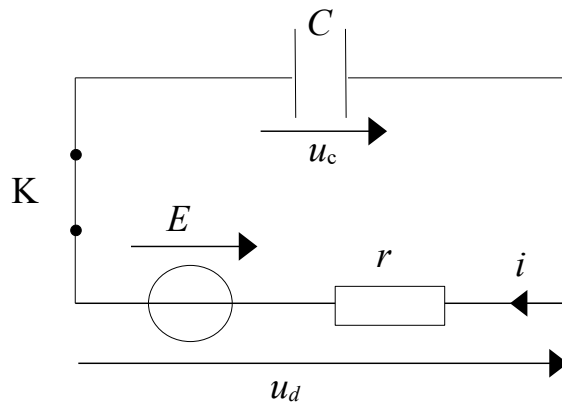


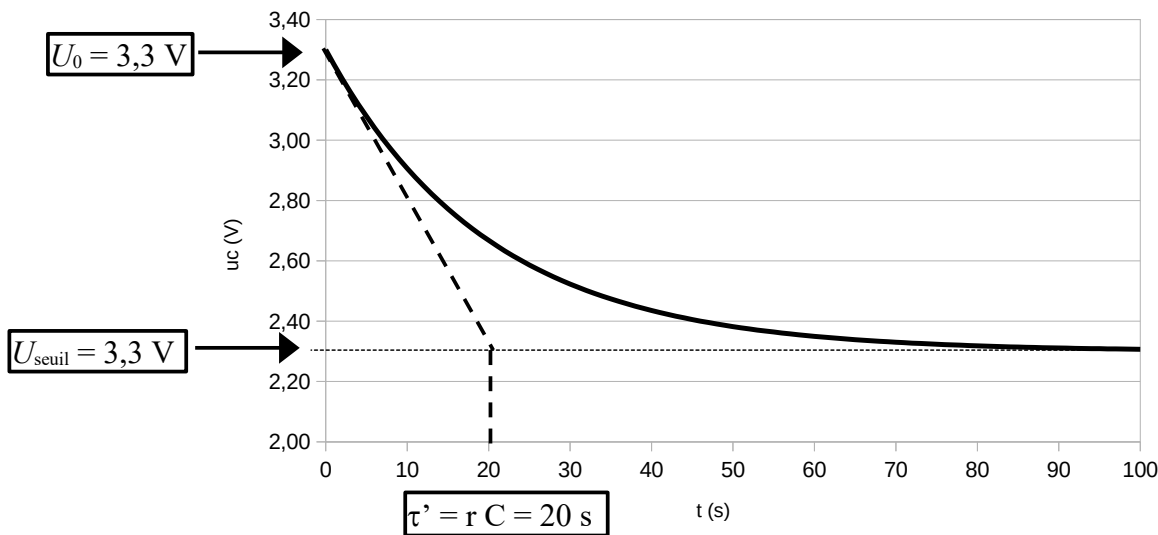
Q7. À partir du schéma électrique ci-dessous, dans lequel on a remplacé le résistor par la LED (pour $t > 0$ et en mode passante), on en déduit la nouvelle loi des mailles : $u_c = E + r i$, et donc la nouvelle équation différentielle : $u_c = E - r C \frac{du_c}{dt} \Leftrightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{\tau'} = \frac{U_{seuil}}{\tau'}$ avec $\tau' = r C$



Q8. Les solutions de cette équation différentielle (du premier ordre, linéaire, de coefficients et second membre constants) sont de la forme : $u_c(t) = B \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right) + U_{seuil}$. La condition initiale impose, par continuité de u_c : $u_c(t=0^+) = B \exp(0) + U_{seuil} = u_c(t=0^-) = U_0 \Leftrightarrow B = U_0 - U_{seuil}$.

La solution est donc : $u_c(t) = (U_0 - U_{seuil}) \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right) + U_{seuil}$

