

PROGRAMME DE COLLES

Questions de cours**△ Rapide : limites et dérivées usuelles**

Toutes les colles commencent par l'énoncé d'une limite et d'une dérivée :

- limite usuelles (limite des fonctions usuelles au bornes de leur domaine de définition),
- ou taux d'accroissement usuel ($\sin(x)/x$, $(\cos(x) - 1)/x$, $\ln(1 + x)/x$, $(e^x - 1)/x$ et $(\cos(x) - 1)/x^2$).
- ou croissance comparée usuelle (ou généralisé) ($\ln(x)/x$ en $+\infty$, xe^x en $-\infty$, e^x/x en $+\infty$ et $x \ln(x)$ en 0).

et

- dérivées usuelles (\sin , \cos , \tan , $\sqrt{}$, \ln , \exp , $x \mapsto x^n$, $x \mapsto \frac{1}{x}$) et sa forme composée ($(\sin u)', (\cos u)', \dots$).

Remarque aux examinateur·ices : *on ne s'attardera pas sur les domaines de dérivation, mais on sera attentif à ce qu'il n'y ait pas de confusion entre nombre et fonction.*

En cas de méconnaissance, jusqu'à 4 points peuvent être retirés de la note. On ne s'attardera pas sur cette exercice, quel que soit le niveau de l'élève.

□ Récitation

- Primitives usuelles (\sin , \cos , \tan , $\frac{1}{\cos^2}$, $1 + \tan^2$, $x \mapsto x^k$, $x \mapsto x^\alpha$, \exp , \ln , $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$, $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$) et de la forme composée associée ($u'f(u)$). (Chap. 8A)
- Théorème fondamental de l'analyse (version *calcul d'intégrale* ou¹ version *fabrication de primitives*) (Chap. 8B 2.)
- Définition de l'argument d'un nombre complexe et formule à l'aide de l'arctangente. (Chap. 7A 4. et 7B 3.3)

■ Démonstrations et exercices de cours.

- Un peu de tout**
1. Déterminer $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$. ◎(Chap. 6B)
 2. Soit $z \in \mathbb{C}$, montrer que $z\bar{z} - (1+i)z - (1-i)\bar{z} - 4 \in \mathbb{R}$. (Chap. 7A 6 prop. 13)
 3. Trouver une primitive de $x \mapsto \frac{2x}{2x+1}$ sur un intervalle à préciser. ◎(Td 8.1 ex. 1)

Ensembles de points avec les complexes (Chap. 7B)

1. Déterminer *sans calcul* l'ensemble des points du plan d'affixe z satisfaisant $|z - 1| = |z - i|$
2. Déterminer l'ensemble des points d'affixe z satisfaisant $(\bar{z} + i)(z - 1)$ imaginaire pur.

Primitive de $\frac{1}{x^2 + x + 1}$ sur \mathbb{R} . (Chap. 8A 3.4)**Méthodes à connaître et exercices élémentaires**

- **New** calculs élémentaires avec les nombres complexes : (mise sous forme trigonométrique, forme algébrique d'un inverse, montrer que ... est imaginaire pur)
- **New** Géométrie avec les nombres complexes : lieu de points, alignement, orthogonalité, distance et module.
- **Toujours** Étude de fonction. *En insistant sur les limites parce que ça va pas du tout !* Y compris celles fabriquées avec les fonctions trigonométriques réciproques !
- **☒** Déterminer un domaine de définition, en raisonnant par équivalence.
- **☒** Preuve par récurrence. *Note aux colleur·euse·s, récurrence simple dans tous les sens du terme.*

En exo supplémentaire

- Dériver.
Note : on n'insistera pas sur la justification de la dérivation, mais on s'attachera à ce que l'élève identifie clairement la structure de la fonction étudiée et utilise les théorèmes idoines.
- Calculer des limites.
- **New** (plus dur) : identifier les éléments caractéristiques des transformations complexes (symétries, rotations, homothétie, composées)

1. au choix du/de la colleur·euse

Chapitre 5 : Étude de fonctions

Limites

- Limite.
- Continuité.
- Limites des fonctions usuelles.
- Taux d'accroissement usuels.
- Croissances comparées et croissances comparées généralisées ;
- Limite de polynômes.
- Limite de fractions rationnelles.
- Théorème d'encadrement.

Dérivation

- Taux d'accroissement.
- Nombre dérivé.
- Lien avec la monotonie.
- Équation de la tangente.
- Dérivées usuelles.
- Théorème de dérivation des fonctions composées.

Étude

- Parité, périodicité.
- Étude de fonctions.

Bijection

- Théorème de la bijection
- Fonctions trigonométriques réciproques

Chapitre 6 : Entiers et récurrence

- Notations \sum, \prod
Note : pas encore d'outils de calcul (télescopage/changement d'indices)
- Somme des entiers
- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Triangle de Pascal
- Formule du binôme de Newton

Chapitre 7 : Complexes

- Nombre complexe.
- Inverse d'un complexe.
- Exponentielle complexe, Notation d'EULER.
- Module et argument.
- Interprétation géométrique des nombres complexes
- Critère d'alignement, critère d'orthogonalité
- Interprétation géométrique du module et de l'argument
- Formule pour l'argument
- Transformations du plan complexe

Chapitre 8 : Primitives/Intégration (que pour le cours)

- Primitives usuelles
- Théorème fondamental de l'analyse