

## ENSEMBLES

## 1 Écrire des ensembles

Écrire les ensembles suivants :

1. Le plan  $(A, \vec{u}, \vec{v})$  sous *forme sélectionnée*.  $\vec{u}, \vec{v}$  non-colinéaires.
2. Le plan passant par  $A$  et de normale  $\vec{n}$  sous *forme sélectionnée*.  
 $\vec{n} \neq \vec{0}$ .
3. Le groupe unitaire *sous forme sélectionnée*.
4. Le groupe unitaire *sous forme paramétrée*.
5. Le groupe des racines  $n$ -èmes de l'unité *sous forme sélectionnée*.  
 $n \in \mathbb{N}^*$ .
6. Le groupe des racines  $n$ -èmes de l'unité *sous forme paramétrée*.  
 $n \in \mathbb{N}^*$ .
7. L'ensemble *sous forme paramétrée* des solutions de  $y' + A'y = 0$  sur  $I$  où  $A : I \rightarrow \mathbb{R}$  est dérivable.
8. L'ensemble des fonctions injectives de  $E$  dans  $F$  sous *forme sélectionnée*, avec la condition écrite sous forme quantifiée.
9. L'ensemble des fonctions surjectives de  $E$  dans  $F$  sous *forme sélectionnée*, avec la condition écrite sous forme quantifiée.
10. L'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $ABM$  est rectangle en  $M$  sous *forme sélectionnée*.
11. L'ensemble des points  $M$  du plan tels que  $ABM$  est rectangle en  $M$  sous *forme paramétrée* (on pourra noter  $I(x_0, y_0)$  le milieu de  $[AB]$  et  $r = IA$ ).
12. L'ensemble des droites de l'espace contenue dans le plan  $\mathcal{P}$  sous *forme sélectionnée*.
13. L'ensemble des couples de point et droite de l'espace tel que le point appartient à la droite sous *forme sélectionnée*. On note  $\mathcal{U}$  l'ensemble des droites de l'espace.
14. Le domaine de définition de  $\tan$  sous forme de *complémentaire d'un ensemble sous forme paramétrée*.

15. L'ensemble des affixes des points du cercle trigonométrique sous *forme paramétrée*.
16. L'ensemble des affixes des points du cercle trigonométrique sous *forme sélectionnée*.
17. L'ensemble des solutions de  $x^2 > 2$  sous *forme sélectionnée*.
18. L'ensemble des solutions de  $x^2 > 2$  sous forme d'une *union d'ensembles*.
19. L'ensemble des parties à 3 éléments de  $\mathbb{R}$  sous *forme sélectionnée*.
20. L'ensemble des parties de  $\mathbb{N}$  qui contiennent leur nombre d'éléments sous *forme sélectionnée*.
21. L'ensemble des nombres entiers dont le carré est égal au cube d'un autre entier sous *forme sélectionnée*.
22. L'ensemble des fonctions affines sur  $\mathbb{R}$ ; sous *forme sélectionnée*.
23. L'ensemble des coordonnées des vecteurs orthogonaux à  $\vec{u}$  où  $\text{Mat}(\vec{u}) = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  dans une base orthonormée de l'espace ; sous *forme sélectionnée*.
24. L'ensemble des couples  $(n, k)$  tels que  $\binom{n}{k}$  soit pair sous *forme sélectionnée*.
25. L'ensemble des  $\binom{n}{k}$  quand le couple  $(n, k)$  a une somme paire sous *forme paramétrée*.
26. L'ensemble des nombres réels solutions de  $(x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$  sous *forme paramétrée*
27. L'ensemble des couples de droites parallèles du plan sous *forme paramétrée*.
28. L'ensemble des couples de droites sécantes (non-confondues) du plan sous *forme paramétrée*.
29. L'ensemble des couples de droites sécantes (non-confondues) du plan sous *forme sélectionnée*.
30. ~~L'ensemble des droites de l'espace contenue dans le plan  $\mathcal{P}$  sous *forme paramétrée*.~~
31. ~~L'ensemble des nombres entiers dont le carré est égal au cube d'un autre entier sous *forme paramétrée*.~~
32. ~~L'ensemble des parties de  $\mathbb{N}$  qui contiennent leur nombre d'éléments sous *forme paramétrée*.~~

## 2 Donner des éléments

1. Donner un élément de  $\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3$ .
2. Donner un élément de  $(\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})^3$ .
3. Donner un élément de  $(\mathbb{R}^3 \setminus \mathbb{Z}^3) \setminus (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})^3$ .
4. On note  $E = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ . Donner un élément de  $E \times E \times \mathbb{Z} \cup E \times \mathbb{Z} \times E \cup \mathbb{Z} \times E \times E$ .
5. Donner un élément de  $\mathbb{C}^2 \cap \mathbb{R}^2$ .
6. Donner un élément de  $\mathbb{Q}^2 \cup \mathbb{C}^2$ .
7. Donner un élément de l'ensemble  $\mathcal{P}(\mathbb{R})$ .
8. Donner un élément de l'ensemble  $\mathcal{P}(\mathcal{P}(\mathbb{N}))$ .
9. Donner un élément de l'ensemble  $\mathcal{P}(N) \times \mathbb{N}$ .
10. Donner deux éléments de l'ensemble  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ dérivable et } f' = f\}$ .
11. Donner un élément de l'ensemble  $\mathbb{U} \cap \mathbb{R}$ .
12. Donner un élément de l'ensemble  $\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + 2y - z = 0\}$ .
13. Donner un élément de l'ensemble  $\{ax^2 + bx + c : (a, b, c) \in \mathbb{R}^3\}$ .
14. Donner un élément de l'ensemble  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ injective}\}$ .
15. Donner un élément de l'ensemble  $\{f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ non-injective}\}$ .
16. Donner un élément de l'ensemble  $\{\{1, 2\} \cup A : A \in \mathcal{P}(\mathbb{N})\}$ .
17. Donner un élément de l'ensemble  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}^*} ]-n, n]$ .
18. Donner un élément de l'ensemble  $\bigcap_{n \in \mathbb{N}^*} [-n, n]$ .
19. Donner un élément de l'ensemble  $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| = 1 \text{ et } \operatorname{Re}(z) > 0\}$ .
20. Donner un élément de l'ensemble  $\mathcal{P}(\{\})$ .
21. Donner un élément de l'ensemble  $\mathcal{P}_3(\mathbb{N}) = \{A \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \mid \operatorname{Card}(A) = 3\}$ .
22. Donner un élément de l'ensemble  $\{n \in \mathbb{N} \mid \exists k \in \mathbb{N}, n = 2k + 1\}$ .
23. Donner un élément de l'ensemble  $\{\} \times \mathbb{R}$ .
24. Donner un élément de l'ensemble  $\{f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R}) \mid f(0) = 1\}$ .
25. Donner un élément de l'ensemble  $\{F \in \mathcal{P}(\mathbb{N}) \setminus \{\{\}\} \mid F \text{ fini et } \max(F) < \operatorname{Card}(F)\}$ .