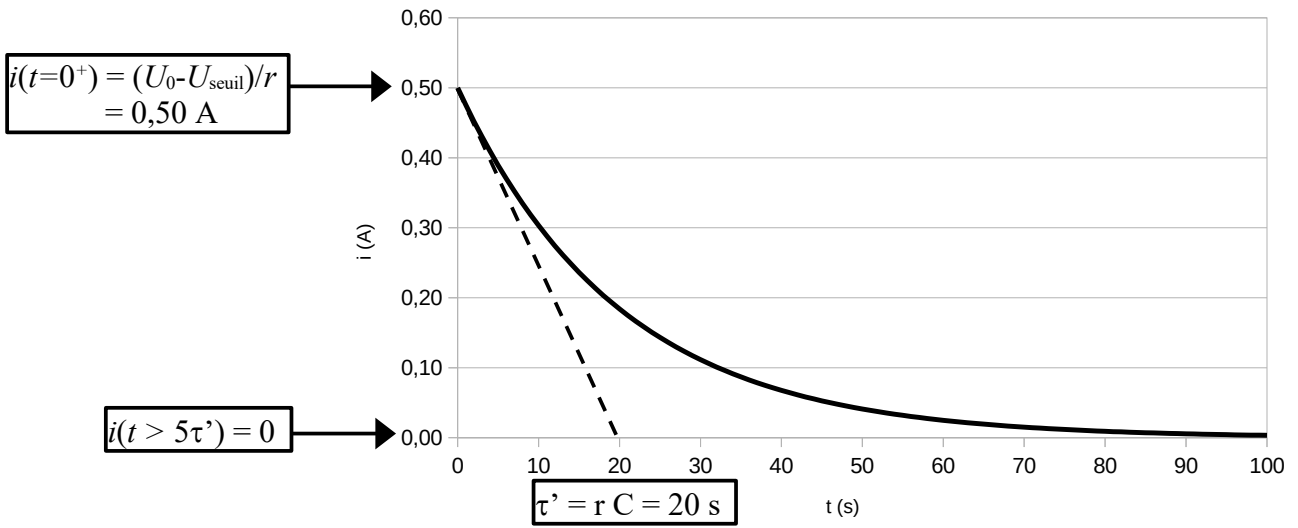
Q9. Allure de l'évolution de $u_c(t)$:



Q10. D'après la relation i / u_c (en convention générateur) : $i = -C \frac{du_c}{dt} = +\frac{C}{\tau'} (U_0 - U_{seuil}) \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right)$

Soit : $i(t) = \frac{U_0 - U_{seuil}}{r} \exp\left(-\frac{t}{\tau'}\right)$

Q11. Allure de l'évolution de $i(t)$:



Q12. Les caractéristiques techniques fournies dans le **tableau 1**, précisent que la DEL ne peut pas supporter une intensité supérieure à $I_{max} = 250$ mA. Il y a donc un risque de griller cette DEL dans les conditions envisagées, ce qui nécessite donc de rajouter une résistance de protection R_p en série dans le circuit. Dans ce cas, le temps caractéristique deviendra $\tau'' = (r + R_p) C$ et l'expression de l'intensité :

$$i(t) = \frac{U_0 - U_{seuil}}{r + R_p} \exp\left(-\frac{t}{\tau''}\right)$$

La valeur maximale de l'intensité dans le circuit est la valeur initiale, qui doit être au maximum égale à

$$I_{max}, \text{ d'où : } i(t=0^+) = \frac{U_0 - U_{seuil}}{r + R_p} < I_{max} \Leftrightarrow R_p > \frac{U_0 - U_{seuil}}{I_{max}} - r \quad \text{A.N. : } \boxed{R_p > \frac{3,3 - 2,3}{0,25} - 2 \equiv 2 \Omega}$$

N.B. : en réalité, c'est en RS (DC = « direct current » = « courant continu ») qu'il ne faut pas maintenir plus 0,25 A... Ici, la DEL devrait pouvoir supporter une intensité supérieure à 0,25 A pendant le RT...

Q13. D'après l'énoncé, la diode n'émet plus (assez) de lumière dès que $u_d = U_{fin} = U_{seuil} + 0,1$ V = 2,4 V

Cette valeur est atteinte à l'instant t_{fin} tel que : $u_c(t_{fin}) = (U_0 - U_{seuil}) \exp\left(-\frac{t_{fin}}{\tau'}\right) + U_{seuil}$, soit pour :

$$\boxed{t_{fin} = \tau' \ln\left(\frac{U_0 - U_{seuil}}{U_{fin} - U_{seuil}}\right)} \quad \text{A.N. : } \underline{t_{fin} \equiv 20 \text{ s} \times \ln\left(\frac{3,3 - 2,3}{2,4 - 2,3}\right) = \ln(10) \times 20 \text{ s} \equiv 46 \text{ s}}$$

La résistance de la DEL est définitivement trop faible pour assurer les 20 min prévues par l'énoncé...

