

CORRECTION du DS n°3

1^{ère} Problème : Étude du dispositif ATH (adapté d'un sujet de BAC 2010)

Q1 : Cf. cours... Iris = diaphragme pour réguler l'intensité lumineuse entrant dans l'œil (et assurer les conditions de Gauss) ; Pupille = ouverture (trou) ; Cristallin = LMSC de vergence réglable ; Rétine = écran sur lequel se forment les images réelles.

Q2 : L'accommodation correspond à la faculté du cristallin de modifier sa vergence (uniquement en l'augmentant, par action des muscles ciliaires afin de maintenir une image réelle nette sur la rétine lorsque la position relative entre l'objet et l'œil varie.

Q3 : Un œil emmétrope est un œil « idéal » pour lequel le foyer image du cristallin est exactement sur la rétine lorsque les muscles ciliaires sont au repos : un objet à l'infini est alors vu nettement sans aucun effort.

Q4 : cf. annexe

Q5 : La relation de conjugaison avec origine au centre s'écrit :
$$\boxed{\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}}$$

\overline{OA} ($\overline{OA'}$) est la distance algébrique entre le centre optique O de la lentille et le point objet A (point image conjuguée A') $f' = \overline{OF'}$ est la distance focale image, distance algébrique entre le centre optique et le foyer image F' de la lentille.

N.B. : La distance algébrique sont positives si le premier point est à gauche du second, négative sinon.

Q6 : Le point objet n'est plus à l'infini : $-\infty < \overline{OA} = -1 \text{ m} < 0$, ce qui signifie que $\frac{1}{\overline{OA}}$ diminue puisque ce rapport passe de 0 à -1δ , tandis que $\overline{OA'}$ reste constante. Au final, la vergence de l'œil

$$V_{\text{œil}} = \frac{1}{f'_{\text{œil}}} \text{ doit augmenter (d'exactly 1 } \delta \text{) !}$$

Q7 : Sans le dispositif ATH, non seulement le conducteur quitte la vision de la route le temps de regarder les informations sur son compteur, mais il faut aussi tenir compte du temps nécessaire à l'œil pour accommoder de la vision à l'infini (pour la route) à la vision du compteur. Pour information, on estime le gain de temps global à environ une seconde d'attention, ce qui correspond à 33 m parcourus à 120 km/h sans regarder la route ! Ce temps peut être très précieux en cas de coup dur...

Q8 : cf. annexe

Q9 : D'après la construction graphique, A_1B_1 est une **image virtuelle**, formée en amont de la lentille (dans l'espace objet).

Q10 : D'après la relation de conjugaison, $\frac{1}{\overline{OA_1}} = \frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{1}{-\overline{OA}} + \frac{1}{f'} = \frac{f' - \overline{OA}}{\overline{OA} \times f'}$. Or A est situé entre F et O, donc $\overline{OA} < f'$. On en déduit que $\overline{OA_1} < 0$, ce qui signifie que A_1 est dans l'espace objet de la lentille donc que l'image est bien virtuelle.

Q11 : Le grandissement est par définition : $\gamma = \frac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA_1}}{\overline{OA}}$. D'après la construction, on remarque que l'image est **droite**, c'est-à-dire que $\gamma > 0$, et que l'image est **agrandie**, donc que $|\gamma| > 1$.

N.B. : On retrouve ici le **principe d'une loupe**...

Q12 : A_1B_1 est un **objet réel** pour le miroir (A_1B_1 est dans l'espace objet, en amont du miroir).

Q13 : L'image A'B' de A_1B_1 par le miroir est son **symétrique** par rapport au pare-brise. On peut aussi l'obtenir graphiquement grâce à la loi de la réflexion (à condition de prolonger artificiellement le pare-brise représenté...), cf. annexe.

Q14 : A'B' est une **image virtuelle**, directement visible par l'œil (à condition d'accommoder un peu puisque $2 \text{ m} < \infty$...) ; elle ne se situe pas dans l'espace image du miroir (attention au trajet « final » de la lumière sur le schéma : de la droite vers la gauche, où se situe l'œil...).

Q15 : On veut $PA' = PA_1 = 1,0$ m. On en déduit donc : $\overline{OA_1} = \overline{OP} + \overline{PA_1} = 40 + (-100) = -60$ cm, puis

$$\overline{OA}, \text{ tel que : } \boxed{\frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OA_1}} - \frac{1}{f'} = \frac{1}{-60} - \frac{1}{20} = -\frac{1}{15} \text{ cm}^{-1}}$$

Il faut donc placer A à **15 cm en amont de O**.

Q16 : On peut rapprocher l'objet A du foyer objet F, ou bien diminuer la focale de la lentille (c'est-à-dire augmenter sa vergence). Dans les deux cas, on rapproche A de F (attention à bien maintenir A entre O et F pour garder l'effet loupe...), et on augmente le grandissement de la lentille.

