

DS n°4
de PHYSIQUE-CHIMIE

durée : 3h

Consignes :

Calculatrice autorisée

- Rédiger votre devoir sur une **copie double**, avec une **marge en en-tête** et une **marge à gauche** de chaque page.
- Toute réponse non justifiée ne sera pas prise en compte.
- Encadrer vos **expressions littérales** (EL) ; souligner les **applications numériques** (AN) avec un stylo de couleur bien visible.
- N'écrivez **rien au crayon de papier** sur votre copie.
- Ne rendez pas l'énoncé (ou une partie de l'énoncé) avec votre copie.

Conseils :

- Vérifier l'**homogénéité** de vos expressions littérales.
- Une AN sans unité ne vaut en général rien et dégrade l'humeur du correcteur...

1^{ère} Problème : Le condensateur pour stocker de l'énergie (≈ 1h30min)

Le condensateur est une brique de base des circuits électroniques de commande ou de puissance. Après avoir rappelé le principe de fonctionnement de ce composant (partie I.A), nous nous focaliserons sur les condensateurs utilisés comme dispositifs de stockage de l'énergie, à l'instar des batteries (partie I.B) avant de se poser la question de leur recharge (partie I.C).

I.A) Principe de fonctionnement du condensateur

Dans le modèle électrocinétique du condensateur, la capacité C du condensateur est définie par la relation $Q = C U$ où Q est la charge portée par l'armature positive, et U la tension positive aux bornes du dipôle.

Q1 : En utilisant la description récepteur pour le condensateur, démontrer la relation usuelle entre tension et intensité pour un condensateur.

Q2 : En exploitant la question précédente, démontrer l'expression de l'énergie stockée dans le condensateur : $E_C = \frac{1}{2} C U^2$.

I.B) Un exemple d'utilisation des condensateurs : les supercondensateurs

Un "supercondensateur" est un condensateur de technique particulière, qui permet d'obtenir une capacité élevée pour un encombrement réduit, et donc une densité de puissance et une densité d'énergie intermédiaires entre les batteries et les condensateurs électrolytiques classiques. Ils sont utilisés dans des domaines variés, dont la propulsion de bateaux, de bus ou de tramway. Leur faible résistance interne permet des courants élevés et donc des charges rapides et des puissances de sortie importantes.

Nous étudions ici un exemple d'application des supercondensateurs, et en particulier nous voyons ce qui contraint leur dimensionnement (quelle capacité, quelle résistance interne ?).



Supercondensateurs.



Tramway de la ligne T3, ici sur une section avec ligne aérienne de contact.

Document : En 2009, la RATP et Alstom ont expérimenté en service commercial un tramway Citadis équipé de supercondensateurs sur la ligne T3 du réseau francilien. La rame a été équipée de 48 modules de supercondensateurs (15 kg pièce) pour le stockage de l'énergie à bord. L'ensemble est équivalent à 48 supercondensateurs montés en dérivation sous une tension de 750 V. Ceci permet aux trams de circuler en autonomie sur les sections dépourvues de ligne aérienne de contact. En autonomie la rame peut franchir 400 m, soit la distance entre deux stations sur la ligne T3, avec une vitesse moyenne d'environ 15 km/h. Les moteurs développent une puissance moyenne continue de 500 kW, et sont alimentés sous 750 V. Présentant une résistance interne très faible, les supercondensateurs autorisent le passage d'intensités très importantes pendant les 20 secondes que dure un rechargement en station, et sont donc en cela plus adaptés que les batteries conventionnelles.

Source images : Wikipedia, et source texte :

<https://www.ville-rail-transports.com/ferroviaire/alstom-et-la-ratp-testent-les-supercondensateurs-2/>

À l'aide des données du document ci-dessus et des approximations nécessaires, en déduire les valeurs :

Q3 : de l'énergie E_{tot} nécessaire au trajet entre deux stations ;

Q4 : de la capacité d'un des 48 supercondensateurs (commenter la valeur trouvée) ;

Q5 : de la résistance du circuit de charge.

I.C) Stratégies de charge d'un condensateur

Lorsqu'un condensateur est utilisé comme une batterie, la question de sa recharge se pose. L'énergie est prélevée sur le réseau électrique, et on souhaiterait que 100% de cette énergie soit transférée au condensateur. Nous allons montrer que ceci dépend de la stratégie de charge retenue.