Q14. L'énergie initialement accumulée dans le condensateur est $\mathcal{E}_{C,0} = \frac{1}{2} C (U_0)^2$ et la valeur finale

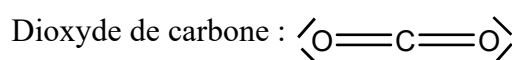
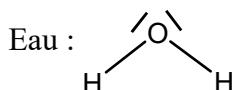
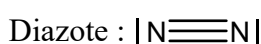
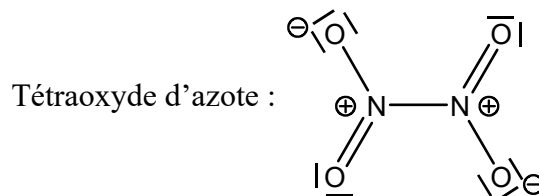
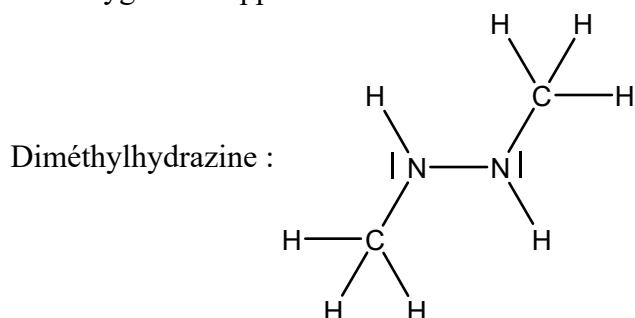
vaut : $\mathcal{E}_{C,fin} = \frac{1}{2} C (U_{fin})^2$. Le pourcentage d'énergie restante dans le condensateur lorsque la DEL cesse d'émettre de la lumière par rapport à l'énergie initiale accumulée vaut donc :

$$\boxed{p = \frac{\mathcal{E}_{C,fin}}{\mathcal{E}_{C,0}} = \left(\frac{U_{fin}}{U_0}\right)^2} \quad \text{A.N. : } \underline{p \equiv \left(\frac{2,4}{3,3}\right)^2 \simeq 0,53 = 53 \%}$$

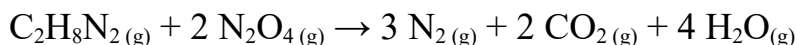
Ça manque donc d'efficacité...

2^{ème} Problème : Combustion dans un moteur Viking

Q15. D'après la position des éléments chimiques dans le tableau périodique, on déduit que l'atome d'hydrogène apporte 1 électron de valence, l'atome de carbone en apporte 4, celui d'azote en apporte 5 et celui d'oxygène en apporte 6. On en déduit les schémas de Lewis suivants :



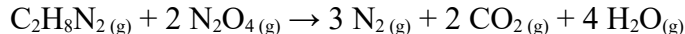
Q16. Équation associée à la réaction chimique modélisant la combustion réalisée :



Q17. Quantité de DHMA embarquée avant le décollage :

$$n_0 = \frac{m_0}{M(\text{DMHA})} = \frac{m_0}{2 M(\text{C}) + 8 M(\text{H}) + 2 M(\text{N})} \quad \text{A.N. : } n_0 = \frac{48.10^6 \text{ g}}{2 \times 12 + 8 \times 1 + 2 \times 14} = 8,0.10^5 \text{ mol}$$

Q18. D'après le tableau d'avancement :



El : $n_0 \quad n \quad 0 \quad 0 \quad 0$

Ef : $n_0 - \xi_{\text{max}} \quad n - 2\xi_{\text{max}} \quad 3\xi_{\text{max}} \quad 2\xi_{\text{max}} \quad 4\xi_{\text{max}}$

Puisque $n = 2,0.10^6 \text{ mol} > 2 n_0 = 1,6.10^6 \text{ mol}$, alors **la DMHA est le réactif limitant**, et $\xi_{\text{max}} = n_0$.

On en déduit la composition du système chimique à l'état final :

$$n_f(\text{C}_2\text{H}_8\text{N}_2) = 0 ; n_f(\text{N}_2\text{O}_4) = 4.10^5 \text{ mol} ; \\ n_f(\text{N}_2) = 2,4.10^6 \text{ mol} ; n_f(\text{CO}_2) = 1,6.10^6 \text{ mol} ; n_f(\text{H}_2\text{O}) = 3,2.10^6 \text{ mol}$$

Q19. Pour que le mélange initial soit stœchiométrique, il faut que $n = 2 n_0 = 1,6.10^6 \text{ mol}$.

