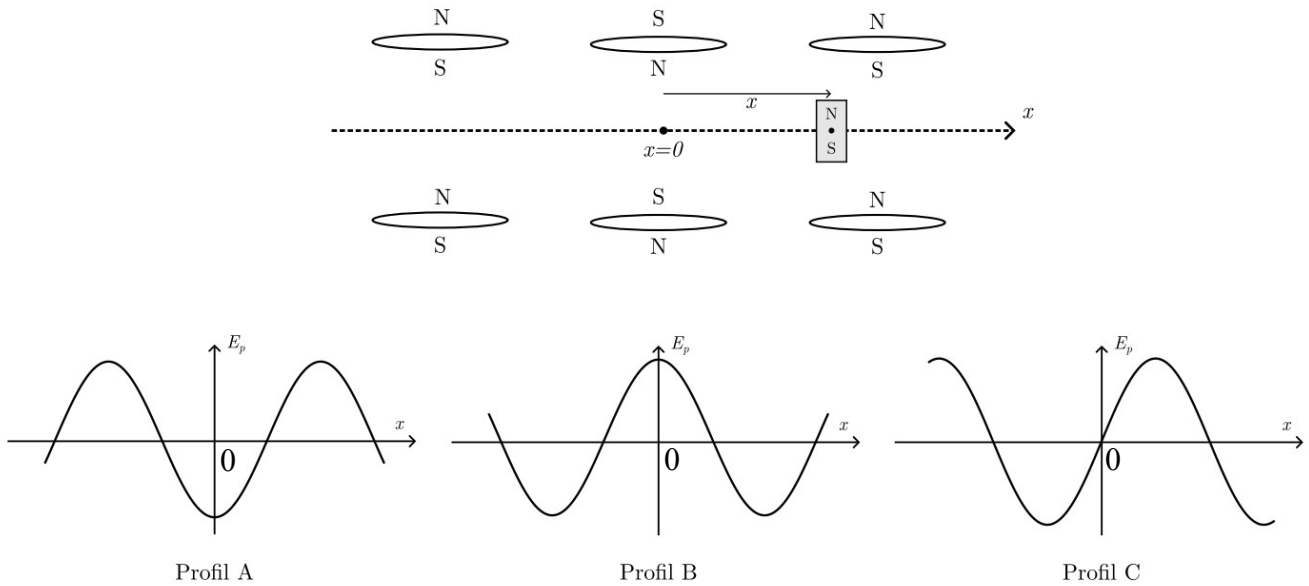


Figure 8 – Étude de l'interaction train/stator

Q2) Identifier, parmi les profils d'énergie potentielle proposés sur la figure 8, lequel décrit le mieux l'interaction entre les spires et l'aimant représentés. Justifier précisément la réponse.

On rappelle que le lien entre la force \vec{F} et l'énergie potentielle E_p est donnée par la relation :

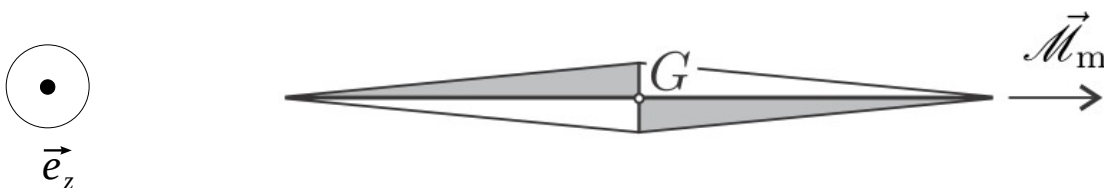
$$\vec{F} = -\frac{dE_p}{dx} \vec{e}_x .$$

Q3) En vous basant sur le profil choisi, expliquer où positionner l'aimant par rapport aux spires pour obtenir une force maximale sur l'aimant dirigée vers la droite. On pourra répondre par un schéma simple. Le rôle du circuit de contrôle du moteur linéaire synchrone est alors de générer un champ d'énergie potentielle glissant qui va maintenir sur les aimants du train une force toujours dirigée vers la droite pendant la phase d'accélération.

Q4) Expliquer comment le système de contrôle de l'alimentation des différentes spires du stator peut permettre de réaliser ceci. Justifier la nécessité d'une rétroaction pour ce système, et préciser comment celle-ci peut être réalisée.