On appelle "rendement de la charge du condensateur" le rapport entre l'énergie stockée par le condensateur à l'issue de la charge et de l'énergie fournie par le générateur au cours de cette charge :

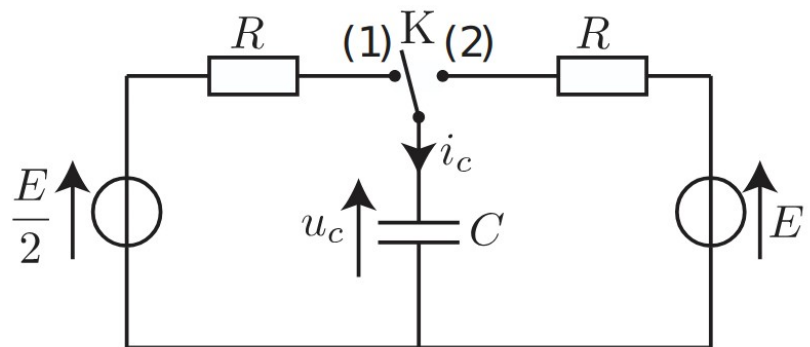
$$\eta = \frac{E_{\text{stockée}}}{E_{\text{fournie}}}$$

De manière générale, la charge se fait à travers la résistance totale du circuit R . On note C la capacité du condensateur et E la tension finale à atteindre aux bornes du condensateur.

Q6 : Retrouver les dimensions des grandeurs physiques : R , E et C .

Q7 : Montrer par un argument dimensionnel que l'expression du rendement η ne peut pas dépendre des valeurs de R , C ou E .

Dans les sous-parties *I.C.1)* et *I.C.2)*, on raisonne sur le circuit ci-contre pour envisager deux méthodes de recharge, qui vont mener à deux valeurs de rendement différentes.



I.C.1) Premier procédé de charge

L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Le condensateur étant initialement déchargé, on bascule l'interrupteur K dans la position (2) à $t = 0$.

Q8 : Établir l'équation différentielle portant sur $u_C(t)$. On la mettra sous la forme : $\tau \frac{du_C}{dt} + u_C = E$

avec τ un paramètre dont on précisera l'expression.

Q9 : Déterminer, sans utiliser l'équation différentielle, la valeur de $u_C(0^+)$ (juste après le basculement de l'interrupteur).

Q10 : Résoudre l'équation différentielle obtenue ci-dessus.

Q11 : Tracer l'allure de la fonction solution $u_C(t)$.

Q12 : Exprimer en fonction de C et de E l'expression de l'énergie stockée par le condensateur à la fin de sa charge.

Q13 : Démontrer que l'intensité du courant i_c s'écrit, pour tout $t > 0$: $i_c(t) = \frac{E}{R} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

Q14 : Calculer alors l'énergie électrique fournie par le générateur sur l'ensemble de la charge.

Q15 : En déduire la valeur du rendement η_1 de la charge avec la méthode envisagée. Peut-il être optimisé en modifiant la résistance R ?

I.C.2) Second procédé de charge

On souhaite utiliser une méthode qui permet d'améliorer le rendement de la charge, en réalisant une charge en deux temps. Le condensateur est initialement déchargé. L'interrupteur K est d'abord dans la position intermédiaire où il n'établit aucun contact. Puis il est fermé en position (1) à $t = 0$. Lorsque le régime transitoire qui s'ensuit est achevé, l'interrupteur est basculé en position (2).

Q16 : Déterminer l'expression de $u_C(t)$ pendant la première phase de la charge.

Q17 : Déterminer, en fonction de R et de C, l'expression de l'instant t_1 pour lequel la tension u_C aux bornes du condensateur atteint 99% de sa valeur finale au cours de cette première étape.

Dans la suite, on considérera que la charge est totalement achevée à cet instant t_1 (donc $u_C(t_1) \simeq \frac{E}{2}$), et qu'on passe alors en phase 2 (basculement de l'interrupteur en position (2)).

Q18 : Exprimer la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours de la deuxième phase de charge, qui commence à l'instant t_1 .

Q19 : Tracer l'allure de $u_C(t)$ en fonction du temps au cours de l'ensemble des deux phases de charge.

Q20 : Exprimer l'intensité du courant i_C qui traverse le condensateur pendant les deux phases de charge. On distinguera les cas en fonction de t .

Q21 : Déterminer l'énergie électrique fournie par les deux générateurs pendant la charge. On considérera que $\exp(-5) \simeq 0$.

Q22 : En déduire la valeur du rendement η_2 pour cette nouvelle façon de procéder.

Q23 : Conclure en discutant des avantages et des désavantages de cette seconde méthode par rapport à la première méthode.

