

Questions de cours



Rapide : limites usuelle ou équivalent usuel

- Limites usuelles :
 - ▶ Limites des fonctions usuelles aux bornes de leur domaine
 - ▶ Croissances comparées
 - ▶ Taux d'accroissements
- Équivalents usuels : $u(x) \rightarrow 0$, équivalents de $\exp(u) - 1, \ln(1 + u), \sin(u), \cos(u) - 1, \tan(u), (1 + u)^\alpha - 1, \sqrt{1 + u} - 1, \arctan(u), \arcsin(u)$

En cas de méconnaissance, jusqu'à 4 points peuvent être retirés de la note. On ne s'attardera pas sur cet exercice, quel que soit le niveau de l'élève.



Récitation

- Énoncer le théorème ou ¹ l'inégalité des accroissements finis. (Chap. 16B 2.2 thm 3 ou 2.3 thm 4)
- Énoncer la formule de TAYLOR pour les polynômes. (Chap. 15A 4.2 thm 3)
- Définition de multiplicité d'une racine. (Chap. 15B 3. def. 4)



Démonstrations et exercices de cours.

Les exercices de cours "pour les plus courageux-euse" peuvent être refusés (poliment) par l'élève, dans ce cas celui se voit proposer une autre démonstration de cours de la liste, qui devra être parfaitement traitée.

1. Montrer que α est racine de P de multiplicité au moins 2 si et seulement si $\tilde{P}(\alpha) = 0$ et $\tilde{P}'(\alpha) = 0$. (Chap. 15B 3. prop. 6)
2. Montrer la règle de dérivation du produit à l'aide des développements limités d'ordre 1.
3. Exercice ☉ (1 feuille 15.1)

Exercice 1

Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*$,

$$X^n - 1 = (X - 1) \sum_{k=0}^{n-1} X^k.$$

En déduire, pour $a, b \in \mathbb{C}$ et $n \in \mathbb{N}^*$, une factorisation de $a^n - b^n$ par $(a - b)$.

Preuve à faire¹ :

- (a) Par somme télescopique ou par changement d'indice, avec le corollaire $a^n - b^n$.
 - (b) par récurrence, sans le corollaire.
4. pour les plus courageux-euse (Chap. 15B prop 2. et 3.)
 - Montrer qu'un polynôme non-nul de degré d a au plus d racines distinctes par récurrence sur d .
 - En déduire que si un polynôme possède plus de racines que son degré, c'est le polynôme nul et que deux polynômes qui coïncident en plus de points que leur degré sont égaux.
 5. pour les plus courageux-euse (Chap. 15B 2.1)

Factoriser $X^6 - 1$ de trois façons différentes (complexes, $(X^2)^3 - 1$ et $(X^3)^2 - 1$).

Méthodes à connaître et exercices élémentaires

- **Retour** Probas (avec maintenant l'indépendance)
- **New** Image et noyau de matrices. Liens avec la liberté, caractère générateur de la famille de vecteurs colonne de la matrice.
- **New** Arithmétique sur les polynômes : division divisibilité

En exo supplémentaire

- Famille libre et famille génératrice de $\mathbb{R}^n$ ou $\mathcal{M}_{n,1}(\mathbb{R})$.
- usage d'équivalents pour calculer des limites.
- Probabilités, probabilité conditionnelles.

1. au choix du/de la colleur-euse

Chapitre 13 : Matrices

- Produit matrices $\times$ colonne.
- Produit de matrices.
- Identité, matrice nulles.
- Structures sur $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Puissances de matrices carré.
- Formule du binôme.
- Inverse.
- familles de vecteurs de $\mathbb{R}^n$, $\text{Vect}(_)$
- Famille libre et famille génératrice de $\mathbb{R}^n$.
- **New** Image et Noyau (que pour le cours).

Chapitre 22 : Proba

- Généralité : expérience, issue, univers, évènement, incompatibilité.
- Système complet d'évènements
- Probabilité, espace probabilisé, modélisation probabiliste.
- Cas de l'équiprobabilité.
- Lemme de découpage : $B = (B \cap A) \cup (B \cap \bar{A})$ et cette union est disjointe.
- Probabilité conditionnelle.
- Formule des proba totales.
- **New** indépendance.

Chapitre 14 : Limites et continuité

- Limites de fonctions, voisinages.
- Limites à gauche et à droite.
- Théorème d'encadrement, passage à la limite dans une inégalité, théorème de composition de limites.
- Continuité en un point, continuité sur un intervalle.
- Opérations sur les fonctions continues.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Théorème des bornes atteintes.
- Théorème de la bijection.
- Équivalents, négligeabilité, domination de fonctions.

Chapitre 15 : Polynômes

- Polynôme
- Degré
- Opérations
- Division Euclidienne
- Racines
- Multiplicité

Chapitre 16 : Dérivation (que pour le cours)

- Nombre dérivé
- Développements limités d'ordre 1