

Questions de cours

Rapide : limites et dérivées usuelles

Toutes les colles commencent par l'énoncé d'une limite et d'une dérivée :

- limite usuelles (limite des fonctions usuelles au bornes de leur domaine de définition),
- ou taux d'accroissement usuel ($\sin(x)/x$, $(\cos(x) - 1)/x$, $\ln(1+x)/x$, $(e^x - 1)/x$ et $(\cos(x) - 1)/x^2$).
- ou croissance comparée usuelle (ou généralisé) ($\ln(x)/x$ en $+\infty$, xe^x en $-\infty$, e^x/x en $+\infty$ et $x \ln(x)$ en 0).

et

- dérivées usuelles ($\sin$, $\cos$, $\tan$, $\sqrt{\cdot}$, $\ln$, $\exp$, $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \frac{1}{x}$) et sa forme composée $((\sin u)', (\cos u)', \dots)$.

Remarque aux examinateur·ices : on ne s'attardera pas sur les domaines de dérivabilité, mais on sera attentif à ce qu'il n'y ait pas de confusion entre nombre et fonction.

En cas de méconnaissance, jusqu'à 4 points peuvent être retirés de la note. On ne s'attardera pas sur cette exercice, quel que soit le niveau de l'élève.

Récitation

- Théorème de dérivation des fonctions composées. (Chap. 5B2)
- Taux d'accroissement, nombre dérivée, tangente. Définir et expliquer le lien entre ces différentes choses. Donner l'équation de la tangente au graphe d'une fonction. (Chap. 5B1)
- Énoncer le théorème de comparaison et d'encadrement + quelques autres limites usuelles. (Chap. 5A 7. thm. 1)

Démonstrations et exercices de cours.

- Imparité de tangente. (Chap. 2 et 5C) l'étudiant montrera que le domaine est symétrique par rapport à 0, que la tangente est impaire, et se servira de cette imparité pour calculer la limite en $-\frac{\pi}{2}^+$ connaissant celle en $\frac{\pi}{2}^-$.
- Exercice ©10 feuille 5.1

Exercice 10 (© Conjuguée et factorisation)

Déterminer la limite de

$$\sqrt{x^2 - x + 1} - \sqrt{x^2 + 2}$$

quand $x \rightarrow +\infty$.

Attention, cet exercice n'est pas difficile mais ne s'improvise pas, il faut savoir le faire en moins de 15min.

- Trouver l'équation de la sécante (M_0M_1) du graphe d'une fonction f en fonction de x_0, x_1 et déterminer son coefficient directeur. Interpréter géométriquement. (Chap. 5B1 intro)

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Calculer une limite indéterminée de fraction rationnelle en factorisant par le terme "le plus fort".
- **New** Calculer une limite par les outils usuels (produit, somme, composée, ...).
Note : pas de taux d'accroissement à part les 5 dans le cours.
- **New** Calculer une limite à l'aide du théorème de comparaison et d'encadrement.
- **New**  Déterminer un domaine de définition, en raisonnant par équivalence.

En exo supplémentaire

- Montrer qu'une fonction est injective/surjective.
- Montrer une inclusion, montrer une égalité d'ensembles.
- Écrire mathématiquement des ensembles.

Chapitre 3 : Inégalités dans $\mathbb{R}$

- Intervalles.
- Règles de manipulations des inégalités (opposé, somme, produit, inverse, carré).
- Monotonie des fonctions (croissance, décroissance, stricte..).
- Partie entière.

Méthode de résolution d'inéquations.

Majorant, minorant, maximum, minimum.

Chapitre 4 : Ensembles et applications

- Ensemble défini par une proposition (ensemble sélectionné) et ensemble paramétré.
- Inclusion et égalité.
- Applications
- Composition
- Injectivité, surjectivité, bijectivité.

Chapitre 5A : Limites

- Limite.
- Continuité.
- Limites des fonctions usuelles.
- Taux d'accroissement usuels.
Attention : Les taux d'accroissement n'ont pas été expliqués. Ce sont 5 résultats du cours pour l'instant. Ce n'est pas une méthode.
- Croissances comparées et croissances comparées généralisées ;
- Limite de polynômes.
- Limite de fractions rationnelles.
- Théorème d'encadrement.

Chapitre 5B : Dérivées

- Taux d'accroissement.
- Nombre dérivé.
- Lien avec la monotonie.
- Équation de la tangente.
- Dérivées usuelles.
- Théorème de dérivation des fonctions composées.