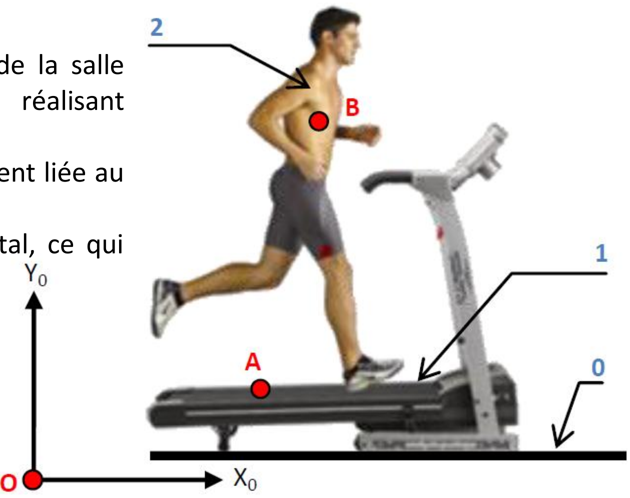
Questions rapides



Coureur sur un tapis de course

Un homme court sur un tapis de course. On notera **0** le sol de la salle d'entraînement, **1** le tapis de la machine et **2** l'homme réalisant l'entraînement.

Le point O est physiquement lié au sol, le point A est physiquement liée au tapis **1** et le point B est physiquement lié à la personne **2**.

Les points A et B se déplacent strictement sur le plan horizontal, ce qui implique que les paramètres H et h sont constants.

$\overrightarrow{OA} = h\overrightarrow{y_0} + \lambda_{01}(t)\overrightarrow{x_0}$ avec $A \in 1$

$\overrightarrow{AB} = (H-h)\overrightarrow{y_0} + \lambda_{12}(t)\overrightarrow{x_0}$ avec $B \in 2$

1. Calculer les vitesses suivantes par dérivation des vecteurs positions : $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{V_{B\in 2/1}}$, $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$ ~~et $\overrightarrow{V_{B\in 1/0}}$~~

$$\vec{V}_{A,1/0} = \left.\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(h\vec{y}_0 + \lambda_{01}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{B,2/1} = \left.\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d[(H-h)\vec{y}_0 - \lambda_{12}\vec{x}_0]}{dt}\right|_1 = \dot{\lambda}_{12}\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{B,2/0} = \left.\frac{d\overrightarrow{OB}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d[(\lambda_{01}+\lambda_{12})\vec{x}_0 + H\vec{y}_0]}{dt}\right|_0 = (\dot{\lambda}_{01}+\dot{\lambda}_{12})\vec{x}_0$$

avec $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} = \cancel{h\vec{y}_0} + \lambda_{01}\vec{x}_0 + (H - \cancel{h})\vec{y}_0 + \lambda_{12}\vec{x}_0 = (\lambda_{01}+\lambda_{12})\vec{x}_0 + H\vec{y}_0$

~~**2.** Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{B\in 2/0}}$ en appliquant la composition des vecteurs vitesse~~

3. Calculer les accélérations suivantes : $\overrightarrow{\Gamma_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 2/1}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 2/0}}$ ~~et $\overrightarrow{\Gamma_{B\in 1/0}}$~~

$$\vec{\Gamma}_{A,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{A,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{B,2/1} = \left.\frac{d\vec{V}_{B,2/1}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}_{12}\vec{x}_0)}{dt}\right|_1 = \ddot{\lambda}_{12}\vec{x}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{B,2/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{B,2/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d[(\dot{\lambda}_{01}+\dot{\lambda}_{12})\vec{x}_0]}{dt}\right|_0 = (\ddot{\lambda}_{01}+\ddot{\lambda}_{12})\vec{x}_0$$