Partie 2 : Utilisation d'une boussole (≈ 1h)

Dans cette partie on utilise une boussole constituée d'une aiguille aimantée mobile, présentant un axe de symétrie longitudinal. Cette aiguille peut pivoter sans frottement autour d'un axe passant par son centre de masse G , perpendiculaire à l'axe de symétrie et orienté par le vecteur unitaire \vec{e}_z . La liaison avec l'axe est du type « pivot parfait » sans frottement. Cette aiguille aimantée se comporte comme un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}_m$ ayant la direction de l'axe de symétrie de celle-ci.



Cette boussole est placée dans un champ magnétique \vec{B} , stationnaire et localement uniforme (il est considéré comme uniforme tout le long de l'aiguille aimantée). Les forces magnétiques soumettent la boussole au couple scalaire : $\Gamma = (\vec{\mathcal{M}}_m \wedge \vec{B}) \cdot \vec{e}_z$.

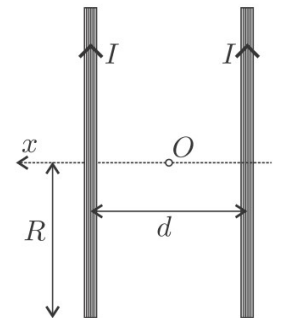
On note J le moment d'inertie de l'aiguille aimantée par rapport à l'axe de rotation. Nous allons étudier les petits mouvements de l'aiguille autour de sa position d'équilibre stable, en négligeant les frottements fluides dus à l'air. Le champ magnétique et l'axe de symétrie de l'aiguille sont dans un plan horizontal. On appelle α l'angle entre la direction de \vec{B} et celle de $\vec{\mathcal{M}}_m$.

Q5) Après avoir exprimé le couple des forces magnétiques s'exerçant sur l'aiguille en fonction des paramètres du problème que sont $B = \|\vec{B}\|$, $\mathcal{M}_m = \|\vec{\mathcal{M}}_m\|$ et α , établir l'équation différentielle dont α est solution.

Q6) En déduire les positions d'équilibre de l'aiguille, et indiquer sans calcul celle qui correspond à l'équilibre stable.

Q7) En supposant $\alpha \ll 1$, donner l'expression de $\alpha(t)$ en notant α_0 la valeur maximale de cet angle, en faisant apparaître le rapport $\kappa = \frac{\mathcal{M}_m}{J}$ et en supposant que $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_{t=0} = 0$.

On cherche à mesurer le rapport κ . Pour cela on mesure la période des petites oscillations de l'aiguille aimantée placée dans un champ magnétique uniforme connu, créé par des bobines de Helmholtz. Les bobines de Helmholtz sont constituées de deux bobines plates, c'est-à-dire d'épaisseur négligeable devant leur rayon, identiques et équidistantes. Chacune d'entre elles comprend N spires circulaires de rayon R , parcourues par le même courant d'intensité I et dont le sens est indiqué sur la figure ci-contre. Ces deux bobines sont distantes de $d = R$. L'axe Ox de révolution des spires a pour origine le point O tel que les bobines soient équidistantes de celui-ci.



On montre qu'en un point M situé à l'abscisse x , sur l'axe Ox , le champ magnétique $\vec{B}(x)$ créé par les

bobines s'écrit :
$$\vec{B}(x) = N\vec{B}_0 \left\{ \left[1 + \left(\frac{x}{R} - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} + \left[1 + \left(\frac{x}{R} + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} \right\}$$

Q8) La quantité $B_0 = \|\vec{B}_0\|$ s'exprime en fonction des paramètres $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$ (perméabilité magnétique du vide), R et I . Choisir, en justifiant précisément ce choix, l'expression de B_0 parmi les suivantes :

$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R} \quad ; \quad B_0 = \frac{\mu_0 R}{2I} \quad ; \quad B_0 = \frac{\mu_0 I R}{2} \quad ; \quad B_0 = \frac{I R}{2\mu_0}$$

Les bobines ont un rayon $R = 15 \text{ cm}$. On donne le développement limité suivant :

$$\left[1 + \left(X \pm \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-3/2} = \frac{8}{5\sqrt{5}} \left[1 \mp \frac{6}{5}X \pm \frac{32}{25}X^3 - \frac{144}{125}X^4 + o(X^4) \right]$$

Q9) Dans quelle zone située sur l'axe Ox , peut-on considérer que la variation relative de la norme du champ est inférieure à 2% ?

