

Épreuve de Modélisation du Concours Blanc

durée globale : 2h

Consignes :

Calculatrice interdite

- Prévoir une copie pour la physique (**Q1** → **Q10**), une autre pour les mathématiques (**Q11** → **Q20**) et une troisième pour la SI (**Q21** → **fin**).
- Chaque copie doit **obligatoirement** avoir une **marge à gauche** de chaque page.
- Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.
- Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.
- Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- Ne pas utiliser de correcteur.

Générateur inertiel toroïdal

Ce sujet est inspiré du travail de thèse de doctorat de Matthias Geisler intitulé « Récupération d'énergie mécanique pour vêtements autonomes connectés » soutenue à l'Université Grenoble-Alpes en 2017.

Partie I - Présentation

I.1 - Contexte général

Document 1 - Extrait de la thèse de doctorat de Matthias Geisler

L'idée qu'un système puisse convertir localement des formes d'énergie pour fonctionner de façon autonome est séduisante. Les êtres vivants en sont un parfait exemple, par les processus biologiques ou chimiques qui tirent profit de flux d'énergie entrants en permanence – lumière, nourriture, chaleur. Dans le domaine des systèmes électroniques, la récupération d'énergie désigne les techniques qui permettent de convertir une forme d'énergie présente dans l'environnement d'un dispositif pour alimenter celui-ci. Sur ce principe, elle se distingue de l'utilisation de l'énergie électrique produite de façon centralisée et au recours à des unités de stockage pré-chargées (batteries/piles électrochimiques).

L'idée d'exploiter l'énergie mécanique de la personne pour alimenter des objets connectés de son environnement a été proposée assez tôt dans le développement de l'Internet des objets. Les premières publications sur le sujet datent des années 1990. On peut donner l'exemple du premier concept de « chaussure dynamoélectrique », breveté en 1992. Dès lors, on peut distinguer deux familles de récupérateurs d'énergie sur la personne, caractérisées par la nature de l'énergie mécanique convertie :

- les systèmes inertiels (ou indirects) qui sont formés d'un corps de générateur et d'une masse en déplacement libre sous l'effet des accélérations du corps de l'utilisateur. L'énergie convertie est l'énergie cinétique de la partie mobile et est par conséquent proportionnelle à sa masse ;
- les systèmes directs qui exploitent les contraintes, les déformations ou les frottements. La source d'énergie mécanique est alors directement l'effort (musculaire) fourni par la personne pour produire ces effets.

Un générateur inertiel toroïdal est un modèle de récupérateur d'énergie inertiel à induction (**figure 1**). Il comprend une bille magnétique mobile, dont le mouvement sur une trajectoire fermée est déclenché à la fois par les accélérations latérales du générateur et par sa rotation. Par ce principe, il est équivalent à un générateur rotationnel avec masse excentrée.

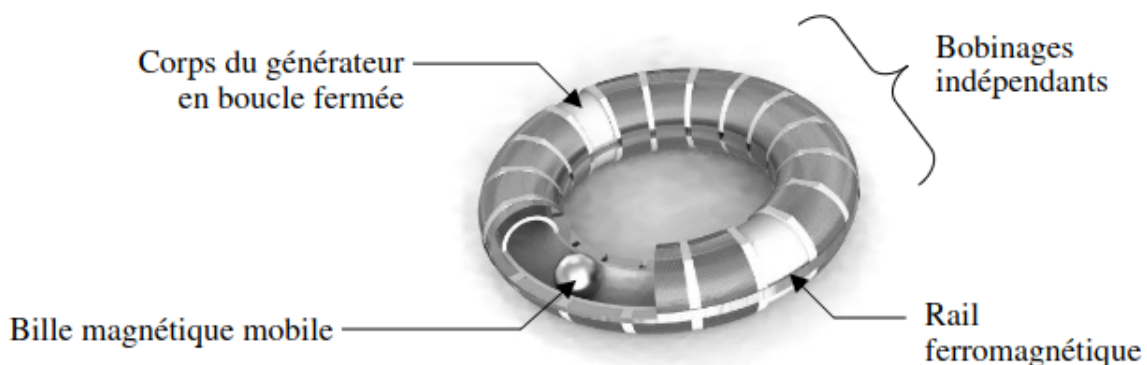


Figure 1 - Structure du récupérateur d'énergie inertiel toroïdal

Document 1 (suite)