1°) Vecteurs vitesses par dérivation vectorielle

$$\vec{V}_{A,1/0} = \left.\frac{d\vec{OA}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\ell\,\vec{y}_0 + \lambda_{01}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{B,2/1} = \left.\frac{d\vec{AB}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d[(H-\ell)\vec{y}_0 - \lambda_{12}\vec{x}_0]}{dt}\right|_1 = \dot{\lambda}_{12}\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{B,2/0} = \left.\frac{d\vec{OB}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d[(\lambda_{01}+\lambda_{12})\vec{x}_0 + H\vec{y}_0]}{dt}\right|_0 = (\dot{\lambda}_{01}+\dot{\lambda}_{12})\vec{x}_0$$

avec $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = \cancel{\ell\vec{y}_0} + \lambda_{01}\vec{x}_0 + (H - \cancel{\ell})\vec{y}_0 + \lambda_{12}\vec{x}_0 = (\lambda_{01}+\lambda_{12})\vec{x}_0 + H\vec{y}_0$

$$\vec{V}_{B,1/0} = \left.\frac{d\vec{OB}}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

avec $\vec{OB} = (\lambda_{01}+\lambda_{12})\vec{x}_0 + H\vec{y}_0$, mais attention ! Ici B est lié au solide 1 et non pas à 2. Il faut satisfaire une condition de rattachement cinématique du point B au solide 1 en posant λ_{12} = constante

2°) Vecteur vitesse par composition de vitesse

$$\vec{V}_{B,2/0} = \vec{V}_{B,2/1} + \vec{V}_{B,1/0} = (\dot{\lambda}_{01} + \dot{\lambda}_{12})\vec{x}_0$$

3°) Vecteurs accélération

$$\vec{\Gamma}_{A,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{A,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

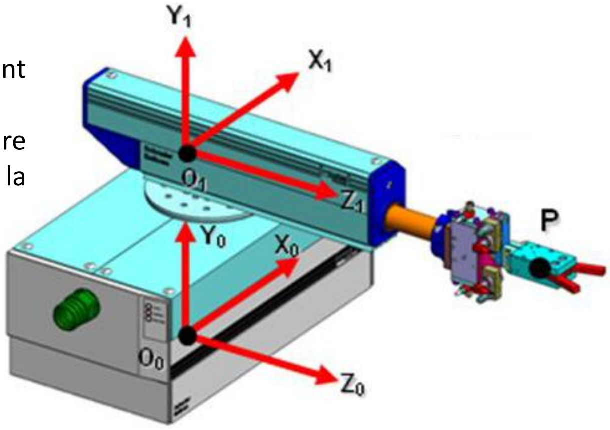
$$\vec{\Gamma}_{B,2/1} = \left.\frac{d\vec{V}_{B,2/1}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}_{12}\vec{x}_0)}{dt}\right|_1 = \ddot{\lambda}_{12}\vec{x}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{B,2/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{B,2/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d[(\dot{\lambda}_{01}+\dot{\lambda}_{12})\vec{x}_0]}{dt}\right|_0 = (\ddot{\lambda}_{01}+\ddot{\lambda}_{12})\vec{x}_0$$

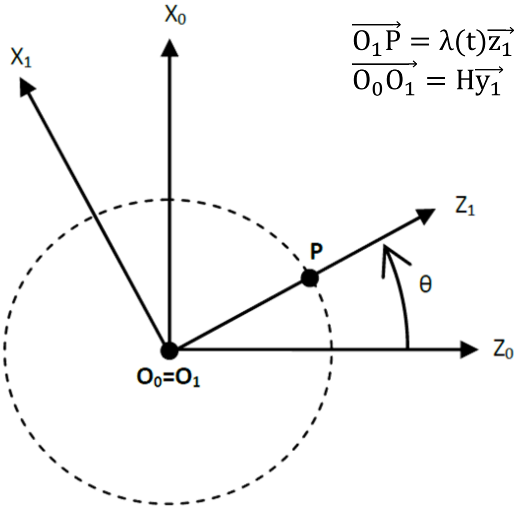
$$\vec{\Gamma}_{B,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{B,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}_{01}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}_{01}\vec{x}_0$$

