Chapitre 18 : Espace vectoriels

- Tout et
- Somme de sous-espaces vectoriels
- Somme directe
- Supplémentaires
- Base adaptée

Chapitre 21 : Applications linéaires

- Espace des applications linéaire.
- rang, noyau, image.
- Lien famille des images.
- Matrice d'une application linéaire.

Pas encore de théorème du rang.

Chapitre 23 : Variables aléatoires

- Définition VA.
- Évènements associé.
- Loi de variable aléatoire.
- Espérance, Variance.
- Pas encore de lois usuelles.
- Pas de formule de Bienaymé-Tchebychev sauf si vous donnez la formule et expliquez tout... et de toute façon, pourquoi vous auriez envie de faire un exo comme ça ? ? !

Questions de cours

△ Question rapide

Toutes les colles commencent par l'énoncé :

- d'une formule de trigo
- **et** d'une dérivée usuelle
- **et** d'une primitive usuelle

ou

- d'un graphe de fonction usuelle
- **et** d'un développement limité usuel

□ Récitation

- Définition de la somme de sous-espaces vectoriels. *(Chap. 18D)*
- Définition et caractérisation de la somme directe de deux sous-espaces vectoriels. *(Chap. 18D)*
- Formule de changement de base pour les vecteurs. *(Chap. 21C)*
- Formule de changement de base pour les applications linéaires. *(Chap. 21C)*

■ Démonstrations et exercices de cours

- Montrer que l'ensemble des fonctions paires et impaires sont supplémentaires dans l'ensemble des fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. *(Chap. 18D)*
- Soit $f : \begin{pmatrix} \mathbb{R}_2[X] & \longrightarrow & \mathbb{R}_2[X] \\ aX^2+bX+c & \mapsto & (3c-b+a)+(2c+a)X+aX^2 \end{pmatrix}$, en notant $\mathcal{B}$ la base canonique de $\mathbb{R}_2[X]$ et $\mathcal{B}' = (1+X-X^2, X+X^2, 1+X)$. Déterminer

- ► $A = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}}(f)$, ► $P = P_{\mathcal{B},\mathcal{B}'}$, ► $D = \mathrm{Mat}_{\mathcal{B}'}(f)$

  et justifier que A et D sont semblables. *(Chap. 21C)*

- Un conseil d'administration valide sa décision lorsque 10 au moins des 12 membres sont d'accord. Chacun des membres prend sa décision indépendamment des autres et choisit d'accepter avec la probabilité $\frac{3}{4}$. Déterminer le nombre moyen de membres qui acceptent, puis la probabilité que la décision soit validée. *(Chap. 23C)*

- Soient $d = \mathrm{Vect}\left(\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}\right)$ et $\mathcal{P} = \left\{\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} \in \mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R}) \;\middle|\; x+y+z=0\right\}$ *(Chap. 21C)*

  1. Justifier que d et $\mathcal{P}$ sont des sous-espaces vectoriels de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$,
  2. montrer que $\mathcal{P}$ et d sont en somme directe,
  3. trouver une base de $\mathcal{P}$,
  4. montrer que d et $\mathcal{P}$ sont supplémentaires dans $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ et en déduire une base de $\mathcal{M}_{3,1}(\mathbb{R})$ adaptée à la décomposition.

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Changement de base.
- **New** Lois usuelles
- Matrices : d'un vecteur dans une base, d'une famille dans une base, de passage, d'une application linéaire entre deux bases.
- Loi de variable aléatoire.

En exo supplémentaire

- Déterminer image et noyau d'une application linéaire.