Q20. Dans ces conditions, le système ne contient plus aucun des réactifs à l'état final, et contient une quantité totale de gaz $n_{f, \text{tot}} = 3 n_0 + 2 n_0 + 4 n_0 = 9 n_0$.

Le volume total de gaz expulsé par le moteur vaut alors : $V_f = V_m \times n_{f, \text{tot}} = 9 n_0 V_m$

A.N. : $V_f = 9 \times 8,0.10^5 \times 90 = 6,5.10^8 \text{ L} = 6,5.10^5 \text{ m}^3$

3^{ème} Problème : Synthèse de l'éthanol

Q21. Le tableau d'avancement s'écrit :

$$\text{C}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2\text{O}(\text{g}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}(\text{g}) \quad | \quad n_{\text{tot, gaz}}$$

El : $n_0 \quad n_0 \quad 0 \quad | \quad 2n_0$

EInt : $n_0 - \xi \quad n_0 - \xi \quad \xi \quad | \quad 2 n_0 - \xi$

Q22. D'après la loi de l'équilibre (relation de Guldberge et Waage) :

$$K^\circ = Q_{r,eqb} = \left(\frac{a(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}_{(g)})}{a(\text{C}_2\text{H}_4_{(g)}) a(\text{H}_2\text{O}_{(g)})} \right)_{eqb} = \left(\frac{\frac{P(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH})}{P^\circ}}{\frac{P(\text{C}_2\text{H}_4)}{P^\circ} \frac{P(\text{H}_2\text{O})}{P^\circ}} \right)_{eqb}$$

Soit :
$$K^\circ = \left(\frac{P(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}) P^\circ}{P(\text{C}_2\text{H}_4) P(\text{H}_2\text{O})} \right)_{eqb}$$

Q23. Puisque chaque pression partielle est égale au produit de la fraction en quantité par la pression totale $P_{eqb} = 70$ bars, on en déduit la relation :

$$K^\circ = \frac{\frac{\xi_{eqb}}{2n_0 - \xi_{eqb}} P_{eqb} P^\circ}{\left(\frac{n_0 - \xi_{eqb}}{2n_0 - \xi_{eqb}} P_{eqb} \right)^2} \text{ soit : } K^\circ = \frac{\xi_{eqb} (2n_0 - \xi_{eqb}) P^\circ}{(n_0 - \xi_{eqb})^2 P_{eqb}}$$

Q24. Avec une calculatrice, on pourrait résoudre l'équation du second degré en ξ_{eqb} :

$$\frac{K^\circ P_{eqb}}{P^\circ} (n_0 - \xi_{eqb})^2 = \xi_{eqb} (2n_0 - \xi_{eqb}) \Leftrightarrow \left(1 + \frac{K^\circ P_{eqb}}{P^\circ} \right) \xi_{eqb}^2 - 2n_0 \left(1 + \frac{K^\circ P_{eqb}}{P^\circ} \right) \xi_{eqb} + \frac{K^\circ P_{eqb}}{P^\circ} n_0^2 = 0$$

C'est finalement bien plus facile d'écrire un programme Python... Celui-ci s'appuie sur l'avancement progressif du système chimique et donc du quotient de réaction pour parvenir jusqu'à l'état d'équilibre. On peut donc compléter le programme avec le code suivant :

ligne 7 : `while Q < K :` → tant que le quotient réactionnel n'a pas atteint ou dépassé la valeur de K°

ligne 8 : `xi += dxi` → l'avancement progresse du pas choisi

ligne 9 : `Q = xi * (2 * n0 - xi) / (n0 - xi) ** 2 / P` → calcul de la nouvelle valeur du quotient de réaction

Q25. Pour augmenter la précision de la détermination de ξ_{eqb} , il suffit de **diminuer le pas** d'évolution de l'avancement, noté dxi dans le programme. Cela ne sert pas à grand-chose ici, car nous sommes limités par la précision des données (à deux chiffres significatifs) !

Q26. Si la réaction était totale, on produirait une quantité d'éthanol égale à $\xi_{max} = n_0$.