2^{ème} Problème : Physico-chimie du silicium ($\approx 1h$)

Le silicium, de symbole Si, est le second élément le plus abondant de la croûte terrestre. À l'état naturel, on le trouve principalement sous la forme d'oxydes tels que la silice SiO_2 (sable, cristobalite...) ou les silicates. Les applications du silicium et de ses dérivés sont nombreuses et anciennes puisqu'il s'agit du composant principal du verre. Au vingtième siècle, son usage a changé en trouvant des applications en électronique (transistors, panneaux solaires photovoltaïques, ...).

Ce problème se propose d'étudier différents aspects physico-chimiques du silicium et de ses dérivés.

Données :

Masse volumique du silicium solide : $\rho_{\text{Si}} = 2,3 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$

Constante d'Avogadro : $N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

Masse molaire du silicium : $M(\text{Si}) = 28,1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$

Valeurs d'électronégativité (dans l'échelle de Pauling) :

Élément	H	C	N	O	Si	Cl
χ	2,2	2,5	3,0	3,4	1,9	3,2

II.A) L'atome et quelques moléculesII.A.1) L'atome de silicium

L'isotope le plus stable du silicium possède un noyau noté ${}^{28}_{14}\text{Si}$.

Q24 : Détailler la constitution d'un atome de cet isotope de silicium, en précisant le nombre de protons et de neutrons dans son noyau, ainsi que le nombre d'électrons.

Q25 : Déduire de la position du silicium (Si) dans le tableau périodique (fourni **en annexe**) le nombre d'électrons de valence et le nombre d'électrons de cœur pour un atome de silicium.

II.A.2) Étude de la silice

La silice solide, de formule SiO_2 peut aussi bien se rencontrer sous forme cristalline qu'amorphe.

Q26 : Expliciter ces deux termes.

La liaison silicium-oxygène est de nature covalente à caractère ionique prononcé.

Q27 : Expliciter et justifier cette propriété.

Q28 : Proposer un schéma de Lewis pour la molécule de silice SiO_2 .

Q29 : Préciser la géométrie de la molécule de silice SiO_2 .

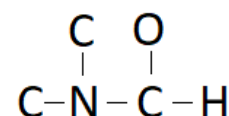
Q30 : Justifier la difficulté de dissoudre de la silice (du sable, donc...) dans l'eau.

II.A.3) Application du silicium en chimie organique

Le silicium trouve également des applications en chimie organique, par exemple avec l'utilisation du chlorure de triméthylsilane $(\text{CH}_3)_3\text{SiCl}$, utilisé dans un solvant tel que le DMF (diméthylformamide).

Q31 : Proposer un schéma de Lewis pour le chlorure de triméthylsilane $(\text{CH}_3)_3\text{SiCl}$ (on précise que l'atome de silicium est central).

Q32 : Proposer un schéma de Lewis du DMF, de formule $(\text{CH}_3)_2\text{NCHO}$, sachant qu'il contient l'enchaînement d'atomes ci-contre.



Q33 : Préciser ce que signifie un solvant polaire et protique.

Q34 : Justifier la bonne solubilité du chlorure de triméthylsilane dans le DMF.

II.B) Chimie de la pointe AFM

La Microscopie à Force Atomique (AFM en anglais, pour Atomic Force Microscopy) repose essentiellement sur l'analyse d'un objet point par point au moyen d'un balayage via une sonde locale, assimilable à une pointe effilée. Le principe consiste à approcher de la surface à étudier une fine pointe attachée à l'extrémité d'un levier flexible, dont l'autre extrémité est fixe. L'analyse des flexions du levier, liées aux interactions entre la surface et la pointe du levier, permet alors d'obtenir la topographie d'une surface à l'échelle nanométrique.

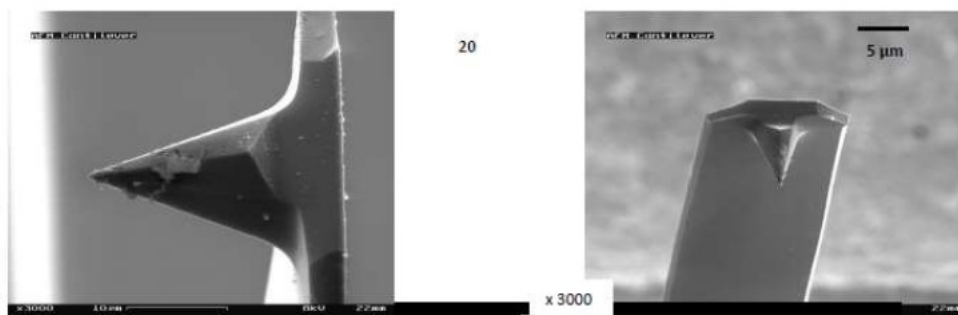


Figure 1. Images MEB d'une pointe AFM

La pointe AFM est constituée de différents matériaux durs tels que le silicium ou le nitrure de silicium. Nous proposons ici de faire une étude cristallographique de ces deux matériaux.

