Correction du DS n°2

1ère Partie : Dimensions, unités, conversions et définitions

I.A) Conversions :

I.A.1) 0,53 daN = $0{,}53 \times 10^1$ N = $5{,}3 \times 10^9$ nN
I.A.2) 380 mmol.cm^{-2} = $3{,}80.10^{-1}$ mol.$(10^{-2}\ \text{m})^{-2}$ = $3{,}80.10^{-1+4}$ mol.m^{-2} = $3{,}80.10^3$ USI
I.A.3) 60 µL.min^{-1} = 60.10^{-6} L.$(60\ \text{s})^{-1}$ = $1{,}0.10^{-6}$ L.s^{-1} = $1{,}0.10^{-9}$ m³.s^{-1} = $1{,}0.10^{-9}$ USI
I.A.4) 7,200 nJ = $7{,}200.10^{-9}$ W.s = $7{,}200.10^{-9}$ Wx(1h/3600) = $2{,}000.10^{-12}$ W.h = $2{,}000.10^{-15}$ kW.h

I.B) Définitions… cf cours !!!

2ème Partie : Étude d'un réfractomètre

II.1) Le rayon lumineux ne subit pas de déviation à l'entrée du réfractomètre car il arrive en **incidence normale** sur le dioptre d'entrée.

II.2.a) cf. belle figure en fin de correction !

II.2.b) La somme des angles du triangle AIK vaut π rad, donc : $\frac{\pi}{2}-i_1+\frac{\pi}{2}+\alpha = 0 \Leftrightarrow \boxed{i_1 = \alpha}$

II.3.a) Puisque **la lumière passe d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent** (n < N), alors le RL réfracté doit être plus proche que le RL incident de la normale au dioptre (en I) : d'après la loi de Snell-Descartes pour la réfraction, on a $n \sin i_1 = N \sin i_2$, or n < N, donc $\sin i_1 > \sin i_2$. Et puisque la fonction sinus est strictement croissante sur [0,π/2], alors $i_1 > i_2$.

II.3.b) D'après le schéma et le résultat de la question **II.2.b)**, on a : $\boxed{i_2+\theta = i_1 = \alpha}$

II.3.c) D'après la loi de Snell-Descartes pour la réfraction en I : $n \sin i_1 = N \sin i_2$, soit :

$$\boxed{n \sin\alpha = N \sin i_2}$$

II.4.a) Puisque **la lumière passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent** (N > n_{air} = 1), alors le RL réfracté doit être plus éloigné que le RL incident de la normale au dioptre (en J).

II.4.b) Par propriété des angles alterne/interne : $\boxed{i_3 = \theta}$

II.4.c) D'après la loi de Snell-Descartes pour la réfraction en J : $N \sin i_3 = n_{air} \sin i_4$, soit :

$$\boxed{\sin i_4 = N \sin\theta}$$

II.5) Il est impossible d'avoir une réflexion totale au niveau de l'interface liquide/saphir puisqu'on passe toujours d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent (si on met de l'eau sucrée dans ce réfractomètre : $n \in [1{,}33\,;1{,}5] < N = 1{,}75$) => la lumière pourra donc toujours se rapprocher de la normale.

II.6.a) Il est *a priori* possible d'avoir une réflexion totale en J puisqu'on passe d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent : N > 1.

II.6.b) Il faut néanmoins que l'angle d'incidence $i_3 = \theta$ soit suffisamment élevé pour que le phénomène se produise. À la limite, on a encore réfraction pour $\theta = \theta_{lim}$ et $i_4 = \frac{\pi}{2}$, et la loi de Snell-Descartes devient : $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = N \sin\theta_{lim} \Leftrightarrow \boxed{\theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{1}{N}\right)}$

A.N. : $\underline{\theta_{lim} =} \arcsin(0{,}571) \underline{= 35{,}0°}$

II.6.c) D'après le **II.3.b)**, $\theta = \alpha - i_2$ sera d'autant plus élevé que i_2 sera petit. Et d'après la question **II.3.c)**, i_2 sera d'autant plus petit que n sera petit.

À la limite, on a : $i_{2,\text{lim}} = \alpha - \theta_{\text{lim}} = 45{,}0° - 35{,}0° = 10{,}0°$ et donc, d'après le **II.3.c)** :

$$\boxed{n_{\text{lim}} = \frac{N \sin i_{2,\text{lim}}}{\sin \alpha} = \frac{1{,}75 \times \sin(10{,}0°)}{\sin(45{,}0°)} = \frac{1{,}75 \times 0{,}174}{0{,}707} = 0{,}431}$$

Il est bien sûr impossible de descendre en dessous de cette valeur pour l'indice optique du liquide, ce qui signifie qu'en réalité, on n'observera jamais de phénomène de réflexion totale pour ce dispositif.

N.B. : la valeur précise de n_{lim} n'est pas nécessaire pour conclure : il suffit de remarquer que $n_{\text{lim}} < 1$…

II.7) D'après le **II.4.c)**, on remonte à la valeur de θ à partir de la valeur de l'angle mesuré i_4 :

$$\sin\theta = \frac{\sin i_4}{N} = \frac{\sin(19{,}5°)}{1{,}75} = \frac{0{,}334 \times 4}{7} = 0{,}191 \text{ soit } \theta = 11{,}0°$$

D'après le **II.3.b)**, on remonte à la valeur de $i_2 = \alpha - \theta = 45{,}0° - 11{,}0° = 36{,}0°$

Et enfin, d'après le **II.3.c)**, on remonte à la valeur de n : $\underline{n =} \dfrac{N \sin(36{,}0°)}{\sin(45{,}0°)} = \dfrac{1{,}75 \times 0{,}588}{0{,}707} \underline{= 1{,}46}$

Remarque : On obtient bien une valeur d'indice dans la gamme attendue, entre 1,33 (eau pure) et 1,5 (eau saturée en sucre).

JOLIE FIGURE !