Le récupérateur d'énergie toroïdal est particulièrement adapté pour exploiter la rotation des articulations. En cela, il est plus polyvalent que les générateurs résonants unidirectionnels et peut être implémenté de façon pertinente aux niveaux des bras, des poignets ou des pieds (**figure 2**). Sa forme peut être particulièrement adaptée pour une intégration dans certains objets (montres, chaussures).



Figure 2 - Implémentations possibles du générateur toroïdal

I.2 - Analyse de l'accélération humaine

La conception d'un récupérateur d'énergie s'appuie tout d'abord sur l'étude de la signature fréquentielle de l'excitation mécanique visée. Dans le cas de notre étude, nous examinons les propriétés de la course à pied. L'accélération le long des membres a été mesurée par Matthias Geisler sur un sujet courant lentement ($6,4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$) sur un tapis roulant, au moyen d'un accéléromètre analogique (ADXL 326) placé successivement en différents points du corps : sur le bras, le côté de la poitrine et de la hanche. On donne sur la figure 3 des kinogrammes stylisés de la course à pied. On donne sur la figure 4 les signaux temporels enregistrés lors de la course à pied et de leurs signatures spectrales, calculées par transformée de Fourier rapide (FFT).

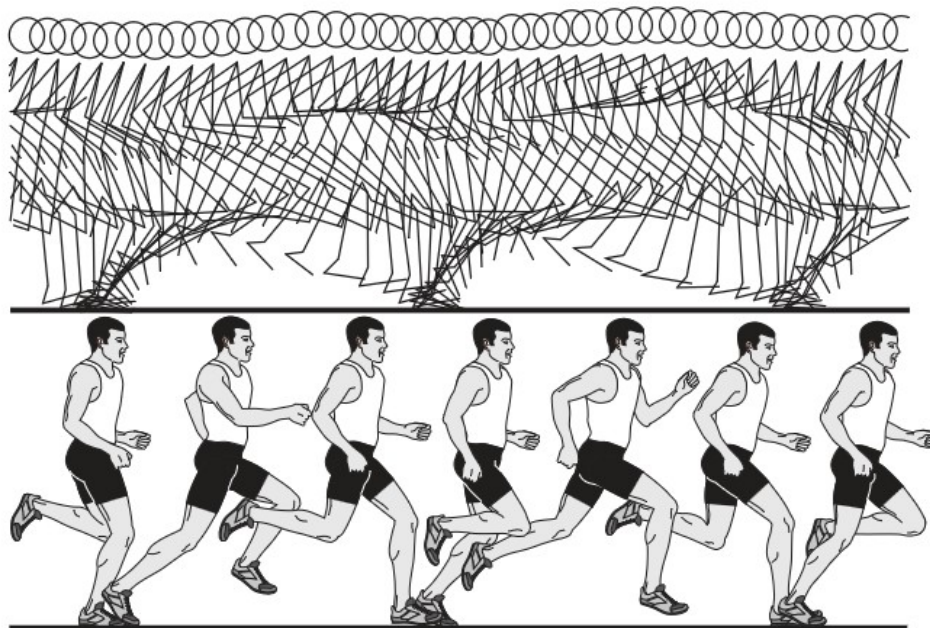


Figure 3 - Kinogrammes stylisés de la course à pied [adapté de Leboeuf et col. (2006)¹]

1. Leboeuf et col., Étude biomécanique de la course à pied. Université de Poitiers, France (2006).

Les signaux temporels enregistrés montrent des pics d'accélération qui correspondent aux impacts des pas ($1g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$).