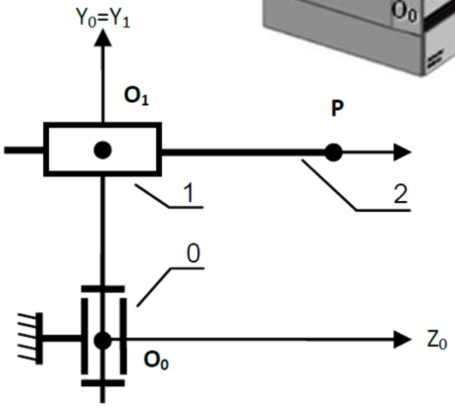
Robot modulaire 2 axes

Le robot ci-contre est constitué de deux modules permettant d'obtenir un mouvement de la pince et de son poignet sur 2 axes.
La base rotative **0** assure une rotation d'axe $(O_0,\overrightarrow{y_0})$. Le bras **1** assure une translation d'axe $(O_1,\overrightarrow{x_1})$. La pince 1 assure la préhension de la pièce.



$$\overrightarrow{O_1P} = \lambda(t)\overrightarrow{z_1}$$
$$\overrightarrow{O_0O_1} = H\overrightarrow{y_1}$$





1. Calculer les vitesses suivantes par dérivation des vecteurs positions : $\cancel{\overrightarrow{V_{P\in2/0}}}$, $\overrightarrow{V_{P\in2/1}}$ $\cancel{\text{et } \overrightarrow{V_{P\in1/0}}}$

$$\vec V_{P,2/1} = \frac{d\overrightarrow{O_1P}}{dt}\Big|_1 = \frac{d(\lambda\vec z_1)}{dt}\Big|_1 = \dot\lambda\vec z_1$$ pour la translation 2/1

avec O_1 un point fixe dans le mouvement de 2/1

2. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{P\in1/0}}$ en utilisant le champ des vecteurs vitesse d'un solide

$$\vec V_{P,1/0} = \vec V_{O_1,1/0} + \overrightarrow{PO_1}\wedge\vec\Omega_{1/0} = -\lambda\vec z_1\wedge\dot\theta\vec y_1 = +\lambda\dot\theta\vec x_1$$

3. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{P\in2/0}}$ en utilisant la composition des vecteurs vitesse

$$\vec V_{P,2/0} = \vec V_{P,2/1} + \vec V_{P,1/0} = \dot\lambda\vec z_1 + \lambda\dot\theta\vec x_1$$

4. Calculer les accélérations suivantes : $\overrightarrow{\Gamma_{P\in2/0}}$, $\cancel{\overrightarrow{\Gamma_{P\in2/1}}}$ $\cancel{\text{et } \overrightarrow{\Gamma_{P\in1/0}}}$

$$\vec\Gamma_{P,2/0} = \frac{d\vec V_{P,2/0}}{dt}\Big|_0 = \frac{d(\dot\lambda\vec z_1 + \lambda\dot\theta\vec x_1)}{dt}\Big|_0 = \ddot\lambda\vec z_1 + \dot\lambda\underbrace{\frac{d\vec z_1}{dt}\Big|_0}_{\dot\theta\vec x_1} + \dot\lambda\dot\theta\vec x_1 + \lambda\ddot\theta\vec x_1 + \lambda\dot\theta\frac{d\vec x_1}{dt}\Big|_0$$

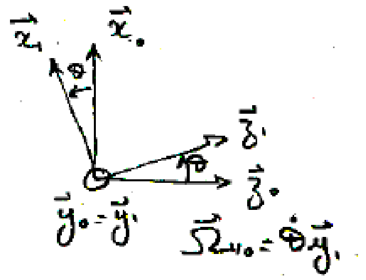
$$= (2\dot\lambda\dot\theta + \lambda\ddot\theta)\vec x_1 + (\ddot\lambda - \lambda\dot\theta^2)\vec z_1$$

$$\vec\Omega_{1/0}\wedge\vec x_1 = \dot\theta\vec y_1\wedge\vec x_1 = -\dot\theta\vec z_1$$

5. Identifier dans le vecteur $\overrightarrow{\Gamma_{P\in2/0}}$ les termes suivants de l'accélération : accélération tangentielle ; accélération centripète ; accélération de Coriolis

$$\vec\Gamma_{P,2/0} = \underbrace{2\dot\lambda\dot\theta\vec x_1}_{\text{accélération de Coriolis}} + \underbrace{\lambda\ddot\theta\vec x_1}_{\text{accélération tangentielle}} + \ddot\lambda\vec z_1 \underbrace{- \lambda\dot\theta^2\vec z_1}_{\text{accélération centripète}}$$