Q10) Préciser la valeur numérique de cette norme, sachant que $N = 50$ spires et $I = 4,0 \text{ A}$.

La valeur mesurée de la période des petites oscillations de l'aiguille aimantée est : $T = 0,30 \text{ s}$.

Q11) Déterminer l'unité et calculer la valeur numérique du rapport κ pour cette boussole.

Partie 3 : Épuration des eaux environnementales (≈ 1h20min)

Données (à 25°C) :

- Constantes d'acidité : $\text{H}_3\text{PO}_4 / \text{H}_2\text{PO}_4^- : K_{a1} = 10^{-2,1}$; $\text{H}_2\text{PO}_4^- / \text{HPO}_4^{2-} : K_{a2} = 10^{-7,2}$;
 $\text{HPO}_4^{2-} / \text{PO}_4^{3-} : K_{a3} = 10^{-12,4}$; $\text{NH}_4^+ / \text{NH}_3 : K_{a4} = 10^{-9,2}$.
- Équilibre de dissolution de la struvite : $\text{MgPO}_4\text{NH}_4(\text{s}) \rightleftharpoons \text{Mg}^{2+}(\text{aq}) + \text{PO}_4^{3-}(\text{aq}) + \text{NH}_4^+(\text{aq})$
- Produit de solubilité de la struvite : $K_s = 10^{-11,0}$
- Électronégativité des éléments : $\chi(\text{H}) = 2,1$; $\chi(\text{C}) = 2,5$; $\chi(\text{N}) = 3,0$; $\chi(\text{O}) = 3,5$
- Masse molaire atomique des éléments, exprimée en $\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$:
 $\text{H} : 1,0$; $\text{C} : 12,0$; $\text{N} : 14,0$; $\text{O} : 16,0$; $\text{Mg} : 24,3$; $\text{Cl} : 35,5$
- Potentiel rédox standard : $E^\circ(\text{CO}_2(\text{g}) / \text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{aq})) = 0,08 \text{ V}$; $E^\circ(\text{NO}_3^-(\text{aq}) / \text{N}_2(\text{g})) = 1,24 \text{ V}$

III.A) Déphosphatation des eaux

Une teneur élevée en phosphate dans une eau a des conséquences écologiques néfastes comme l'eutrophisation des lacs. Pour éviter cet inconvénient différents procédés sont mis en œuvre pour réduire la teneur en phosphate dans les eaux à la sortie des stations d'épuration. Un procédé envisageable consiste à précipiter l'ion phosphate sous forme de struvite, un composé ionique peu soluble de formule $\text{MgPO}_4\text{NH}_4(\text{s})$.

Q12) Exprimer le produit de solubilité de la struvite en fonction des concentrations effectives en quantité de ses ions constitutifs à l'équilibre.

Q13) Tracer le diagramme de prédominance des deux formes de l'azote ammoniacal en phase aqueuse (NH_3 et NH_4^+) en fonction du pH.

Q14) Tracer le diagramme de prédominance des diverses formes du phosphate en phase aqueuse (H_3PO_4 , H_2PO_4^- , HPO_4^{2-} et PO_4^{3-}) en fonction du pH.

Un effluent aqueux contient :

- une concentration totale en phosphate : $C_P = [\text{H}_3\text{PO}_4] + [\text{H}_2\text{PO}_4^-] + [\text{HPO}_4^{2-}] + [\text{PO}_4^{3-}] = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$
- une concentration totale en azote ammoniacal $C_N = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = 15 \cdot 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.

Le pH de cet effluent est par ailleurs maintenu égal à 9,2.

Q15) Justifier que dans cet effluent : $[\text{NH}_4^+] = \frac{C_N}{2}$ et $[\text{HPO}_4^{2-}] \simeq C_P$.

Q16) Exprimer $[\text{PO}_4^{3-}]$ en fonction de $[\text{HPO}_4^{2-}]$, pH et $\text{p}K_{a3}$.

Q17) En déduire la valeur numérique de $[\text{PO}_4^{3-}]$ dans l'effluent.

