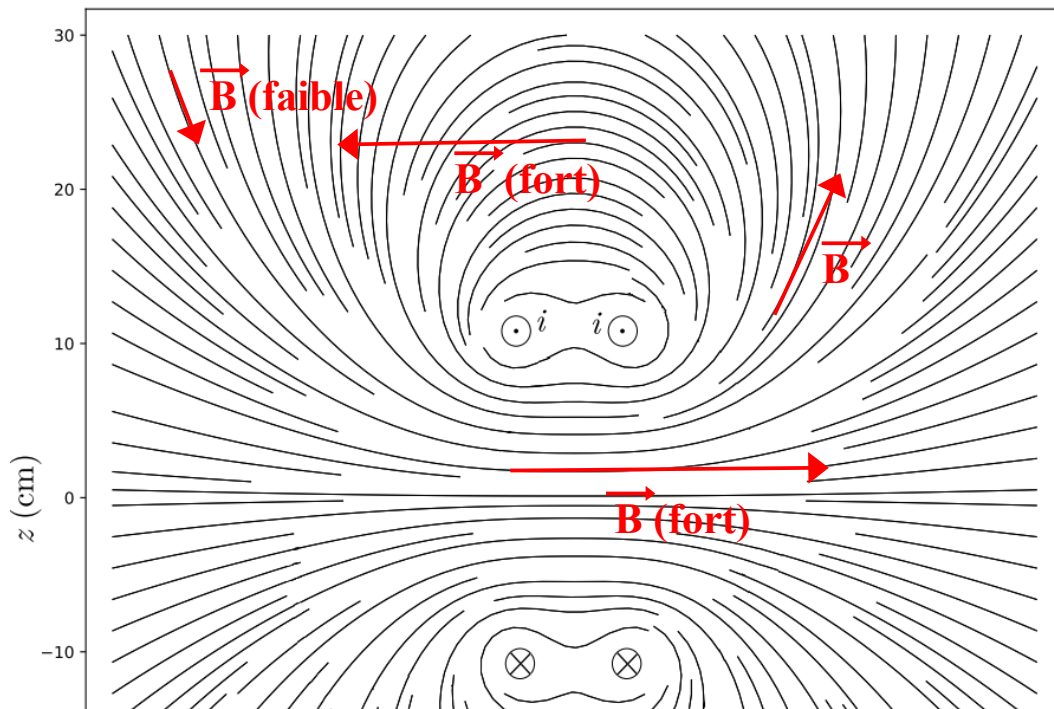


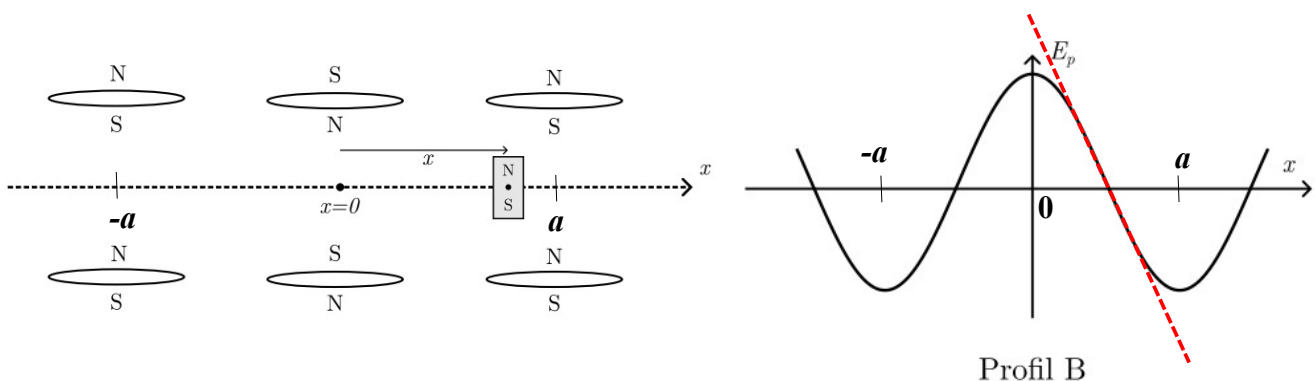
Correction du DS n°8

Partie 1 : Principe d'un moteur linéaire synchrone (CCS TSI 2025)

Q1) En appliquant la règle de la main droite, on retrouve l'orientation du champ magnétique, qui entourent les courants électriques. Lorsque les lignes de champ s'éloignent les unes des autres, l'intensité du champ magnétique diminue, et lorsque les lignes se resserrent, l'intensité du champ magnétique augmente.