Le rendement est donc tout simplement le taux d'avancement à l'équilibre :
$$\rho = \frac{\xi_{eqb}}{\xi_{max}} = \frac{0,24}{2,0} = 12 \%$$

Q27. La loi de l'équilibre mène désormais à :
$$K^\circ = \frac{\xi'_{eqb} (n_1 + n - \xi'_{eqb})}{(n_1 - \xi'_{eqb})(n - \xi'_{eqb})} \frac{P^\circ}{P_{eqb}}$$

Si l'on fait mathématiquement tendre n vers l'infini, cette relation devient égale à :

$$K^\circ = \frac{\xi'_{eqb}}{n_1 - \xi'_{eqb}} \frac{P^\circ}{P_{eqb}} \Leftrightarrow \frac{K^\circ P_{eqb}}{P^\circ} (n_1 - \xi'_{eqb}) = \xi'_{eqb} \Leftrightarrow \xi'_{eqb} = \frac{n_1}{1 + \frac{P^\circ}{K^\circ P_{eqb}}}$$

Le rendement devient donc :
$$\rho' = \frac{\xi'_{eqb}}{\xi'_{max}} = \frac{1}{1 + \frac{P^\circ}{K^\circ P_{eqb}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{4,0 \cdot 10^{-3} \times 70}} = 22 \%$$

On a donc tout intérêt à travailler en large excès d'eau plutôt qu'avec un mélange stœchiométrique, puisque le rendement est presque doublé !

À partir de l'équilibre, on applique une augmentation de la pression totale à température constante :

Q28. Dans l'expression de Q_r , la pression totale figure au dénominateur. Une augmentation de la pression totale du récipient entraîne une **diminution du quotient de réaction**, qui devient inférieur à la valeur de K° (qui n'est pas modifiée puisque la température est maintenue constante).

Q29. Puisque $Q_r < K^\circ$, la réaction **évolue dans le sens direct**, de formation des produits.

Q30. Une augmentation de pression permet donc d'**augmenter le rendement de la synthèse**.

Q31. On comprend donc pourquoi les conditions choisies pour la synthèse industrielle font intervenir une pression relativement grande.

Pour cette réaction, la constante d'équilibre K° est une fonction décroissante de la température :

Q32. Une augmentation de la température du système entraîne une diminution de la valeur de K° , et donc une **diminution du rendement de la synthèse**.

Q33. Néanmoins, les conditions choisies pour la synthèse industrielle correspondent à une température relativement élevée, ceci pour des **raisons cinétiques** : il ne serait pas intéressant d'avoir un meilleur rendement en travaillant à basse température, mais de devoir attendre plusieurs mois pour que la réaction se déroule... Une température de 300°C correspond donc à un bon compromis.

4^{ème} Problème : Cinétique de décomposition de l'ozone

Données : $R = 8,3 \text{ J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$; $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$; $\ln 2 \approx 0,7$; $\frac{1}{20} - \frac{1}{30} \approx 0,02$; $\frac{1}{293} - \frac{1}{303} \approx 1.10^{-4}$

Q34. Définition de la vitesse de réaction : $v = -\frac{d[\text{O}_3]}{dt}$; Loi de vitesse : $v = k [\text{O}_3]^\alpha$. En couplant les deux expressions, on obtient l'équation différentielle régissant l'évolution de la concentration d'ozone :

$$\boxed{-\frac{d[\text{O}_3]}{dt} = k [\text{O}_3]^\alpha}$$

Résolution dans l'hypothèse où $\alpha = 0$: $\boxed{[\text{O}_3](t) = [\text{O}_3]_0 - k t}$ en tenant compte de la condition initiale.

Résolution dans l'hypothèse où $\alpha = 1$: $\boxed{[\text{O}_3](t) = [\text{O}_3]_0 \exp(-k t)}$ en tenant compte de la condition initiale.

Résolution dans l'hypothèse où $\alpha = 2$: $\boxed{\frac{1}{[\text{O}_3](t)} = \frac{1}{[\text{O}_3]_0} + k t}$ en tenant compte de la condition initiale.

Q35. Pour $\alpha = 0$: $[\text{O}_3](t=\tau_{1/2}) = \frac{[\text{O}_3]_0}{2} = [\text{O}_3]_0 - k \tau_{1/2} \Leftrightarrow \boxed{\tau_{1/2} = \frac{[\text{O}_3]_0}{2 k}}$

Pour $\alpha = 1$: $[\text{O}_3](t=\tau_{1/2}) = \frac{[\text{O}_3]_0}{2} = [\text{O}_3]_0 \exp(-k \tau_{1/2}) \Leftrightarrow \boxed{\tau_{1/2} = \frac{\ln 2}{k}}$