1°) Vecteurs vitesses par dérivation vectorielle



$$\vec{V}_{P,2/0} = \left.\frac{d\overrightarrow{O_0P}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(H\vec{y}_1 + \lambda\vec{z}_1)}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}\vec{z}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{x}_1$$

avec $\left.\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right|_0 = \cancel{\left.\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right|_1} + \vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{z}_1 = \dot{\theta}\vec{y}_1 \wedge \vec{z}_1 = \dot{\theta}\vec{x}_1$

$$\vec{V}_{P,2/1} = \left.\frac{d\overrightarrow{O_1P}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(\lambda\vec{z}_1)}{dt}\right|_1 = \dot{\lambda}\vec{z}_1 \text{ pour la translation } 2/1$$

avec O_1 un point fixe dans le mouvement de 2/1

$$\vec{V}_{P,1/0} = \left.\frac{d\overrightarrow{O_0P}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(H\vec{y}_1 + \lambda\vec{z}_1)}{dt}\right|_0 = \lambda\left.\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right|_0 = \lambda\dot{\theta}\vec{x}_1 \text{ pour la rotation d'axe } (O_0,\vec{y}_1) \text{ de } 1/0$$

avec la condition de rattachement cinématique du point P au solide 1 qui impose $\lambda =$ constante

2°) Vecteur vitesse en utilisant le champ de vitesse

$$\vec{V}_{P,1/0} = \vec{V}_{O_1,1/0} + \overrightarrow{PO_1} \wedge \vec{\Omega}_{1/0} = -\lambda\vec{z}_1 \wedge \dot{\theta}\vec{y}_1 = +\lambda\dot{\theta}\vec{x}_1$$

3°) Vecteur vitesse en utilisant la composition des vitesses

$$\vec{V}_{P,2/0} = \vec{V}_{P,2/1} + \vec{V}_{P,1/0} = \dot{\lambda}\vec{z}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{x}_1$$

4°) Vecteurs accélération

$$\vec{\Gamma}_{P,2/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{P,2/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}\vec{z}_1 + \lambda\dot{\theta}\vec{x}_1)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}\vec{z}_1 + \dot{\lambda}\underbrace{\left.\frac{d\vec{z}_1}{dt}\right|_0}_{\dot{\theta}\vec{x}_1} + \dot{\lambda}\dot{\theta}\vec{x}_1 + \lambda\ddot{\theta}\vec{x}_1 + \lambda\dot{\theta}\left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_0$$

$$= (2\dot{\lambda}\dot{\theta} + \lambda\ddot{\theta})\vec{x}_1 + (\ddot{\lambda} - \lambda\dot{\theta}^2)\vec{z}_1$$

$\vec{\Omega}_{1/0} \wedge \vec{x}_1 = \dot{\theta}\vec{y}_1 \wedge \vec{x}_1 = -\dot{\theta}\vec{z}_1$

$$\vec{\Gamma}_{P,2/1} = \left.\frac{d\vec{V}_{P,2/1}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}\vec{z}_1)}{dt}\right|_1 = \ddot{\lambda}\vec{z}_1 \text{ pour la translation } 2/1$$

$$\vec{\Gamma}_{P,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{P,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\lambda\dot{\theta}\vec{x}_1)}{dt}\right|_0 = \lambda\ddot{\theta}\vec{x}_1 + \lambda\dot{\theta}\underbrace{\left.\frac{d\vec{x}_1}{dt}\right|_0}_{-\dot{\theta}\vec{z}_1} = \lambda\ddot{\theta}\vec{x}_1 - \lambda\dot{\theta}^2\vec{z}_1$$

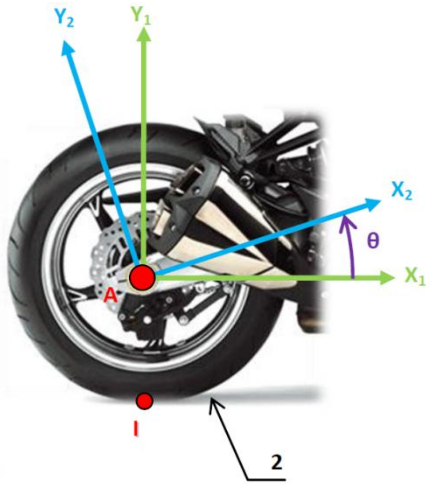
avec $\lambda =$ cte (condition de rattachement cinématique)