Q2) L'interaction entre l'aimant permanent et les bobines est très défavorable (énergie potentielle la plus élevée) lorsque les pôles magnétiques identiques sont face à face, ce qui correspond à la valeur $x = 0$. Au contraire, l'énergie potentielle est minimale (position d'équilibre stable) lorsque les pôles opposés sont face à face. Le profil B est donc celui qui décrit le mieux l'interaction entre les spires et l'aimant.



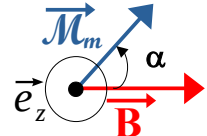
Q3) Puisque $\vec{F} = -\frac{dE_p}{dx} \vec{e}_x$, la force est extrême lorsque la pente de l'énergie potentielle est elle-même extrême. Par ailleurs, si on souhaite une force orientée vers les x croissants, il faut que cette pente soit négative. Ces deux conditions reviennent à choisir une position de l'aimant comprise en $x=a/2$, exactement au milieu entre le couple de spires situé en $x=0$ (qui le repousse) et celui situé en $x = a$ (qui l'attire).

Q4) Pour que l'accélération de l'aimant soit toujours dirigée vers la droite, donc que la force reste maximale et dans le bon sens, il faut régulièrement inverser les pôles des bobines, de manière à ce qu'il soit toujours repoussé par le couple à sa gauche et toujours attiré par le couple à sa droite. L'inversion des pôles se fait tout simplement en inversant le sens du courant parcourant les bobines. Pour que le système réagisse convenablement à la position de l'aimant, il faut une rétroaction basée sur la position de l'aimant de manière à ce que cette position coordonne l'inversion des pôles. Il faut donc installer un **capteur de position** du train.

Partie 2 : Utilisation d'une boussole (CCP PSI 2016)

Q5) D'après l'expression du produit mixte : $\Gamma = -\|\vec{\mathcal{M}}_m\| \|\vec{B}\| \sin \alpha$, soit :

$$\Gamma = -\mathcal{M}_m B \sin \alpha$$



Si on applique le **théorème du moment cinétique** au système {aiguille aimantée}, de moment d'inertie $J = \text{cste}$, étudié dans le référentiel terrestre local, supposé galiléen, on obtient l'équation différentielle vérifiée par l'angle α : $J \ddot{\alpha} = -\mathcal{M}_m B \sin \alpha$ (en l'absence de frottements)

Q6) Les positions d'équilibre de l'aiguille correspondent aux situations pour lesquelles $\alpha = \text{cste}$ donc $\ddot{\alpha} = 0$, et donc $\sin \alpha = 0$. Les positions d'équilibre correspondent donc à :

$$\alpha = 0 \text{ (} \vec{\mathcal{M}}_m \text{ et } \vec{B} \text{ colinéaires de même sens)} \text{ et } \alpha = \pi \text{ (} \vec{\mathcal{M}}_m \text{ et } \vec{B} \text{ colinéaires de sens opposés)}$$

Celle qui correspond à l'équilibre stable est $\alpha_{\text{eqb stable}} = 0$, car dans le cas d'un léger écart à cette situation, le couple magnétique ramène l'aiguille vers cette position.