Pour $\alpha = 2$: $\frac{1}{[\text{O}_3](t=\tau_{1/2})} = \frac{2}{[\text{O}_3]_0} = \frac{1}{[\text{O}_3]_0} + k \tau_{1/2} \Leftrightarrow \boxed{\tau_{1/2} = \frac{1}{k [\text{O}_3]_0}}$

Q36. Par lecture graphique sur la **figure 3**, on constate que le temps de demi-réaction est le même pour toutes les expériences, quelle que soit la concentration initiale : $\tau_{1/2} = 7,0 \text{ min}$. Ce résultat est caractéristique d'un ordre égal à : $\alpha = 1$

Q37. On en déduit la valeur de la constante de vitesse : $k(\theta_1) = \frac{\ln 2}{\tau_{1/2}}$ **A.N. :** $k(\theta_1) = \frac{0,7}{7,0} = 0,1 \text{ min}^{-1}$

D'autres méthodes que celle des temps de demi-réaction sont basées sur des régressions linéaires.

Q38. On peut réaliser une régression linéaire en posant $X = t$ et $Y = \ln([O_3](t))$: les points de coordonnées (X, Y) devraient être alignés le long d'une droite de pente $a = -k(\theta_1)$ et d'ordonnée à l'origine $b = \ln([O_3]_0)$.

On admet pour la suite du problème que la régression linéaire appliquée aux données de la courbe 1 mène à : $k(\theta_1) = 9,3 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}$. On détermine par ailleurs qu'à $\theta_2 = 30^\circ\text{C}$, et toujours en présence de charbon actif, la constante de vitesse vaut $k(\theta_2) = 0,18 \text{ min}^{-1}$.

Q39. La loi d'Arrhénius a pour expression : $k(T) = A \exp\left(-\frac{E_A}{RT}\right)$ avec A le facteur pré-exponentiel et E_A l'énergie d'activation.

Q40. D'après la loi d'Arrhénius, on a : $\frac{k(\theta_2)}{k(\theta_1)} = \frac{A \exp\left(-\frac{E_A}{RT_2}\right)}{A \exp\left(-\frac{E_A}{RT_1}\right)} = \exp\left(\frac{E_A}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)\right)$, d'où :

$$E_A = R \frac{\ln\left(\frac{k(\theta_2)}{k(\theta_1)}\right)}{\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}}$$

Q41. A.N. : $E_A = \frac{8,3 \times \ln\left(\frac{0,18}{0,093}\right)}{\frac{1}{293} - \frac{1}{303}} \simeq \frac{8,3 \times 0,7}{1.10^{-4}} = 5,8 \cdot 10^4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} = 58 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$

5^{ème} Problème : Cinétique de décomposition de l'ion hypochlorite en solution (issu de CCINP TSI 2025)