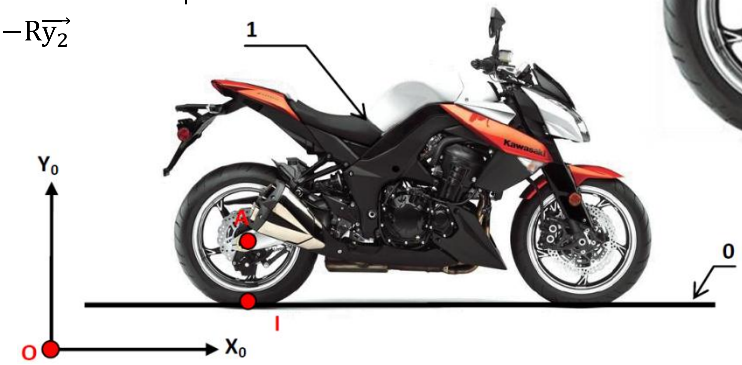
5°) Termes constitutifs

$$\vec{\Gamma}_{P,2/0} = \underbrace{2\dot{\lambda}\dot{\theta}\vec{x}_1}_{\text{accélération de Coriolis}} + \underbrace{\lambda\ddot{\theta}\vec{x}_1}_{\text{accélération tangentielle}} + \ddot{\lambda}\vec{z}_1 \underbrace{- \lambda\dot{\theta}^2\vec{z}_1}_{\text{accélération centripète}}$$

Moto en mouvement de translation

Une moto est en mouvement de translation. On notera **0** la chaussée, **1** le châssis de la moto et **2** la roue arrière de la moto.
La roue arrière **2** est liée au châssis par une liaison pivot d'axe $(A, \overrightarrow{y_1})$. On notera R le rayon de la roue arrière.
Le point I est le point géométrique matérialisant le contact entre la roue et le sol, en conséquence ce point n'est lié à aucune pièce.
$\overrightarrow{OA} = \lambda(t)\overrightarrow{x_0} + R\overrightarrow{y_0}$ et $\overrightarrow{AI} = -R\overrightarrow{y_2}$





1. Calculer les vitesses suivantes par dérivation des vecteurs positions : $\overrightarrow{V_{A\in 1/0}}$, ~~$\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$ et $\overrightarrow{V_{I\in 1/0}}$~~

$$\vec{V}_{A,1/0} = \frac{d\overrightarrow{OA}}{dt}\Big|_0 = \frac{d(\lambda\vec{x}_0 + R\vec{y}_0)}{dt}\Big|_0 = \dot{\lambda}\vec{x}_0$$

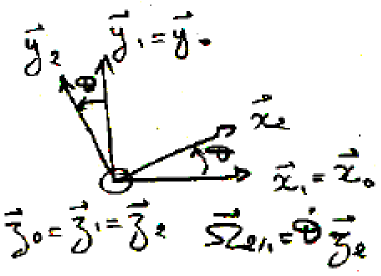
2. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{I\in 2/1}}$ en utilisant le champ des vecteurs vitesse d'un solide

$$\vec{V}_{I,2/1} = \vec{V}_{A,2/1} + \overrightarrow{IA}\wedge\vec{\Omega}_{2/1} = R\vec{y}_2\wedge\dot{\theta}\vec{z}_0 = R\dot{\theta}\vec{x}_2$$