N.B. : Le miroir n'a aucun rôle dans l'agrandissement !

2^{ème} Problème : Photo souvenir (CCS TSI 2025)

Q17 : Pour avoir un stigmatisme approché, il faut travailler dans les **conditions de Gauss**, c'est-à-dire avec des **rayons paraxiaux** : peu inclinés par rapport à l'axe optique et peu écartés de l'axe optique (ce qui induit nécessairement des rayons peu écartés de la normale au dioptre de la lentille). En pratique, ces conditions sont assurées par l'**utilisation d'un diaphragme** et d'une source assez éloignée de la lentille.

Q18 : D'après la relation de conjugaison de Descartes, pour avoir l'image du train sur le capteur de

l'appareil photographique, il faut que : $\frac{1}{d} - \frac{1}{(-D)} = \frac{1}{f'} \Leftrightarrow \frac{1}{d} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{D} \Leftrightarrow \boxed{d = \left(\frac{1}{f'} - \frac{1}{D}\right)^{-1}}$

A.N. : $d \equiv \left(\frac{1}{5,00 \cdot 10^{-2} \text{ m}} - \frac{1}{3 \text{ m}}\right)^{-1} = 0,051 \text{ m} \equiv \underline{\underline{5,1 \text{ cm}}}$

N.B. : Puisque $D = 3 \text{ m} \gg f' = 5,0 \text{ cm}$, le train peut être considéré comme étant presque à l'infini, et son image est donc presque dans le plan focal image de la lentille, d'où : $d \simeq f' !$

Q19 : Chaque pixel a pour surface a^2 , et le nombre total de pixels vaut donc : $N = \frac{\ell L}{a^2} \Leftrightarrow \boxed{a = \sqrt{\frac{\ell L}{N}}}$

A.N. : $a \equiv \sqrt{\frac{36 \cdot 10^{-3} \text{ m} \times 24 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{24 \cdot 10^6}} = \sqrt{36 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2} \equiv \underline{\underline{6,0 \mu\text{m}}}$

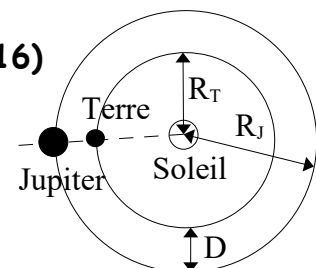
Q20 : Puisque l'objet bouge, un même point objet va successivement éclairer plusieurs capteurs si le temps de pose est trop long. Il faut donc, pour que la photo reste nette, que l'image d'un même point ne se déplace pas plus d'une distance $A'B' = a = 6 \mu\text{m}$ sur le capteur, ce qui correspond, par la relation du grandissement, à un déplacement de l'objet : $AB = A'B' \times \frac{D}{d}$. Or, le déplacement de l'objet

est $AB = v t_{\text{exp}}$. Pour avoir $A'B' < a = 6 \mu\text{m}$, il faut donc que : $v t_{\text{exp}} \times \frac{d}{D} < a \Leftrightarrow \boxed{t_{\text{exp}} < \frac{a D}{v d}}$

A.N. : $t_{\text{exp}} < \frac{6 \cdot 10^{-6} \text{ m} \times 3 \text{ m}}{15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \times 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = \frac{6}{25} \cdot 10^{-4} \text{ s} \equiv \underline{\underline{2,4 \cdot 10^{-5} \text{ s}}}$

3^{ème} Problème : Observation de Jupiter (CCS 2016)

Q21 : L'angle maximal sous lequel on voit Jupiter depuis la Terre correspond à une situation où le Soleil, la Terre et Jupiter sont alignés, cf schéma (pas à l'échelle !) ci-contre :



Dans ces conditions, la distance entre l'œil et Jupiter vaut $D = R_J - R_T = 630.10^6$ km, ce qui reste une distance suffisamment grande pour considérer que α_0 reste très faible.

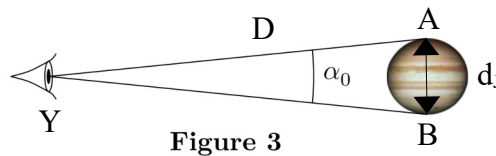


Figure 3

On peut donc considérer le triangle YAB « bi-rectangle » (j'ai l'aval de M Bouguet...) : $\tan \alpha_0 = \frac{d_J}{D}$.

Enfin, l'approximation des petits angles permet d'écrire : $\alpha_0 = \frac{d_J}{D}$

$$\text{A.N. : } \alpha_0 = \frac{140.10^3}{630.10^6} \approx 2,2.10^{-4} \text{ rad} \approx 1,3.10^{-2} \text{ }^\circ \approx 0,76' \approx 46''$$

Q22 : On parle d'opposition de Jupiter car le Soleil est dans la direction opposée de Jupiter, du point de vue de la Terre (cf. schéma).

