

## Questions de cours

### Rapide : limites et dérivées usuelles

Toutes les colles commencent par l'énoncé d'une limite et d'une dérivée :

- limite usuelles (limite des fonctions usuelles au bornes de leur domaine de définition),
- ou taux d'accroissement usuel ( $\sin(x)/x$ ,  $(\cos(x) - 1)/x$ ,  $\ln(1+x)/x$ ,  $(e^x - 1)/x$  et  $(\cos(x) - 1)/x^2$ ).
- ou croissance comparée usuelle (ou généralisé) ( $\ln(x)/x$  en  $+\infty$ ,  $xe^x$  en  $-\infty$ ,  $e^x/x$  en  $+\infty$  et  $x \ln(x)$  en 0).

et

- dérivées usuelles ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\sqrt{\cdot}$ ,  $\ln$ ,  $\exp$ ,  $x \mapsto x^n$ ,  $x \mapsto \frac{1}{x}$ ) et sa forme composée  $((\sin u)', (\cos u)', \dots)$ .

Remarque aux examinateur·ices : *on ne s'attardera pas sur les domaines de dérivabilité, mais on sera attentif à ce qu'il n'y ait pas de confusion entre nombre et fonction.*

*En cas de méconnaissance, jusqu'à 4 points peuvent être retirés de la note. On ne s'attardera pas sur cette exercice, quel que soit le niveau de l'élève.*

### Récitation

- Primitives usuelles ( $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\tan$ ,  $\frac{1}{\cos^2}$ ,  $1 + \tan^2$ ,  $x \mapsto x^k$ ,  $x \mapsto x^\alpha$ ,  $\exp$ ,  $\ln$ ,  $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$ ,  $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ ) et de la forme composée associée  $(u'f(u))$ . (Chap. 8A)
- Théorème fondamental de l'analyse (version *calcul d'intégrale* ou <sup>1</sup> version *fabrication de primitives*) (Chap. 8B 2.)
- Définition de l'argument d'un nombre complexe et formule à l'aide de l'arctangente. (Chap. 7A 4. et 7B 3.3)

### Démonstrations et exercices de cours.



- Un peu de tout**
- Déterminer  $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$ . ◎(Chap. 6B)
  - Soit  $z \in \mathbb{C}$ , montrer que  $z\bar{z} - (1+i)z - (1-i)\bar{z} - 4 \in \mathbb{R}$ . (Chap. 7A 6 prop. 13)
  - Trouver une primitive de  $x \mapsto \frac{2x}{2x+1}$  sur un intervalle à préciser. ◎(Td 8.1 ex. 1)

### **Ensembles de points avec les complexes** (Chap. 7B)

- Déterminer *sans calcul* l'ensemble des points du plan d'affixe  $z$  satisfaisant  $|z-1| = |z-i|$
- Déterminer l'ensemble des points d'affixe  $z$  satisfaisant  $(\bar{z}+i)(z-1)$  imaginaire pur.

**Primitive** de  $\frac{1}{x^2+x+1}$  sur  $\mathbb{R}$ . (Chap. 8A 3.4)

## Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **New** calculs élémentaires avec les nombres complexes : (mise sous forme trigo, forme algébrique d'un inverse, montrer que ... est imaginaire pur)
- **New** Géométrie avec les nombres complexes : lieu de points, alignement, orthogonalité, distance et module.
- **Toujours** Étude de fonction. *En insistant sur les limites parce que ça va pas du tout !* Y compris celles fabriquées avec les fonctions trigonométriques réciproques !
-  Déterminer un domaine de définition, en raisonnant par équivalence.
-  Preuve par récurrence. *Note aux colleur·euse·s, récurrence simple dans tous les sens du terme.*

### En exo supplémentaire

- Dériver.  
Note : on n'insistera pas sur la justification de la dérivabilité, mais on s'attachera à ce que l'élève identifie clairement la structure de la fonction étudiée et utilise les théorèmes idoines.
- Calculer des limites.
- **New** (plus dur) : identifier les éléments caractéristique des transformations complexes (symétries, rotations, homothétie, composées)

1. au choix du/de la colleur·euse

## Chapitre 5 : Étude de fonctions

### Limites

- Limite.
- Continuité.
- Limites des fonctions usuelles.
- Taux d'accroissement usuels.
- Croissances comparées et croissances comparées généralisées ;
- Limite de polynômes.
- Limite de fractions rationnelles.
- Théorème d'encadrement.

### Dérivation

- Taux d'accroissement.
- Nombre dérivé.
- Lien avec la monotonie.
- Équation de la tangente.
- Dérivées usuelles.
- Théorème de dérivation des fonctions composées.

### Étude

- Parité, périodicité.
- Étude de fonctions.

### Bijection

- Théorème de la bijection
- Fonctions trigonométriques réciproques

## Chapitre 6 : Entiers et récurrence

- Notations  $\sum$ ,  $\prod$   
Note : pas encore d'outils de calcul (télescopage/changement d'indices)
- Somme des entiers
- Factorielle
- Coefficients binomiaux
- Triangle de Pascal
- Formule du binôme de Newton

## Chapitre 7 : Complexes

- Nombre complexe.
- Inverse d'un complexe.
- Exponentielle complexe, Notation d'EULER.
- Module et argument.
- Interprétation géométrique des nombres complexes
- Critère d'alignement, critère d'orthogonalité
- Interprétation géométrique du module et de l'argument
- Formule pour l'argument
- Transformations du plan complexe

## Chapitre 8 : Primitives/Intégration (que pour le cours)

- Primitives usuelles
- Théorème fondamental de l'analyse