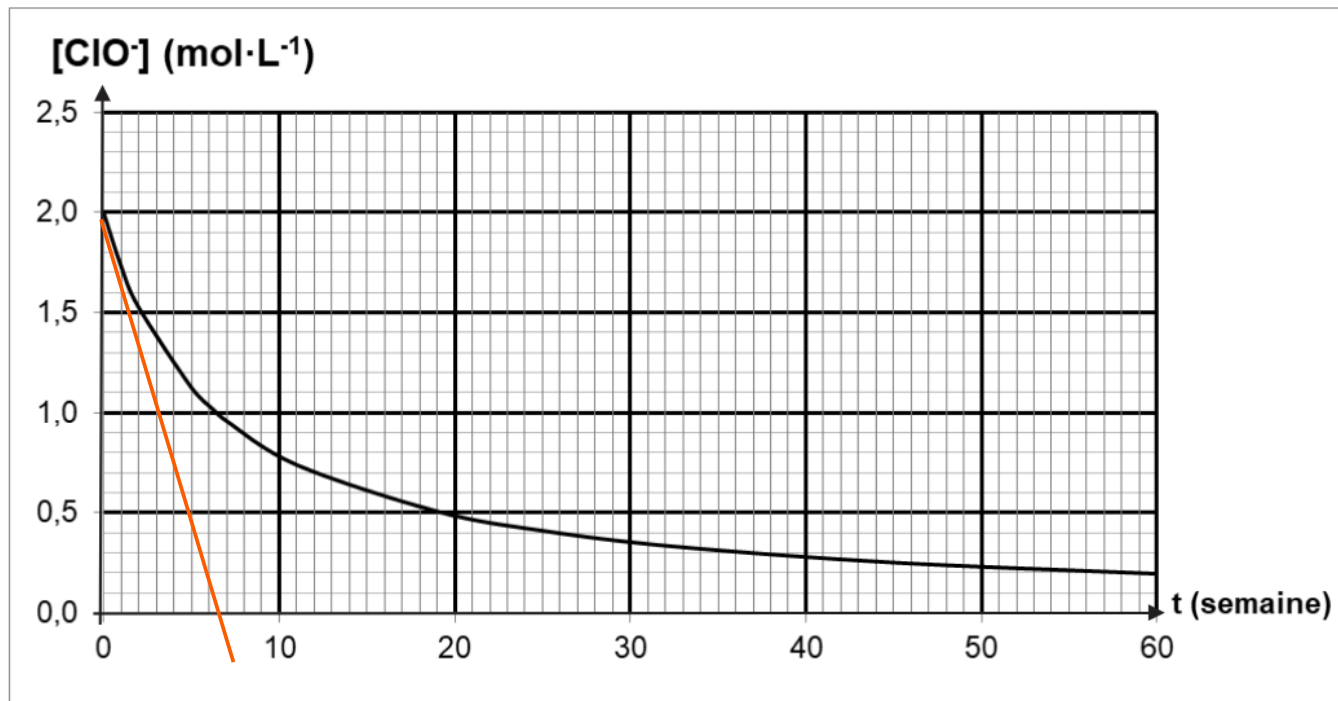


Figure 4 - Évolution de la concentration en ion hypochlorite $\text{ClO}^-_{(\text{aq})}$ au cours du temps

Q42. La vitesse volumique v de disparition de l'ion hypochlorite est par définition : $v = -\frac{d[\text{ClO}^-]}{dt}$

Q43. Cette vitesse est donc l'opposé de la pente de la tangente de la courbe représentant $[\text{ClO}^-](t)$. On détermine ainsi cette vitesse à l'instant initial en traçant la tangente de la courbe à l'origine, et en estimant

l'opposé de sa pente : $v_0 = \frac{2,0-0}{6,7-0} = 0,30 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{semaine}^{-1}$

Q44. On constate sur le graphique que plus le temps augmente, plus la tangente à la courbe devient horizontale, et donc plus la pente de sa tangente diminue en valeur absolue. On en déduit donc que la vitesse de disparition de l'ion hypochlorite v diminue au fur et à mesure que la réaction avance. On peut interpréter ce phénomène par une diminution de la probabilité de rencontre des entités réactives (ion hypochlorite vs ion hypochlorite) au fur et à mesure que leur concentration diminue.

Q45. La vitesse spécifique de la réaction est égale à la vitesse de disparition de l'ion hypochlorite (parce que le nombre stœchiométrique associé à l'ion ClO^- est égal à 1, et donc pour une réaction d'ordre 2, on a : $v = k [\text{ClO}^-]^2$)

Q46. On constate, en calculant les rapports $\frac{v}{[\text{ClO}^-]^2}$, qu'ils sont constants (y compris pour l'instant initial, d'ailleurs!) : $\frac{0,076}{1^2} = \frac{0,019}{0,5^2} = 4 \times 0,019 \left(= \frac{0,30}{2,0^2} \right)$. Les valeurs données dans le tableau 1 sont donc bien en accord avec l'hypothèse d'une réaction de décomposition de l'ion hypochlorite d'ordre 2, et la constante de vitesse de la réaction de décomposition à 30°C vaut :

$$k \equiv \frac{v}{[\text{ClO}^-]^2} \equiv 0,076 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{semaine}^{-1}$$

Q47. En lien avec la réponse à la question **Q44**, il est impératif de ne pas conserver les solutions contenant l'ion hypochlorite sous forme concentrée. Par ailleurs, la réaction de décomposition étant très certainement accélérée par des températures élevées (l'énergie d'activation est positive), il faut également stocker ces solutions dans un endroit frais !

6^{ème} Problème : Plongeurs synchronisés

Q48. Référentiel : terrestre local, associé au plongeur.

Système : l'une des deux plongeurs, assimilée à un point matériel.

Repère : cartésien à 1D (mouvement rectiligne uniformément accéléré) : axe vertical z, orienté vers le haut, et ayant comme origine la surface de l'eau (une des multiple possibilités...).