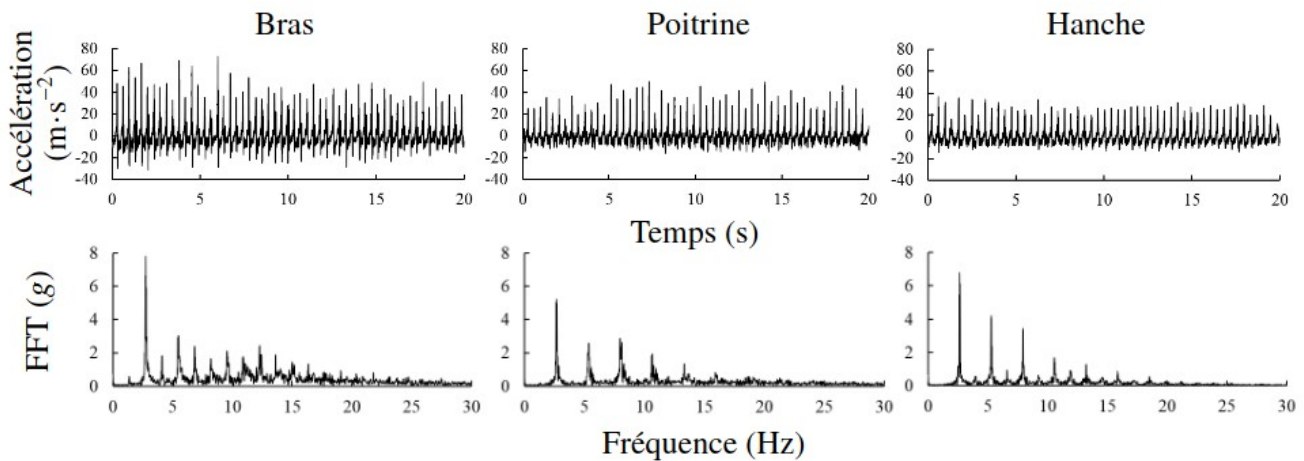


Figure 4 - Accélérations mesurées le long des membres en course à pied et FFT correspondantes [adapté de Geisler (2017)]

Partie PHYSIQUE :

Q1 : À partir des spectres de la figure 4, déterminer, en nombre de g, l'amplitude maximale des raies d'accélération mesurées au niveau du bras, de la poitrine et de la hanche et, dans chaque cas, la fréquence associée.

Q2. Sachant que la vitesse moyenne de la course est $v = 6,4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$, en déduire la longueur de foulée, c'est-à-dire la distance moyenne au sol parcourue entre un appui du pied gauche et un appui du pied droit. Préciser si cette valeur semble cohérente.

Dans ce qui suit, on se focalise sur le format toroïdal du générateur qui vise à exploiter les mouvements de balancier des membres de la personne.

Q3. Déterminer l'amplitude angulaire du mouvement des bras à 10° près et justifier le choix d'exploiter les mouvements de balancier des membres de la personne.

Partie II - Principe de la conversion d'énergie

Le principe de fonctionnement du générateur toroïdal est celui d'un générateur électromagnétique où le déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique se traduit par une induction de Lorentz.

Le champ magnétique est créé par une bille magnétique en néodyme-fer-bore (NdFeB), en mouvement dans la bobine.

Dans cette partie du sujet, on cherche à étudier le principe de la conversion d'énergie électromagnétique utilisé et notamment l'origine d'un courant induit dans la bobine et la puissance électrique produite par un passage de bille. Sans perte de généralités, on se limitera à l'étude d'un tronçon de bobine dont on négligera le rayon de courbure et la longueur.

II.1 - Principe du couplage électromécanique

Pour étudier le principe de la conversion d'énergie électromécanique, on considère que la bille magnétique se comporte comme un dipôle magnétique au point G , de moment magnétique \vec{m} . La bille est libre de tourner et de translater sur l'axe d'une bobine plate (épaisseur négligeable) d'axe (O, \vec{e}_z) , de rayon R_b et constituée de N spires (figure 5).

Elle induit au point M le champ magnétique : $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} (3(\vec{m} \cdot \vec{e}_r) \vec{e}_r - \vec{m})$

avec $\vec{GM} = r \vec{e}_r$, $r > 0$ et $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ la perméabilité absolue du vide.