Q7) En supposant $\alpha \ll 1$, donc qu'on s'écarte peu de la position d'équilibre stable, on peut faire l'**approximation des petits angles** et considérer que $\sin \alpha \simeq \alpha$, l'équation différentielle se ré-écrit :

$$J \ddot{\alpha} + \mathcal{M}_m B \alpha = 0 \text{ ou encore : } \ddot{\alpha} + \kappa B \alpha = 0 \text{ avec } \kappa = \frac{\mathcal{M}_m}{J}$$

On reconnaît l'**équation différentielle d'un oscillateur harmonique** dont les solutions sont de la forme :

$$\alpha(t) = \lambda \cos(\sqrt{\kappa B} t) + \mu \sin(\sqrt{\kappa B} t) \text{ avec } \lambda \text{ et } \mu \text{ deux constantes à déterminer.}$$

On en déduit : $\dot{\alpha}(t) = -\lambda \sqrt{\kappa B} \sin(\sqrt{\kappa B} t) + \mu \sqrt{\kappa B} \cos(\sqrt{\kappa B} t)$, et donc que $\dot{\alpha}(t=0) = \mu \sqrt{\kappa B}$

Puisqu'on suppose que $\left(\frac{d\alpha}{dt}\right)_{t=0} = 0$, on en déduit que $\mu=0$, et donc : $\alpha(t) = \alpha_0 \cos(\sqrt{\kappa B} t)$ en notant α_0 la valeur maximale de l'angle, donc son amplitude.

Q8) D'après le cours de TS11 (notion admise) : $[B] = [\mu_0] \text{ I.L}^{-1}$. La seule expression cohérente est donc

la première proposée : $B_0 = \frac{\mu_0 I}{2R}$

Q9) Grâce à l'expression du champ magnétique fourni, et en posant $X = \frac{x}{R}$, on peut écrire :

$$\|\vec{B}\|(X) = N B_0 \left\{ \left[1 + \left(X - \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} + \left[1 + \left(X + \frac{1}{2} \right)^2 \right]^{-\frac{3}{2}} \right\}$$

Et en supposant que X est suffisamment faible, on peut utiliser le développement limité fourni :

$$\|\vec{B}\|(X) \simeq \frac{8 N B_0}{5\sqrt{5}} \left\{ \left[1 + \frac{6}{5}X - \frac{32}{25}X^3 - \frac{144}{125}X^4 \right] + \left[1 - \frac{6}{5}X + \frac{32}{25}X^3 - \frac{144}{125}X^4 \right] \right\} = \frac{16 N B_0}{5\sqrt{5}} \left(1 - \frac{144}{125}X^4 \right)$$

On identifie dans cette expression que la norme du champ magnétique est maximale au centre du système, en O , pour lequel : $\|\vec{B}\|(O) = \frac{16 N B_0}{5\sqrt{5}} = B_{\max}$, et on en déduit que pour X assez faible, la variation

relative de la norme du champ magnétique peut s'écrire : $\frac{B_{\max} - \|\vec{B}\|(X)}{B_{\max}} \simeq \frac{144}{125}X^4$

Ainsi, pour avoir une variation relative de champ magnétique inférieure à 2%, il faut que :

$$\frac{144}{125}X^4 \leq 2\% \Leftrightarrow |X| \leq \left(\frac{0,02 \times 125}{144} \right)^{\frac{1}{4}} = 0,36 \quad (\text{on supposera que c'est assez faible pour négliger le}$$

reste du développement limité...), ce qui correspond à : $x \in [-0,36 R; 0,36 R] = [-5,4 \text{ cm}; +5,4 \text{ cm}]$

Le champ magnétique reste uniforme sur une assez grande distance sur l'axe des bobines de Helmholtz, et c'est largement suffisant pour avoir l'uniformité sur la taille de l'aiguille !

Q10) Dans ces conditions, on a : $B = \|\vec{B}\| \simeq B_{\max} = \frac{16 N B_0}{5\sqrt{5}} = \frac{8 N \mu_0 I}{5\sqrt{5} R}$

A.N. : $B \equiv \frac{8 \times 50 \times 4 \pi \cdot 10^{-7} \times 4,0}{5\sqrt{5} \times 0,15} \equiv 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$

Remarque : on est assez nettement au-dessus de la valeur du champ magnétique terrestre pour pouvoir le négliger.