3. Calculer les accélérations suivantes : $\overrightarrow{\Gamma_{A\in 1/0}}$, $\overrightarrow{\Gamma_{I\in 2/1}}$ ~~et $\overrightarrow{\Gamma_{I\in 1/0}}$~~

$$\vec{\Gamma}_{A,1/0} = \frac{d\vec{V}_{A,1/0}}{dt}\Big|_0 = \frac{d(\dot{\lambda}\vec{x}_0)}{dt}\Big|_0 = \ddot{\lambda}\vec{x}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{I,2/1} = \frac{d\vec{V}_{I,2/1}}{dt}\Big|_1 = \frac{d(R\dot{\theta}\vec{x}_2)}{dt}\Big|_1 = R\ddot{\theta}\vec{x}_2 + R\dot{\theta}(\underbrace{\dot{\theta}\vec{z}_0}_{\vec{\Omega}_{2/1}}\wedge\vec{x}_2) = R\ddot{\theta}\vec{x}_2 + R\dot{\theta}^2\vec{y}_2$$



1°) Vecteurs vitesses par dérivation vectorielle

$$\vec{V}_{A,1/0} = \left.\frac{d\,\vec{OA}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\lambda\vec{x}_0 + R\vec{y}_0)}{dt}\right|_0 = \dot{\lambda}\,\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{I,2/1} = \left.\frac{d\,\vec{AI}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(-R\vec{y}_2)}{dt}\right|_1 = -R\left.\frac{d\vec{y}_2}{dt}\right|_1 = +R\dot{\theta}\,\vec{x}_2$$

$$\text{avec } \left.\frac{d\vec{y}_2}{dt}\right|_1 = \cancel{\left.\frac{d\vec{y}_2}{dt}\right|_2} + \vec{\Omega}_{2/1}\wedge\vec{y}_2 = \dot{\theta}\,\vec{z}_2\wedge\vec{y}_2 = -\dot{\theta}\,\vec{x}_2$$

$$\vec{V}_{I,1/0} = \left.\frac{d\,\vec{OI}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d}{dt}(\lambda\vec{x}_0)\right|_0 = \dot{\lambda}\,\vec{x}_0$$

2°) Vecteur vitesse en utilisant le champ de vitesse

$$\vec{V}_{I,2/1} = \vec{V}_{A,2/1} + \vec{IA}\wedge\vec{\Omega}_{2/1} = R\,\vec{y}_2\wedge\dot{\theta}\,\vec{z}_2 = R\dot{\theta}\,\vec{x}_2$$

3°) Vecteurs accélération

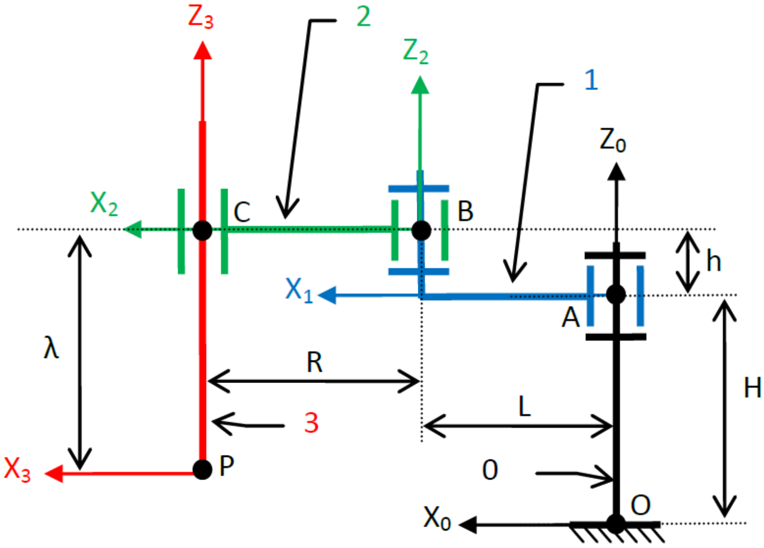
$$\vec{\Gamma}_{A,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{A,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}\,\vec{x}_0$$

$$\vec{\Gamma}_{I,2/1} = \left.\frac{d\vec{V}_{I,2/1}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(R\dot{\theta}\vec{x}_2)}{dt}\right|_1 = R\ddot{\theta}\,\vec{x}_2 + R\dot{\theta}\,(\underbrace{\dot{\theta}\,\vec{z}_2}_{\vec{\Omega}_{2/1}}\wedge\vec{x}_2) = R\ddot{\theta}\,\vec{x}_2 + R\dot{\theta}^2\,\vec{y}_2$$