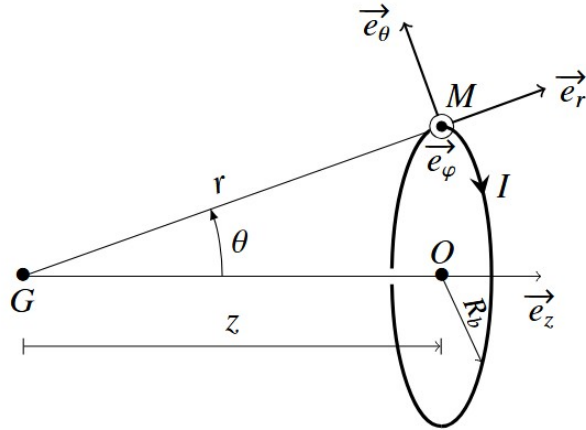


Figure 5 - Interaction entre la bille et une spire

Q4. Reproduire (sans toutes les notations) le schéma de la figure 5 sur la copie, et préciser la carte du champ magnétique créé par la bille magnétique au niveau de la bobine lorsque le moment magnétique de la bille \vec{m} est colinéaire et de même sens que \vec{e}_z .

Q5. Vérifier la dimension de l'expression du champ magnétique créé par la bille au point M .

Q6. Prouver que lorsque $z \gg R_b$, le champ magnétique créé par la bille peut être considéré comme uniforme à l'échelle de la bobine, et préciser l'expression de la norme de ce champ lorsque le moment magnétique de la bille \vec{m} est colinéaire et de même sens que \vec{e}_z en fonction des paramètres z , $m = \|\vec{m}\|$ et μ_0 .

Le flux magnétique Φ embrassé par une spire de la bobine, de centre O , tel que $\vec{GO} = z \vec{e}_z$, $z \in \mathbb{R}$, est défini par l'intégration du champ magnétique \vec{B} sur une surface sphérique limitée par le cercle de centre O et de rayon R_b . Ce flux est maximal lorsque le moment magnétique de la bille \vec{m} est colinéaire et de même sens que \vec{e}_z . Dans ces conditions, on peut calculer : $\Phi = \frac{\mu_0 m R_b^2}{2 (z^2 + R_b^2)^{3/2}}$

D'après la loi de Lenz, la variation du flux magnétique dans la bobine est à l'origine d'un courant induit dans cette bobine, tel que le champ créé par ce courant induit s'oppose à la variation du flux qui l'a engendré.

Dans ce qui suit, on suppose que le circuit associé à la bobine est fermé et on note R_c sa résistance ohmique. Sur la figure 5, le sens de référence de l'intensité du courant I dans une spire est dirigé selon \vec{e}_ϕ , la base $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_\phi)$ étant choisie orthonormée directe.

Q7. Déterminer le signe de l'intensité I du courant induit dans le circuit lorsque la bille se déplace à vitesse constante $v = -\dot{z} > 0$. On justifiera précisément la réponse.

II.2 - Étude de la conversion d'énergie mécano-électrique

En notant c_e le coefficient d'amortissement dynamique, la puissance mécanique convertie en puissance électrique peut être définie par : $P_m = -c_e v^2$ avec v la vitesse relative de la bille par rapport à la bobine.

Dans cette partie, on cherche à déterminer l'expression de c_e lorsque la magnétisation \vec{m} conduit au flux Φ maximal dans chaque spire. D'après la loi de Faraday, la variation du flux magnétique dans la bobine est à l'origine d'une force électromotrice induite au sein de la bobine égale à : $e_{ind} = -\frac{d\Phi_{tot}}{dt}$

Q8. En supposant que la bille se déplace à vitesse constante $v = -\dot{z} > 0$, déterminer l'expression de la force électromotrice induite sur la bobine de N spires supposées confondues.

Q9. En déduire l'expression de l'intensité du courant induit I dans la bobine puis celle de puissance électrique extraite.

Q10. Déterminer l'expression recherchée du coefficient d'amortissement c_e en fonction des paramètres de la bille et de la bobine, puis expliquer pourquoi et comment le maximiser.

Fin de la partie physique ;

**merci de changer de copie pour traiter la suite du
sujet !**