Q11) La période des petites oscillations de l'aiguille aimantée est : $T = \frac{2\pi}{\sqrt{\kappa B}} \Leftrightarrow \kappa = \frac{4\pi^2}{B T^2}$

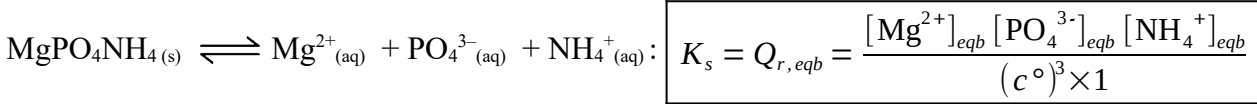
A.N. : $\kappa \equiv \frac{4\pi^2}{1,2 \cdot 10^{-3} \times 0,30^2} \equiv 3,7 \cdot 10^5 \text{ USI}$

On peut exprimer κ en $\text{T}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ (UdSI) mais c'est moche... ou bien en $\mathbf{A} \cdot \mathbf{kg}^{-1}$ (vraie USI), ce qui est beaucoup plus classe ! En effet, le moment magnétique s'exprime en $\text{A} \cdot \text{m}^2$ et le moment d'inertie en $\text{kg} \cdot \text{m}^2$.

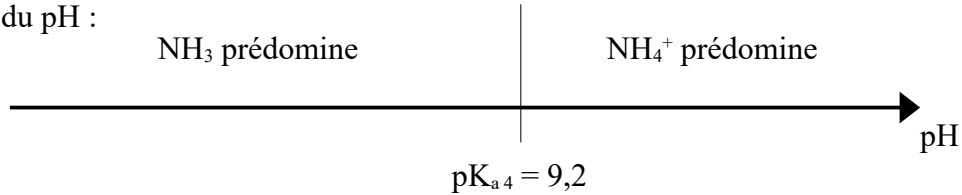
Partie : Épuration des eaux environnementales

III.A) Déphosphatation des eaux

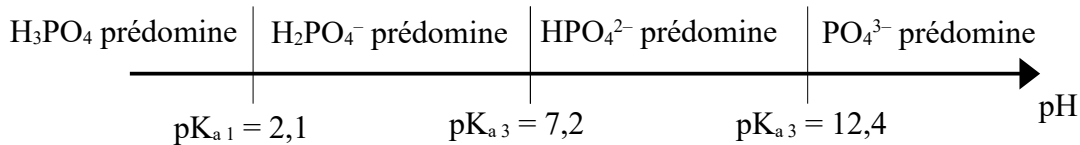
Q12) D’après l’équilibre de dissolution de la struvite dans l’eau, on en déduit l’expression du quotient réactionnel à l’équilibre (relation de Guldberg & Waage) :



Q13) Diagramme de prédominance des deux formes de l’azote ammoniacal en phase aqueuse (NH_3 et NH_4^+) en fonction du pH :



Q14) Diagramme de prédominance des diverses formes du phosphate en phase aqueuse (H_3PO_4 , H_2PO_4^- , HPO_4^{2-} et PO_4^{3-}) en fonction du pH :



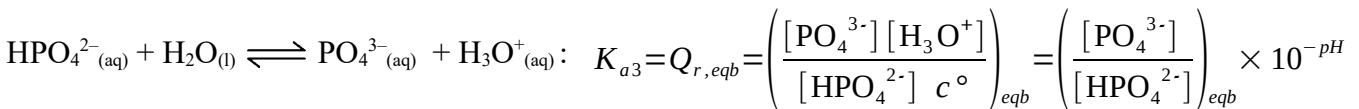
Un effluent aqueux contient une concentration totale en phosphate $C_P = [\text{H}_3\text{PO}_4] + [\text{H}_2\text{PO}_4^-] + [\text{HPO}_4^{2-}] + [\text{PO}_4^{3-}] = 4,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ et une concentration totale en azote ammoniacal $C_N = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = 15 \cdot 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$. Le pH de cet effluent est maintenu égal à 9,2.

