

PROGRAMME DE COLLES

Questions de cours**△ Rapide : limites et dérivées usuelles**

Toutes les colles commencent par l'énoncé d'une limite et d'une dérivée :

- limite usuelles (limite des fonctions usuelles au bornes de leur domaine de définition),
- ou taux d'accroissement usuel ($\sin(x)/x$, $(\cos(x) - 1)/x$, $\ln(1 + x)/x$, $(e^x - 1)/x$ et $(\cos(x) - 1)/x^2$).
- ou croissance comparée usuelle (ou généralisé) ($\ln(x)/x$ en $+\infty$, xe^x en $-\infty$, e^x/x en $+\infty$ et $x \ln(x)$ en 0).

et

- dérivées usuelles (\sin , \cos , \tan , $\sqrt{}$, \ln , \exp , $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \frac{1}{x}$) et sa forme composée $((\sin u)', (\cos u)', \dots)$.

Remarque aux examinateur·ices : *on ne s'attardera pas sur les domaines de dérivable, mais on sera attentif à ce qu'il n'y ait pas de confusion entre nombre et fonction.*

En cas de méconnaissance, jusqu'à 4 points peuvent être retirés de la note. On ne s'attardera pas sur cette exercice, quel que soit le niveau de l'élève.

□ Récitation

- Formule du binôme de NEWTON. *(Chap. 6B)*
- "Notation d'EULER" + Formules d'EULER. *(Chap. 7A 3.)*
- Définition du module et de l'argument d'un nombre complexe. *(Chap. 7A 4.)*

■ Démonstrations et exercices de cours.

- Exercice ④ feuille 5.4

Exercice 4 (④Dérivée nulle II)

On considère la fonction $f(x) = \arctan(x) + \arctan(x^{-1})$.

Étudier f , en déduire que f est constante sur \mathbb{R}^{+*} et déterminer sa valeur en calculant la limite en $+\infty$.
En déduire une expression de $\arctan(1/x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}^*$ (attention piège).

- Expression de $\cos(\arcsin(t))$ ou de $\sin(\arccos(t))$ et dérivée de \arcsin ou \arccos à partir du théorème de la bijection. *(Chap. 5E 4.2 et 4.3)*
- Preuve par récurrence que *le module d'une puissance c'est la puissance du module.* *(Chap. 7A 4.)*

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** Étude de fonction. Y compris celles fabriquées avec les fonctions trigonométriques réciproques !
- **💡** Déterminer un domaine de définition, en raisonnant par équivalence.
- **New** **💡** Preuve par récurrence. *Note aux collègue·use·s, récurrence simple dans tous les sens du terme.*

En exo supplémentaire

- Dériver.
Note : on n'insistera pas sur la justification de la dérivable, mais on s'attachera à ce que l'élève identifie clairement la structure de la fonction étudiée et utilise les théorèmes idoines.
- Calculer des limites.

Chapitre 3 : Inégalités dans \mathbb{R}

- Intervalles.
- Règles de manipulations des inégalités (opposé, somme, produit, inverse, carré).
- Monotonie des fonctions (croissance, décroissance, stricte..).
- Partie entière.

Méthode de résolution d'inéquations.

Majorant, minorant, maximum, minimum.

Chapitre 5 : Étude de fonctions

Limites

- Limite.
- Continuité.
- Limites des fonctions usuelles.
- Taux d'accroissement usuels.
- Croissances comparées et croissances comparées généralisées ;
- Limite de polynômes.
- Limite de fractions rationnelles.
- Théorème d'encadrement.

Dérivation

- Taux d'accroissement.
- Nombre dérivé.
- Lien avec la monotonie.
- Équation de la tangente.
- Dérivées usuelles.
- Théorème de dérivation des fonctions composées.

Étude

- Parité, périodicité.
- Étude de fonctions.

Chapitre 6 : Entiers et récurrence

- Notations \sum , \prod
Note : pas encore d'outils de calcul (télescopage/changement d'indices)
- Somme des entiers
- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Triangle de Pascal
- Formule du binôme de Newton

Chapitre 7 : Complexes (que pour le cours)

- Nombre complexe.
- Inverse d'un complexe.
- Exponentielle complexe, Notation d'EULER.
- Module et argument.