II.B.1) Structure du silicium cristallin

Le silicium forme une structure de type diamant, c'est-à-dire une structure cubique faces centrées (cfc, cf. **figure 2a en annexe**) d'atomes de silicium avec occupation d'un site tétraédrique (noté T) sur deux par un atome de silicium. On note a le paramètre de maille, c'est-à-dire la longueur de l'arête du cube représenté.

Q35 : Sachant qu'un site tétraédrique est le centre d'un tétraèdre formé par 4 nœuds voisins de la structure cfc distants de $\frac{a\sqrt{2}}{2}$, et qu'un site octaédrique est le centre d'un octaèdre formé par 6 nœuds

voisins de la structure cfc distants de $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ ou de a , déterminer sur les **figures 2a, 2b** et **2c** les numéros

correspondants aux sites T et ceux correspondants aux sites octaédriques (notés O) d’une structure cfc.

Q36 : En déduire, dans une structure cfc, le nombre de sites T et de sites O appartenant en propre à la maille.

Q37 : En déduire la population de la maille de type diamant du silicium, en détaillant le calcul.

Q38 : À partir de la masse volumique fournie, déterminer la valeur numérique de a .

Q39 : Estimer la valeur du rayon atomique R_{at} du silicium si on suppose que les atomes de silicium plus proches voisins sont tangents.

II.B.2) Structure du nitrure de silicium

Le nitrure de silicium est un cristal ionique qui existe sous trois variétés allotropiques, dont l’une est appelée gamma. Cette dernière est une structure spinelle, c’est-à-dire une structure cubique faces centrées d’ions nitrure N^{3-} dans laquelle les ions Si^{4+} occupent $1/8^{ème}$ des sites tétraédriques et la moitié des sites octaédriques.

Q40 : Justifier l’existence des ions Si^{4+} et N^{3-} , à partir de la position de chacun des deux éléments dans le tableau périodique.

Q41 : Déterminer la stœchiométrie du nitrure de silicium de deux manières différente : d’après l’électroneutralité de la matière à l’échelle macroscopique d’une part et d’après la description de la structure spinelle d’autre part.

3^{ème} Problème : Résistance du corps humain (≈ 30 min)

La **figure 3** propose une modélisation électrique d’un corps humain. On précise les valeurs de résistance de chaque résistor du modèle : $R_1 = 460 \Omega$, $R_2 = 80 \Omega$, $R_3 = 125 \Omega$, $R_4 = 15 \Omega$, et $R_5 = 840 \Omega$.

Q42 : Justifier simplement la valeur élevée des résistances R_1 ou R_5 comparée à la faible valeur de R_4 .

Déterminer, et commenter les valeurs de l’intensité du courant traversant le corps humain lorsque :

Q43 : les deux mains tiennent les deux pôles d’une prise du réseau domestique à 230 V, et les chaussures sont isolantes ;

Q44 : une main tient une phase à 230 V et les deux pieds, nus, touchent le sol ;

Q45 : les deux mains tiennent les rails d’un train de modélisme (circuit de 16 V), les pieds étant chaussés.

Q46 : Pourquoi les oiseaux peuvent-ils se poser sur les fils haute tension sans s’électrocuter ?

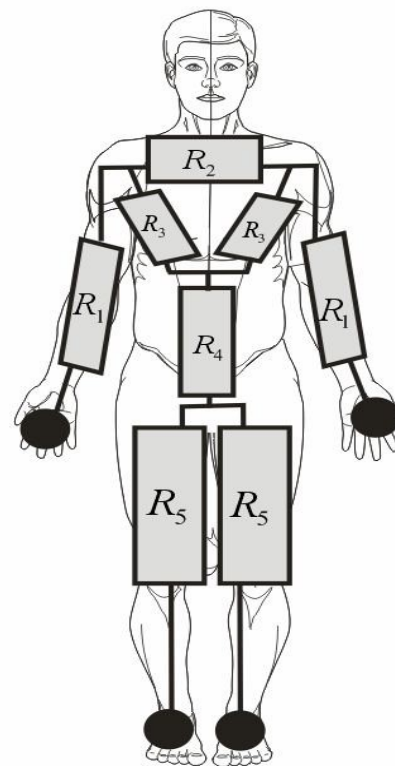


Figure 3 : Modèle électrique du corps humain