Q15) Puisque $\text{pH} = \text{pK}_{a4}$, alors $[\text{NH}_4^+] = [\text{NH}_3]$. On en déduit donc $C_N = [\text{NH}_4^+] + [\text{NH}_3] = 2 [\text{NH}_4^+]$

et donc que $\boxed{[\text{NH}_4^+] = \frac{C_N}{2}}$.

Par ailleurs, on constate sur le diagramme de prédominance des formes du phosphate, qu’à $\text{pH} = 9,2$, c’est l’espèce HPO_4^{2-} qui prédomine, et qui est même majoritaire. On peut donc considérer que $[\text{H}_2\text{PO}_4^-] \ll [\text{HPO}_4^{2-}]$, mais aussi $[\text{PO}_4^{3-}] \ll [\text{HPO}_4^{2-}]$, et $[\text{H}_3\text{PO}_4] \ll [\text{HPO}_4^{2-}]$. On en déduit donc que : $\boxed{[\text{HPO}_4^{2-}] \simeq C_P}$

Q16) La constante d’acidité K_{a3} est la constante d’équilibre de la réaction :



D’où : $\boxed{[\text{PO}_4^{3-}] = K_{a3} \times 10^{\text{pH}} \times [\text{HPO}_4^{2-}] = C_P \times 10^{(\text{pH} - \text{pK}_{a3})}}$

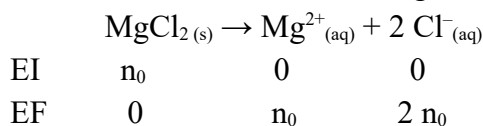
Q17) A.N. : $\boxed{[\text{PO}_4^{3-}] = 4,0 \cdot 10^{-3} \times 10^{(9,2-12,4)} \simeq 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}}$

Q18) La précipitation de la struvite dans l’effluent va intervenir dès que :

$$[\text{Mg}^{2+}] [\text{PO}_4^{3-}] [\text{NH}_4^+] > K_s (c^\circ)^3 \Leftrightarrow \boxed{[\text{Mg}^{2+}] > [\text{Mg}^{2+}]_{\text{min}} = \frac{K_s (c^\circ)^3}{[\text{PO}_4^{3-}] [\text{NH}_4^+]}}$$

$$\text{A.N. : } [\text{Mg}^{2+}]_{\min} = \frac{10^{-11,0} \times 1^3}{2,5 \cdot 10^{-6} \times \frac{15 \cdot 10^{-3}}{2}} = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Q19) La dissolution du chlorure de magnésium dans l'effluent est totale :



La masse minimale m_0 de chlorure de magnésium à introduire dans $V_0 = 5,0 \text{ m}^3$ d'effluent pour faire apparaître le précipité de struvite est donc telle que : $[\text{Mg}^{2+}]_{\min} = \frac{n_0}{V_0} = \frac{m_0}{M(\text{MgCl}_2) V_0}$, soit :

$$m_0 = [\text{Mg}^{2+}]_{\min} M(\text{MgCl}_2) V_0$$

$$\text{A.N. : } m_0 = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times (24,3 + 2 \times 35,5) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \times 5,0 \cdot 10^3 \text{ L} = 0,25 \text{ kg}$$

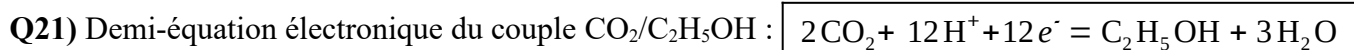
III.B) Dénitrification des eaux

Q20) On peut considérer que n.o.(O) = -II car il n'est lié qu'à des éléments moins électronégatifs que lui et n.o.(H) = +I car il n'est lié qu'à des éléments plus électronégatifs que lui, alors :

- dans la molécule d'éthanol : $2 \text{ n.o.}(\text{C}) + 6 \text{ n.o.}(\text{H}) + \text{ n.o.}(\text{O}) = 0 \Leftrightarrow \boxed{\text{ n.o.}(\text{C}) = -\text{II}}$

- dans la molécule de dioxyde de carbone : $\text{ n.o.}(\text{C}) + 2 \text{ n.o.}(\text{O}) = 0 \Leftrightarrow \boxed{\text{ n.o.}(\text{C}) = +\text{IV}}$

L'élément carbone est donc oxydé lorsqu'on passe de l'éthanol au dioxyde de carbone.