Accélération : $\vec{a} = -a \vec{e}_z = \ddot{x} \vec{e}_z$

On en déduit : $\ddot{x} = -a = cste$ (pour les deux plongeurs)

Et donc, par intégration : $\dot{x}(t) = -a t + A$

Puisque les plongeurs partent sans vitesse initiale, on en déduit que $A=0$, d'où l'expression de la valeur algébrique de la vitesse : $\dot{x}(t) = -a t < 0$

On intègre à nouveau pour obtenir l'équation horaire du mouvement :

$$x(t) = -\frac{1}{2} a t^2 + B$$

La constante d'intégration dépend de la plongeur :

$$x_1(t) = -\frac{1}{2} a t^2 + h_1 \text{ pour } P_1 ; x_2(t) = -\frac{1}{2} a t^2 + h_2 \text{ pour } P_2$$

On en déduit la durée de vol t_1 pour la plongeur P_1 , tel que : $x_1(t_1) = -\frac{1}{2} a t_1^2 + h_1 = 0 \Leftrightarrow t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{a}}$

Et de même la durée de vol t_2 pour la plongeur P_2 , tel que : $x_2(t_2) = -\frac{1}{2} a t_2^2 + h_2 = 0 \Leftrightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{a}}$

Pour qu'elles parviennent en même temps dans l'eau, il faut donc que la plongeur P_2 attende :

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \sqrt{\frac{2h_2}{a}} - \sqrt{\frac{2h_1}{a}} \quad \text{A.N. : } \Delta t = \sqrt{\frac{2 \times 20}{10}} - \sqrt{\frac{2 \times 10}{10}} = 2,0 - 1,4 = \underline{0,6 \text{ s}}$$

Q49. En reprenant l'expression des valeurs algébriques de la vitesse, on obtient les normes des vitesses d'entrée dans l'eau :

Pour la plongeur P_1 : $\|\vec{v}_1\| = |\dot{x}(t_1)| = a t_1 = \sqrt{2 h_1 a}$ **A.N. :** $\|\vec{v}_1\| = 10 \times 2,0 = \underline{20 \text{ m.s}^{-1}}$

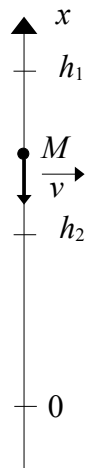
Pour la plongeur P_2 : $\|\vec{v}_2\| = |\dot{x}(t_2)| = a t_2 = \sqrt{2 h_2 a}$ **A.N. :** $\|\vec{v}_2\| = 10 \times 1,4 = \underline{14 \text{ m.s}^{-1}}$

Q50. On revient à la détermination des expressions de la valeur algébrique de la vitesse, pour chacune des deux plongeurs.

Pour la plongeur P_1 : $\dot{x}_1(t) = -a t + v_{0,1}$

Pour la plongeur P_2 : $\dot{x}_2(t) = -a t + v_{0,2}$

L'intégration mène désormais, en tenant compte des conditions initiales :



Pour la plongeuse P₁ : $x_1(t) = -\frac{1}{2}a t^2 + v_{0,1} t + h_1$

Pour la plongeuse P₂ : $x_2(t) = -\frac{1}{2}a t^2 + v_{0,2} t + h_2$

On obtient le temps de vol commun aux deux plongeuses en résolvant l'équation :

$$x_1(t_f) = -\frac{1}{2}a t_f^2 + v_{0,1} t_f + h_1 = 0$$

Il s'agit d'une équation du second degré, dont l'unique solution physiquement acceptable (positive) est :

$$t_f = \frac{v_{0,1} + \sqrt{v_{0,1}^2 + 2 a h_1}}{a}$$

$$\text{A.N. : } t_f = \frac{8,0 + \sqrt{8,0^2 + 2 \times 10 \times 20}}{10} = \frac{\sqrt{464} + 8,0}{10} \approx 3,0 \text{ s}$$

N.B. : on trouve heureusement que $t_f > t_1$!

Il n'y a plus qu'à déterminer la valeur de $v_{0,2}$ telle que : $x_2(t_f) = -\frac{1}{2}a t_f^2 + v_{0,2} t_f + h_2 = 0$

$$\text{Soit : } v_{0,2} = \frac{\frac{a t_f^2}{2} - h_2}{t_f} = \frac{1}{2}a t_f - \frac{h_2}{t_f}$$

$$\text{A.N. : } v_{0,2} = \frac{1}{2} \times 10 \times 3,0 - \frac{10}{3,0} \approx 12 \text{ m.s}^{-1}$$

N.B. : on trouve heureusement que $v_{0,2} > v_{0,1}$!