TD4 : Propagation d'un signal

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

▹ *Identifier les grandeurs physiques correspondant à des signaux acoustiques, électriques, électromagnétiques* : TLB2, ex3.

▹ *Mesurer la période ou la fréquence d'un signal périodique* : TLB3, ex3.

▹ *Citer quelques ordres de grandeur de fréquences dans les domaines acoustiques et électromagnétiques* : TLB2, ex3.

▹ Évaluer par comparaison à un étalon, une longueur sur une image numérique et en estimer la précision : ex2.

▹ Reconnaître une avance ou un retard de phase. Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement : TLB3.

▹ Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou π en mode XY : ex1.

▹ Identifier une ellipse à l'aide de sa représentation paramétrique et la tracer dans les cas particuliers $\phi = 0$, $\phi = \pi/2$ et $\phi = \pi$: ex1.

▹ Écrire les signaux associés à une onde progressive sous la forme f(x-ct), g(x+ct), f(t-x/c) ou g(t+x/c) : TLB1.

▹ Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée, et l'évolution spatiale à un instant donné : ex4, RP.

▹ Établir la relation entre la fréquence, la longueur d'onde et la célérité pour une onde progressive sinusoïdale : TLB1, ex3,5.

1 Tester les bases

TLB1 : autour des ondes sinusoïdales

1. Une onde sinusoïdale se propage le long d'un axe (Ox). Son expression est :

$$s(x,t) = 0,02\cos(2\pi(5t - 0,1x)),$$

avec x en mètre et t en seconde.

1.1. Déterminer la longueur d'onde, la fréquence, la période, la célérité, l'amplitude, la phase à l'origine et le sens de propagation de l'onde.

1.2. Donner l'équation d'une onde de même amplitude, de même fréquence et de même célérité mais se propageant en sens opposé.

2. Une onde sinusoïdale se propage le long d'une corde. Le temps que prend un point quelconque pour passer de son déplacement maximum à un déplacement nul est de 0,20s. La longueur d'onde est de 1,4m.

2.1. Déterminer la période de l'onde. En déduire sa fréquence.

2.2. Établir la relation entre célérité, longueur d'onde et période. Calculer la célérité.

TLB2 : un autoclave (CCS 2022)

L'asepsie et l'hygiène sont primordiaux dans un cabinet dentaire : ainsi tous les instruments doivent être stérilisés à l'aide d'un autoclave.

Un autoclave est un récipient métallique à fermeture extérieure hermétique, résistant à des pressions élevées. Il ne possède pas de soupape contrairement à l'auto-cuiseur.

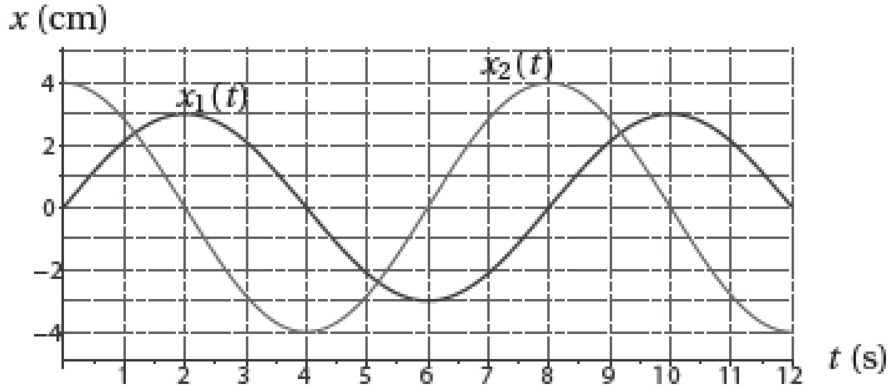
Le processus de stérilisation doit être contrôlé afin d'assurer un fonctionnement optimal. Le fabricant de l'autoclave contrôle à distance la stérilisation régulière des ustensiles dentaires et il informe aussi le praticien de pannes éventuelles.

Ce contrôle à distance se fait à l'aide d'une connexion internet et d'une liaison wifi. La fréquence de l'onde électromagnétique associée au wifi est f $= 2,45$ GHz et sa propagation dans l'air est supposée identique à celle dans le vide.

1. Identifier la ou les grandeur(s) physique(s) associée(s) au signal électromagnétique.
2. Calculer la longueur d'onde associée à l'onde.
3. À quel domaine du spectre électromagnétique appartient-elle ?

TLB3 : déphasage entre deux signaux sinusoïdaux

On représente graphiquement les signaux $x_1(t) = X_1 \sin(\omega t)$ et $x_2(t) = X_2 \cos(\omega t)$.