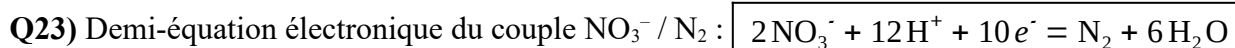


Q22) Par définition : $\boxed{\text{ n.o.}(\text{N dans } \text{N}_2) = 0}$

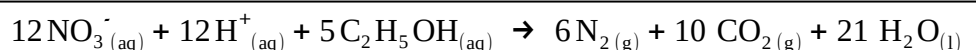
Et puisque $\chi(\text{N}) < \chi(\text{O})$, n.o.(O dans NO_3^-) = -II et donc :

$$\text{ n.o.}(\text{N dans } \text{NO}_3^-) + 3 \text{ n.o.}(\text{O dans } \text{NO}_3^-) = -\text{I} \Leftrightarrow \boxed{\text{ n.o.}(\text{N dans } \text{NO}_3^-) = +\text{V}}$$

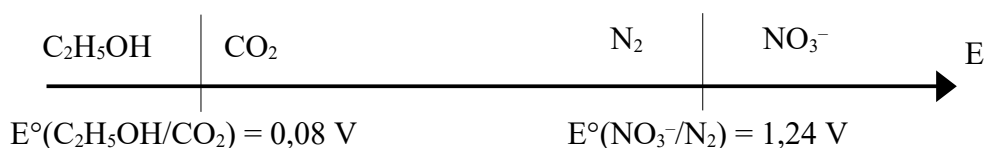
L'élément azote est donc réduit lorsqu'on passe de l'ion nitrate NO_3^- au diazote.



Q24) On obtient l'équation de la réaction d'oxydation de l'éthanol par l'ion nitrate en multipliant par 6 la demi-équation électronique du couple NO_3^-/N_2 et par (-5) celle du couple $\text{CO}_2/\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$:



Q25) La transformation associée est **totale**, car les espèces chimiques éthanol $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ et ion nitrate NO_3^- sont **incompatibles d'après le diagramme d'existence/prédominance** suivant :



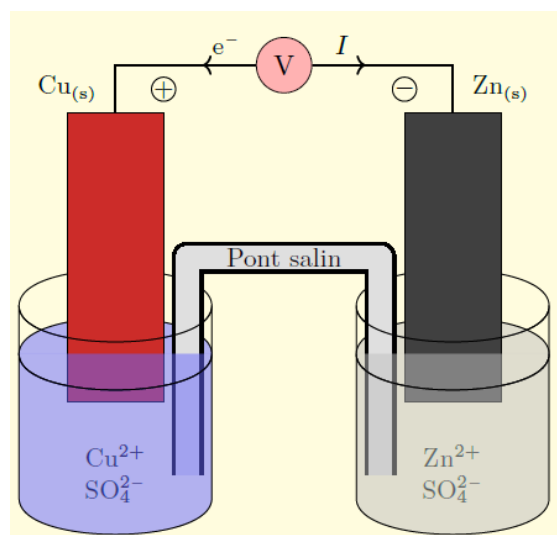
Q26) Il faut introduire 5/12 fois la quantité d'éthanol correspondant à celle d'ion nitrate pour être dans les proportions stœchiométriques de la réaction, ce qui correspond donc à une masse minimale m_1 telle que :

$$n_{\text{min éthanol}} = \frac{m_1}{M(\text{C}_2\text{H}_5\text{OH})} = \frac{5}{12} n_{\text{nitrate}} = \frac{5}{12} \frac{C_1 V_1}{M(\text{NO}_3^-)} \Leftrightarrow \boxed{m_1 = \frac{5}{12} C_1 V_1 \frac{M(\text{C}_2\text{H}_5\text{OH})}{M(\text{NO}_3^-)}}$$