On introduit, sans modification de volume, du chlorure de magnésium $\text{MgCl}_2(\text{s})$, sel totalement soluble dans les conditions utilisées, afin d'entraîner la précipitation du phosphate en struvite.

Q18) Déterminer la valeur numérique de la concentration minimale en ion magnésium, notée $[\text{Mg}^{2+}]_{\text{min}}$, nécessaire pour observer la précipitation de la struvite dans l'effluent.

Q19) En déduire la masse minimale m_0 de chlorure de magnésium que l'on doit introduire dans un échantillon de volume $V_0 = 5,0 \text{ m}^3$ d'effluent pour faire apparaître le précipité de struvite.

III.B) Dénitrification des eaux

Dans les écosystèmes (rivières, plans d'eaux, stations d'épuration biologique des eaux usées,...), les bactéries dites hétérotrophes utilisent la matière organique comme source de carbone et d'énergie pour assurer leur maintenance et se développer. L'énergie est produite par une réaction d'oxydoréduction dans laquelle une partie des composés organiques est oxydée en donnant du dioxyde de carbone et de l'eau. En milieu aérobie, le dioxygène est utilisé comme oxydant dans la chaîne respiratoire des bactéries. En milieu anoxique (en absence de dioxygène), la plupart des bactéries hétérotrophes ont la faculté de remplacer le dioxygène par l'ion nitrate qui est alors réduit en ion nitrite puis en diazote. Ceci constitue la phase de dénitrification de l'effluent, étape d'importance croissante en raison de l'augmentation de la teneur en ion nitrate de nombreuses eaux prévues pour la consommation. Dans l'étude proposée, l'éthanol, de formule C_2H_5OH , représente la matière organique.

Q20) Indiquer le nombre d'oxydation de l'élément carbone dans la molécule d'éthanol et dans la molécule de dioxyde de carbone.

Q21) Écrire la demi-équation électronique du couple CO_2 / C_2H_5OH .

Q22) Déterminer le nombre d'oxydation de l'élément azote dans l'ion nitrate NO_3^- et dans le diazote.

Q23) Écrire la demi-équation électronique du couple NO_3^- / N_2 .

Q24) En déduire l'équation de la réaction d'oxydation de l'éthanol par l'ion nitrate.

Q25) Prouver, à l'aide des données fournies, que la transformation associée est totale.

Q26) Un effluent aqueux de volume égal à $V_1 = 10 \text{ m}^3$ contient l'ion nitrate à la concentration en masse $C_1 = 100 \text{ mg.L}^{-1}$. Déterminer la masse minimale d'éthanol m_1 qu'il faut utiliser pour transformer la totalité de l'ion nitrate de cet effluent en diazote.

Partie 4 : MOXIE (≈ 1h20min)

Données :

- Potentiels standard d'oxydoréduction :

$$E^\circ(Zn^{2+}_{(aq)}/Zn_{(s)}) = -0,76 \text{ V} ; E^\circ(Cu^{2+}_{(aq)}/Cu_{(s)}) = 0,34 \text{ V}$$

- Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 9,65 \cdot 10^4 \text{ C}$

Mars OXYgen ISRU Experiment, littéralement " expérience d'utilisation in situ des ressources en oxygène de Mars ", ou MOXIE, est un instrument du rover Perseverance, lancé depuis la Terre le 30 juillet 2020 et qui a atterri sur la planète Mars le 18 février 2021. Il est destiné à démontrer la faisabilité de la production de dioxygène sur Mars par électrolyse à oxyde solide, appelée SOEC en anglais, du dioxyde de carbone qui constitue 95 % de l'atmosphère martienne. Le 20 avril 2021, MOXIE a produit un total de 5,4 g de dioxygène en une heure, ce qui peut permettre à un astronaute de respirer normalement pendant une dizaine de minutes. MOXIE aspire, compresse et chauffe les gaz atmosphériques martiens au travers d'un filtre, d'un compresseur à spirale et d'éléments chauffants isolés thermiquement, puis scinde le dioxyde de carbone CO_2 en dioxygène O_2 et monoxyde de carbone CO par électrolyse à oxyde solide.

Une SOEC présente le fonctionnement inverse d'une pile à combustible à oxyde solide, appelée SOFC. Nous commencerons par l'étude d'une pile électrochimique classique pour comprendre le principe de fonctionnement de la pile à combustible, puis du module d'électrolyse MOXIE.