Q23 : En utilisant la troisième loi de Kepler, on a : $K = \frac{T_T^2}{R_T^3} = \frac{T_J^2}{R_J^3}$ donc : $T_J = T_T \left(\frac{R_J}{R_T} \right)^{3/2}$

$$\text{A.N. : } T_J = 365,25 \times \left(\frac{780}{150} \right)^{3/2} \approx 4,33.10^3 \text{ jours}$$

On constate donc que lorsque la Terre a fait une révolution, Jupiter n'a fait qu'un douzième de sa propre révolution, beaucoup plus lente, autour du Soleil. Jusqu'à la prochaine opposition, au bout d'une durée ΔT , les angles parcourus par chacune des planètes sont respectivement : $\alpha_T = \frac{2\pi}{T_T} \Delta T$ pour la Terre et

$\alpha_J = \frac{2\pi}{T_J} \Delta T$ pour Jupiter, de telle sorte que : $\alpha_T = 2\pi + \alpha_J$ (la Terre a fait un tour de plus que

Jupiter). On en déduit donc que : $\frac{2\pi}{T_T} \Delta T = 2\pi + \frac{2\pi}{T_J} \Delta T \Leftrightarrow \Delta T = \left(\frac{1}{T_T} - \frac{1}{T_J} \right)^{-1}$

$$\text{A.N. : } \Delta T = \left(\frac{1}{365,25} - \frac{1}{4,33.10^3} \right)^{-1} \approx 399 \text{ jours} \quad (\text{un peu plus d'un an : logique !})$$

Q24 : Jupiter est à peine visible à l'œil nu, depuis la Terre et dans ces conditions, puisque son **pouvoir de résolution** est aux alentours d'une minute d'angle, c-à-d 60 secondes d'angle, tout juste au-dessus des 50 secondes d'angle annoncées.

Q25 : Commençons par déterminer la largeur d'un pixel, sachant que sa surface vaut ϵ_c^2 et la surface

$$\text{totale est : } S = N \epsilon_c^2 \Leftrightarrow \epsilon_c = \sqrt{\frac{S}{N}} \quad \text{A.N. : } \epsilon_c = \sqrt{\frac{9,63.(10^{-3} \text{ m})^2}{307200}} \approx 5,60 \mu\text{m}$$

Pour déterminer la largeur ℓ_c et la hauteur h_c du capteur, il faut résoudre le système suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} S = \ell_c h_c \\ d_c^2 = \ell_c^2 + h_c^2 \end{array} \right\} \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \ell_c = \frac{S}{h_c} \\ d_c^2 = \ell_c^2 + h_c^2 \end{array} \right\} \quad (\text{avec } h_c \neq 0), \text{ donc } d_c^2 = \frac{S^2}{h_c^2} + h_c^2 \text{ donc } h_c^4 - d_c^2 h_c^2 + S^2 = 0$$

On reconnaît une équation du second degré en h_c^2 , dont l'unique solution positive est :

$$h_c^2 = \frac{d_c^2 + \sqrt{d_c^4 - 4 S^2}}{2}, \text{ et donc : } h_c = \sqrt{\frac{d_c^2 + \sqrt{d_c^4 - 4 S^2}}{2}}$$

A.N. : $h_c = \sqrt{\frac{4,48^2 + \sqrt{4,48^4 - 4 \times 9,63^2}}{2}} = 3,59 \text{ mm}$

On en déduit alors : $\ell_c = \frac{S}{h_c}$ A.N. : $\ell_c = \frac{9,63}{3,59} = 2,69 \text{ mm}$

Q26 : Il est très raisonnable de considérer que Jupiter est située à l'infini de la lunette car $D \gg f'_1$

Q27 : Dans ces conditions, on peut considérer que l'image de Jupiter se forme dans le plan focal image de la lentille (L_1), il faut donc placer le capteur à $f'_1 = 2350 \text{ mm}$ derrière la lentille pour y obtenir une image nette de Jupiter.