A.N. : $m_1 = \frac{5}{12} \times 100 \cdot 10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{L}^{-1} \times 10 \cdot 10^3 \text{ L} \times \frac{(2 \times 12,0 + 6 \times 1,0 + 16,0) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{(14,0 + 3 \times 16,0) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,31 \text{ kg}$

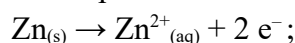
Partie 4 : MOXIE (CCINP 2023)

Q27) Schéma de la pile Daniell => cf cours !

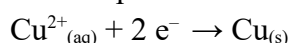


Q28) Puisque $E^\circ(\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})} / \text{Cu}_{(\text{s})}) > E^\circ(\text{Zn}^{2+}_{(\text{aq})} / \text{Zn}_{(\text{s})})$, les espèces chimiques incompatibles sont l'ion $\text{Cu}^{2+}_{(\text{aq})}$ et le métal $\text{Zn}_{(\text{s})}$.

La demi-équation se produisant à l'**anode** correspond donc à l'**oxydation** du métal zinc :



la demi-équation se produisant à la **cathode** correspond donc à la **réduction** de l'ion cuivre (II) :



Q29) cf. cours & schéma : ce sont les **électrons qui transitent par les fils du circuit électrique** depuis l'électrode de zinc (pôle négatif) vers l'électrode de cuivre (pôle positif).

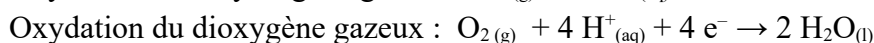
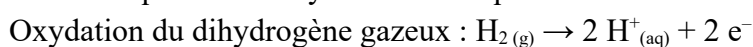
Q30) En solution, et notamment **dans le pont salin, les porteurs de charge sont les ions**. Plus précisément, les anions migrent en solution depuis l'électrode de cuivre vers l'électrode de zinc (en passant pas le pont salin) et les cations migrent en solution depuis l'électrode de zinc vers l'électrode de cuivre (en passant pas le pont salin).

Le pont salin permet une **séparation physique des réactifs**, tout en assurant le passage du courant (en fermant le circuit électrique) ainsi que l'**électroneutralité des solutions**.

Q31) Sachant que le réactif oxydé est appelé le combustible de la pile, déterminer l'espèce chimique qui constitue le combustible parmi les espèces présentes dans les couples rédox fournis.

Les deux réactifs de la pile sont le dihydrogène et le dioxygène. Le seul de ces réactifs qui peut être oxydé est le dihydrogène gazeux $\text{H}_2_{(\text{g})}$ (en ion hydrogène $\text{H}^+_{(\text{aq})}$), qui est donc le combustible de cette pile.

Q32) Les demi-équations d'oxydoréduction qui interviennent sont :



Q33) Formule de Nernst associée au couple $H^+_{(aq)} / H_{2(g)}$:

$$E_1 = E^\circ(H^+_{(aq)}/H_{2(g)}) + \frac{0,06 \text{ V}}{2} \log \left[\left(\frac{[H^+]}{c^\circ} \right)^2 \frac{P^\circ}{P_{H_2}} \right]$$

Formule de Nernst associée au couple $O_{2(g)} / H_2O_{(l)}$:

$$E_2 = E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) + \frac{0,06 \text{ V}}{4} \log \left[\left(\frac{[H^+]}{c^\circ} \right)^4 \frac{P_{O_2}}{P^\circ} \right]$$

Q34) La force électromotrice de cette pile a donc pour expression :

$$e = E_2 - E_1 = E^\circ(O_{2(g)}/H_2O_{(l)}) - E^\circ(H^+_{(aq)}/H_{2(g)}) + \frac{0,06 \text{ V}}{4} \log \frac{P_{O_2} (P_{H_2})^2}{(P^\circ)^3}$$