La pile classique considérée est constituée de demi-piles séparées par un pont salin : une électrode de zinc solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $Zn^{2+}_{(aq)}$ et une électrode de cuivre solide plongeant dans une solution ionique contenant les ions $Cu^{2+}_{(aq)}$.

Q27) Réaliser un schéma de la pile électrochimique classique précédente.

Q28) Écrire les demi-équations se produisant à l'anode et à la cathode en précisant à chaque fois s'il s'agit d'une oxydation ou d'une réduction.

Q29) Indiquer sur le schéma le sens de circulation et la nature des porteurs de charge dans les fils électriques.

Q30) Préciser la nature des porteurs de charge dans le pont salin, et détailler le rôle de ce pont.

La pile à combustible considérée est alimentée en dihydrogène gazeux $H_2(g)$ et dioxygène gazeux $O_2(g)$. Les couples oxydo-réducteurs sont : $H^+_{(aq)} / H_2(g)$ et $O_2(g) / H_2O(l)$. Le cœur de la pile est composé de deux électrodes, l'anode et la cathode, séparées par un électrolyte.

Q31) Sachant que le réactif oxydé est appelé le combustible de la pile, déterminer l'espèce chimique qui constitue le combustible parmi les espèces présentes dans les couples rédox fournis.

Q32) Écrire les deux demi-équations d'oxydoréduction.

Q33) Écrire les formules de Nernst associées à ces deux couples (on considérera un fonctionnement à la température ambiante de 298 K).

Q34) Déterminer l'expression de la force électromotrice de cette pile.

Une variante de la pile à combustible étudiée ci-dessus est une pile à oxyde solide (SOFC en anglais), dans laquelle les ions oxyde O^{2-} migrent de la cathode alimentée en air vers l'anode alimentée en dihydrogène et où l'eau est produite. Une telle pile à combustible de type SOFC utilise comme oxyde solide la zircone stabilisée à l'yttrium (YSZ en anglais) correspondant à une substitution partielle de l'ion zirconium par l'ion yttrium dans l'oxyde ZrO_2 .

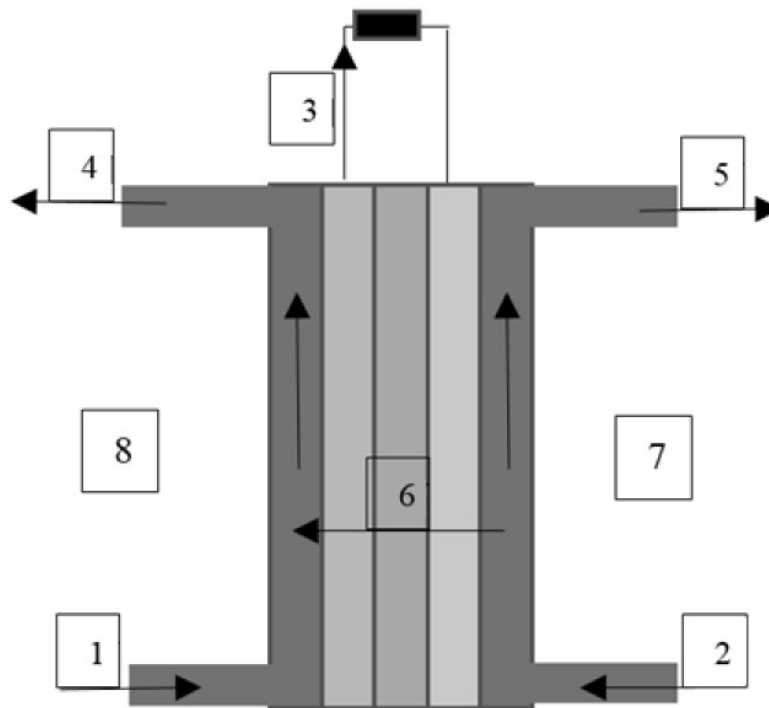


Figure 3 - Schéma de la pile à combustible SOFC

Q35) Établir la correspondance entre les huit numéros du schéma de la **figure 3** et la liste suivante :

$H_2(g)$; air (dont $O_2(g)$) ; O^{2-} ; électrons ; anode ; cathode ; $H_2O(l) + H_2(g)$; air appauvri

Q36) La cathode constitue-t-elle le pôle positif ou négatif ? Justifier.

Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

Q37) En considérant le dihydrogène comme un gaz parfait, calculer la quantité de matière de dihydrogène correspondant à cette masse, puis le volume occupé par cette quantité de gaz à 20°C sous pression atmosphérique ($P_{atm} = 1,0 \cdot 10^5$ Pa). Commenter la valeur obtenue.

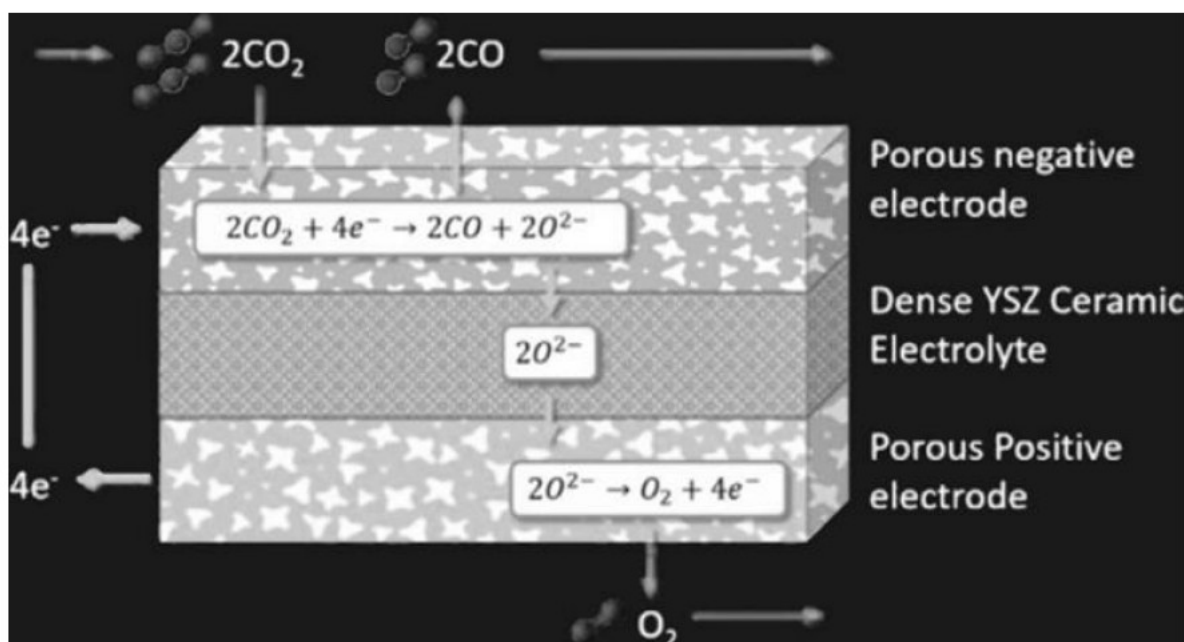
N.B. : Aucune connaissance sur l'électrolyse n'est nécessaire pour répondre aux questions suivantes.

On considère maintenant l'électrolyse de l'eau $H_2O_{(l)}$ qui correspond à la réaction inverse, c'est-à-dire à la formation par voie électrochimique d' $H_{2(g)}$, ainsi que d' $O_{2(g)}$, par l'application d'un courant électrique au travers de deux électrodes séparées par un électrolyte.

Q38) Donner l'équation de la réaction d'électrolyse de l'eau.

Q39) À partir du **document 6**, écrire l'équation de la réaction de l'électrolyseur utilisant le CO_2 de l'atmosphère martienne.

Document 6 - Moxie



Où YSZ désigne l'oxyde de zirconium stabilisé à l'yttrium (substitution partielle d'ions zirconium par des ions yttrium dans l'oxyde ZrO_2)

Source : Meyen, FE, Hecht, MH et Hoffman, JA (2016).
Modèle thermodynamique de l'expérience ISRU sur l'oxygène de Mars (MOXIE).
Acta Astronautica

Q40) Dans quel but l'électrolyse du dioxyde de carbone peut-elle être mise en œuvre sur Mars ou dans la station spatiale internationale ?

Fin de l'épreuve