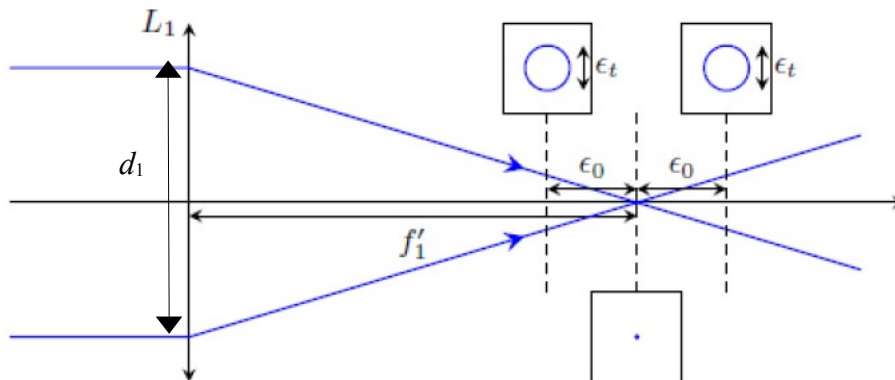
La relation du grandissement donne ici (sans tenir compte des signes) : $|y| = \frac{A'B'}{d_j} = \frac{f'_1}{D}$, d'où la taille

de l'image sur le capteur : $A'B' = d_j \frac{f'_1}{D} = \alpha_0 f'_1$ A.N. : $A'B' = \frac{50}{3600} \times \frac{\pi}{180} \times 2350 = 0,57 \text{ mm}$

Ce qui correspond à nombre de pixels égal à : $N_J = \frac{A'B'}{\epsilon_c} = \frac{\alpha_0 f'_1}{\epsilon_c}$

A.N. : $N_J = \frac{50}{3600} \times \frac{\pi}{180} \times \frac{2350}{5,60 \cdot 10^{-3}} = 102 \text{ pixels}$

Q28 : Le schéma ci-après illustre que l'image sur le capteur d'un point de Jupiter sur l'axe optique n'est plus ponctuelle et forme une tache de largeur ϵ_t , dès qu'on s'écarte d'une distance ϵ_0 du plan focal de (L_1) :



Q29 : Il n'y aura aucune incidence sur l'image formée tant que la taille de la tache reste inférieure à celle d'un pixel, donc tant que $\epsilon_t \leq \epsilon_c$.

D'après le théorème de Thalès, appliqué au cas limite pour lequel $\epsilon_t = \epsilon_c$: $\frac{d_1}{\epsilon_c} = \frac{f'_1}{\epsilon_0} \Leftrightarrow \epsilon_0 = \frac{f'_1}{d_1} \epsilon_c$

A.N. : $\epsilon_0 = \frac{2350 \text{ mm}}{235 \text{ mm}} \times 5,60 \text{ } \mu\text{m} = 56,0 \text{ } \mu\text{m}$

Pour obtenir une image plus grande de la planète, on intercale une lentille de Barlow, modélisée ici par une lentille mince (L_2) divergente, de distance focale f'_2 , placée à la distance $D_{2c} = 200 \text{ mm}$ du capteur (Figure 4 à droite). La mise au point se fait en translatant l'ensemble $\{(L_2)\text{-capteur}\}$, fixé sur le tube porte

oculaire. On notera D_{12} la distance entre (L_1) et (L_2) et on admettra que F'_1 est situé entre (L_2) et le capteur.
Q30 : Comment faut-il choisir f'_2 , et à quelle valeur doit-on régler D_{12} pour que le dispositif produise sur le capteur de la caméra une image de Jupiter trois fois plus large que précédemment ?

Voici le diagramme qui illustre les différentes conjugaisons au sein du doublet optique :

$$\text{Jupiter à l'∞} \xrightarrow{L_1} A'B' \xrightarrow{L_2} A''B'' \quad (\text{avec } A' = F'_1)$$

On souhaite que $\frac{A''B''}{A'B'} = 3$, donc que $\frac{D_{2c}}{O_2F'_1} = 3$ (par la relation du grandissement, sans avoir à

utiliser les grandeurs algébriques...) et donc que : $D_{2c} = 3(f'_1 - D_{12}) \Leftrightarrow D_{12} = f'_1 - \frac{D_{2c}}{3}$

$$\text{A.N. : } D_{12} = 2350 - \frac{200}{3} = 2283 \text{ mm}$$

L'image de Jupiter par (L_1) est toujours dans le plan focal image de la lentille (L_1) . Puisque l'image définitive doit se trouver sur le capteur, il faut qu'elle soit l'image conjuguée par la lentille (L_2) du plan focal image de la lentille (L_1) , ce qui se traduit par la relation de conjugaison :

$$\frac{1}{D_{2c}} - \frac{1}{O_2F'_1} = \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow \frac{1}{D_{2c}} - \frac{3}{D_{2c}} = \frac{1}{f'_2} \Leftrightarrow f'_2 = -\frac{D_{2c}}{2} \quad \text{A.N. : } f'_2 = -\frac{200}{2} = -100 \text{ mm}$$

Q31 : Avec une lentille convergente de distance focale équivalente f' , l'image de Jupiter est de taille $A'B' = \alpha_0 f'$. L'image sera donc trois fois plus grande si la distance focale est trois fois plus grande d'où le terme de « tripleur de focale ». L'encombrement est moindre avec deux lentilles plutôt qu'avec une seule.