Q35) Ce sont des ions oxyde O^{2-} qui migrent de la cathode vers l'anode, donc : $6 \equiv O^{2-}$, $7 \equiv \text{cathode}$ et $8 \equiv \text{anode}$;

À la cathode (droite du schéma) a lieu la réduction du dioxygène de l'air, donc : $2 \equiv \text{air (dont } O_{2(g)})$ et $5 \equiv \text{air appauvri (en } O_{2(g)})$;

À l'anode (à droite du schéma) a lieu l'oxydation du dihydrogène gazeux, donc : $1 \equiv H_{2(g)}$ et $4 \equiv H_2O_{(l)} (+ H_{2(g)} \text{ visiblement en excès})$.

Enfin, les électrons circulent dans les fils du circuit électrique externe, donc : $3 \equiv \text{électrons}$

Q36) Comme pour la pile Daniell, les électrons circulent du pôle négatif vers le pôle positif, donc **la cathode constitue le pôle positif.**

Dans un véhicule motorisé fonctionnant grâce à une pile à combustible, on estime à 1,5 kg la masse de dihydrogène nécessaire pour parcourir 250 km.

Q37) Connaissant la masse molaire du dihydrogène (cf. partie 3), la quantité de dihydrogène correspondant à une masse de $m = 1,5 \text{ kg}$ vaut :

$$n = \frac{m}{M(H_2)} \quad \text{A.N. : } n = \frac{1,5 \cdot 10^3 \text{ g}}{(2 \times 1,0) \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}} = 0,75 \text{ kmol}$$

En considérant le dihydrogène comme un gaz parfait, on en déduit le volume occupé par cette quantité de gaz à $\theta = 20^\circ\text{C}$ ($T = 293 \text{ K}$) sous pression atmosphérique ($P_{\text{atm}} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$) :

$$V = \frac{nRT}{P_{\text{atm}}} \quad \text{A.N. : } V = \frac{7,5 \cdot 10^2 \text{ USI} \times 8,31 \text{ USI} \times 293 \text{ USI}}{1,0 \cdot 10^5 \text{ USI}} = 18 \text{ m}^3$$

On comprend assez bien l'inconvénient d'une telle pile à combustible : le stockage du combustible dans les conditions ambiantes de température et de pression prend une place démesurée ! On peut améliorer les choses en comprimant le dihydrogène, ce qui engendre un nouveau problème de sécurité...

Q38) Dans le cadre de l'électrolyse de l'eau :

- on réduit l'eau en dihydrogène : $2 H^+_{(aq)} + 2 e^- \rightarrow H_{2(g)}$
- on oxyde l'eau en dioxygène : $2 H_2O_{(l)} \rightarrow O_{2(g)} + 4 H^+_{(aq)} + 4 e^-$

On en déduit donc l'équation de réaction correspondant à l'électrolyse : $2 H_2O_{(l)} \rightarrow O_{2(g)} + 2 H_{2(g)}$

Il s'agit d'une réaction forcée correspondant à la réaction retour de la réaction spontanée de la pile à combustible de **Q31** → **Q33**.

Q39) D'après le **document 6**, l'équation de la réaction de l'électrolyseur utilisant le CO_2 de l'atmosphère martienne est : $2\text{CO}_{2(g)} \rightarrow \text{O}_{2(g)} + 2\text{CO}_{(g)}$

Q40) L'électrolyse du dioxyde de carbone (largement présent dans l'atmosphère martienne) permet de produire le dioxygène nécessaire à la respiration des astronautes. Dans le cadre de la station spatiale internationale, le dioxyde de carbone rejeté lors de l'expiration des astronautes peut ainsi être recyclé en dioxygène.

Dans tous les cas, il faudra bien sûr ne pas se tromper d'électrode pour la récupération du gaz : si on récupère bien du dioxygène à l'anode (l'élément oxygène est oxydé de $-II$ dans CO_2 à 0 dans O_2), c'est du monoxyde de carbone, particulièrement mortel, qui est produit à la cathode (l'élément carbone est réduit, de $+IV$ dans CO_2 à $+II$ dans CO) !!!