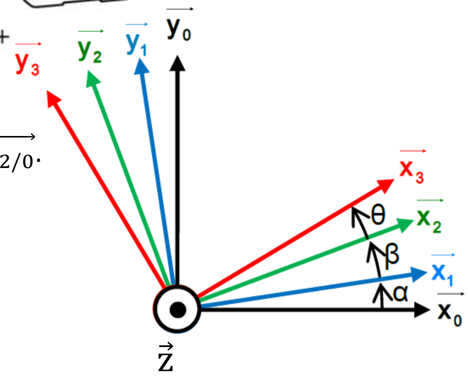
$$\vec{\Gamma}_{I,1/0} = \left.\frac{d\vec{V}_{I,1/0}}{dt}\right|_0 = \left.\frac{d(\dot{\lambda}\vec{x}_0)}{dt}\right|_0 = \ddot{\lambda}\,\vec{x}_0$$

Robot Kuka

Ce robot compact est utilisé pour la manipulation à haut degré de précision et de vitesse.



$\overrightarrow{OA} = H\vec{z}$
$\overrightarrow{AB} = L\overrightarrow{x_1} + h\vec{z}$
$\overrightarrow{BC} = R\overrightarrow{x_2}$
$\overrightarrow{CP} = \lambda(t)\vec{z}$



1. Donner l'expression des vecteurs taux de rotation suivants : $\overrightarrow{\Omega_{1/0}}$, $\overrightarrow{\Omega_{2/1}}$ et $\overrightarrow{\Omega_{2/0}}$.

$$\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = \dot{\alpha}\,\vec{z}$$
$$\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = \dot{\beta}\,\vec{z}$$
$$\overrightarrow{\Omega_{2/0}} = \overrightarrow{\Omega_{2/1}} + \overrightarrow{\Omega_{1/0}} = (\dot{\alpha} + \dot{\beta})\,\vec{z}$$

2. Calculer les vitesses suivantes par dérivation des vecteurs positions : $\overrightarrow{V_{P\in 3/2}}$ ~~et $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}}$~~.

$$\vec{V}_{P,3/2} = \left.\frac{d\overrightarrow{CP}}{dt}\right|_2 = \left.\frac{d(\lambda\vec{z})}{dt}\right|_2 = \dot{\lambda}\,\vec{z}$$

3. Calculer les vitesses en utilisant le champ des vecteurs vitesse d'un solide : $\overrightarrow{V_{P\in 2/1}}$ et $\overrightarrow{V_{P\in 1/0}}$.

$$\vec{V}_{P,2/1} = \cancel{\vec{V}_{B,2/1}} + \overrightarrow{PB}\wedge\overrightarrow{\Omega_{2/1}} = (-\lambda\vec{z} - R\vec{x}_2)\wedge\dot{\beta}\vec{z} = -R\dot{\beta}\underbrace{\vec{x}_2\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_2} = +R\dot{\beta}\,\vec{y}_2$$

$\vec{0}$ (centre pivot)

$$\vec{V}_{P,1/0} = \cancel{\vec{V}_{A,1/0}} + \overrightarrow{PA}\wedge\overrightarrow{\Omega_{1/0}} = -\left[L\vec{x}_1 + R\vec{x}_2 + (\lambda-\ell)\vec{z}\right]\wedge\dot{\alpha}\vec{z} = -L\dot{\alpha}\underbrace{\vec{x}_1\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_1} - R\dot{\alpha}\underbrace{\vec{x}_2\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_2}$$

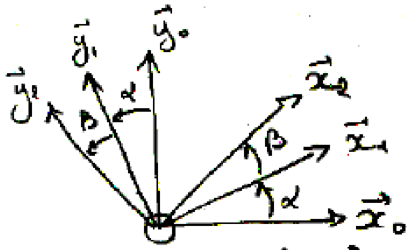
$\vec{0}$ (centre pivot)

$$= L\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + R\dot{\alpha}\,\vec{y}_2$$

avec $\overrightarrow{PA} = \overrightarrow{PC} + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BA} = -L\vec{x}_1 - R\vec{x}_2 - (\lambda-\ell)\vec{z}$

4. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V_{P\in 3/0}}$ en utilisant la composition des vecteurs vitesse.

$$\vec{V}_{P,3/0} = \vec{V}_{P,3/2} + \vec{V}_{P,2/1} + \vec{V}_{P,1/0}$$
$$= \dot{\lambda}\vec{z} + R\dot{\beta}\vec{y}_2 + L\dot{\alpha}\vec{y}_1 + R\dot{\alpha}\vec{y}_2$$
$$= L\dot{\alpha}\vec{y}_1 + R(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\vec{y}_2 + \dot{\lambda}\vec{z}$$



$\vec{z}_0=\vec{z}_1=\vec{z}_2=\vec{z}$

1°) Vecteurs rotation

$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha}\,\vec{z}$

$\vec{\Omega}_{2/1} = \dot{\beta}\,\vec{z}$

$\vec{\Omega}_{2/0} = \vec{\Omega}_{2/1} + \vec{\Omega}_{1/0} = (\dot{\alpha}+\dot{\beta})\,\vec{z}$

2°) Vecteurs vitesse par dérivation vectorielle

$$\vec{V}_{P,3/2} = \left.\frac{d\vec{CP}}{dt}\right|_2 = \left.\frac{d(\lambda\vec{z})}{dt}\right|_2 = \dot{\lambda}\,\vec{z}$$

$$\vec{V}_{P,2/1} = \left.\frac{d\vec{BP}}{dt}\right|_1 = \left.\frac{d(R\vec{x}_2+\lambda\vec{z})}{dt}\right|_1 = R\left.\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right|_1 + 0 = R\dot{\beta}\,\vec{y}_2$$

avec $\vec{BP} = \vec{BC}+\vec{CP} = R\vec{x}_2+\lambda\vec{z}_2$

la condition de rattachement cinématique du point P au solide 2 : λ = constante

$$\left.\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right|_1 = \cancel{\left.\frac{d\vec{x}_2}{dt}\right|_2} + \vec{\Omega}_{2/1}\wedge\vec{x}_2 = \dot{\beta}\,\vec{z}\wedge\vec{x}_2 = \dot{\beta}\,\vec{y}_2$$

3°) Vecteurs vitesse en utilisant le champ de vitesse

$$\vec{V}_{P,2/1} = \underbrace{\cancel{\vec{V}_{B,2/1}}}_{\vec{0}\text{ (centre pivot)}} + \vec{PB}\wedge\vec{\Omega}_{2/1} = (-\lambda\vec{z}-R\vec{x}_2)\wedge\dot{\beta}\,\vec{z} = -R\dot{\beta}\,\underbrace{\vec{x}_2\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_2} = +R\dot{\beta}\,\vec{y}_2$$

$$\vec{V}_{P,1/0} = \underbrace{\cancel{\vec{V}_{A,1/0}}}_{\vec{0}\text{ (centre pivot)}} + \vec{PA}\wedge\vec{\Omega}_{1/0} = -\left[L\vec{x}_1+R\vec{x}_2+(\lambda-\ell)\vec{z}\right]\wedge\dot{\alpha}\,\vec{z} = -L\dot{\alpha}\,\underbrace{\vec{x}_1\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_1} - R\dot{\alpha}\,\underbrace{\vec{x}_2\wedge\vec{z}}_{-\vec{y}_2}$$

$$= L\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + R\dot{\alpha}\,\vec{y}_2$$

avec $\vec{PA} = \vec{PC}+\vec{CB}+\vec{BA} = -L\vec{x}_1 - R\vec{x}_2 - (\lambda-\ell)\vec{z}$

4°) Vecteur vitesse par composition de vitesse

$$\vec{V}_{P,3/0} = \vec{V}_{P,3/2}+\vec{V}_{P,2/1}+\vec{V}_{P,1/0}$$

$$= \dot{\lambda}\,\vec{z} + R\dot{\beta}\,\vec{y}_2 + L\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + R\dot{\alpha}\,\vec{y}_2$$

$$= L\dot{\alpha}\,\vec{y}_1 + R(\dot{\alpha}+\dot{\beta})\,\vec{y}_2 + \dot{\lambda}\,\vec{z}$$