1. Déterminer leur période T ainsi que les amplitudes X_1 et X_2.
2. Déterminer si le signal x_2 est en avance ou en retard de phase par rapport à x_1.
3. Calculer le déphasage du signal x_2 par rapport au signal x_1, en radian puis en degré.

2 Exercices

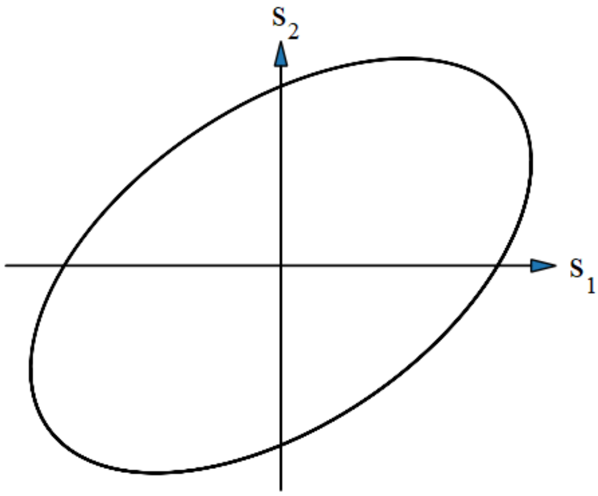
Exercice 1 : déphasage en mode XY

Un **oscilloscope bicourbe** permet d'afficher simultanément à l'écran deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$, lorsqu'il est réglé en mode temporel.

On peut aussi le régler en **mode XY** pour observer non plus l'évolution temporelle, mais le signal s_2 en fonction du signal s_1 : $s_2(s_1)$.

Pour un déphasage quelconque entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence, si on prend l'origine des temps de sorte que la phase à l'origine du signal s_1 s'annule, alors on peut écrire $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t)$ et $s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi)$.

On admettra qu'il s'agit de la **représentation paramétrique** d'une **ellipse**, ce qui conduit par exemple à la représentation graphique ci-dessous :



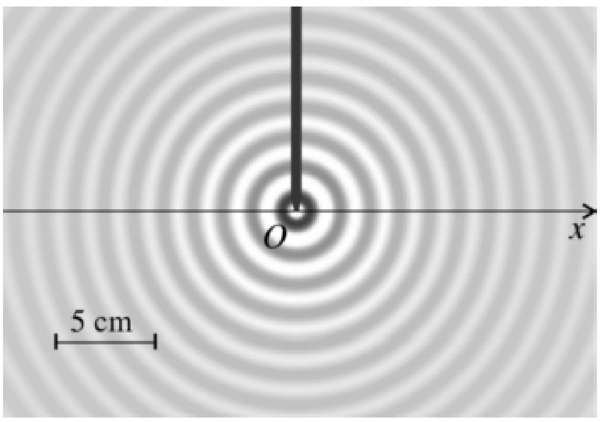
Pour des valeurs de déphasage particulières, on observe que la courbe observée en mode XY a une allure particulière. Nous allons le justifier ci-dessous.

1. Rappeler comment on qualifie les signaux s_2 et s_1 lorsque le déphasage s'annule ($\Delta\phi = 0$). Montrer alors que $s_2(s_1)$ a une expression simple. En déduire que la courbe observée en mode XY est un segment de droite avec une pente positive.
2. Rappeler comment on qualifie les signaux s_2 et s_1 lorsque le déphasage vaut π ($\Delta\phi = \pi$). Montrer alors que $s_2(s_1)$ a une expression simple. En déduire que la courbe observée en mode XY est un segment de droite avec une pente négative.
3. Expliquer alors comment le mode XY permet de repérer avec précision un déphasage $\Delta\phi = 0$ ou $\Delta\phi = \pi$.
4. On suppose à présent que $A_1 = A_2$. Exprimer s_2 dans le cas particulier où $\Delta\phi = \pi/2$ en faisant apparaître la fonction sinus à la place de la fonction cosinus. En utilisant la propriété $\cos^2 + \sin^2 = 1$, montrer qu'en mode XY on observe un cercle.

Exercice 2 : onde à la surface de l'eau (IPhO24)

La figure ci-dessous représente la surface d'une cuve à ondes éclairée en éclairage stroboscopique bien accordé.

L'onde est générée par un vibreur de fréquence f $= 20$ Hz.



L'image est claire là où la surface de l'eau est convexe (en bosse) et foncée là où elle est concave (en creux). Ainsi, le niveau de gris indique la hauteur d'eau dans la cuve.

1. Déterminer la longueur d'onde λ et estimer l'incertitude-type $u(\lambda)$ associée.

2. En déduire la célérité c.

3. Déterminer comment serait modifiée la figure si le stroboscope avait été enclenché une demi-période plus tard.

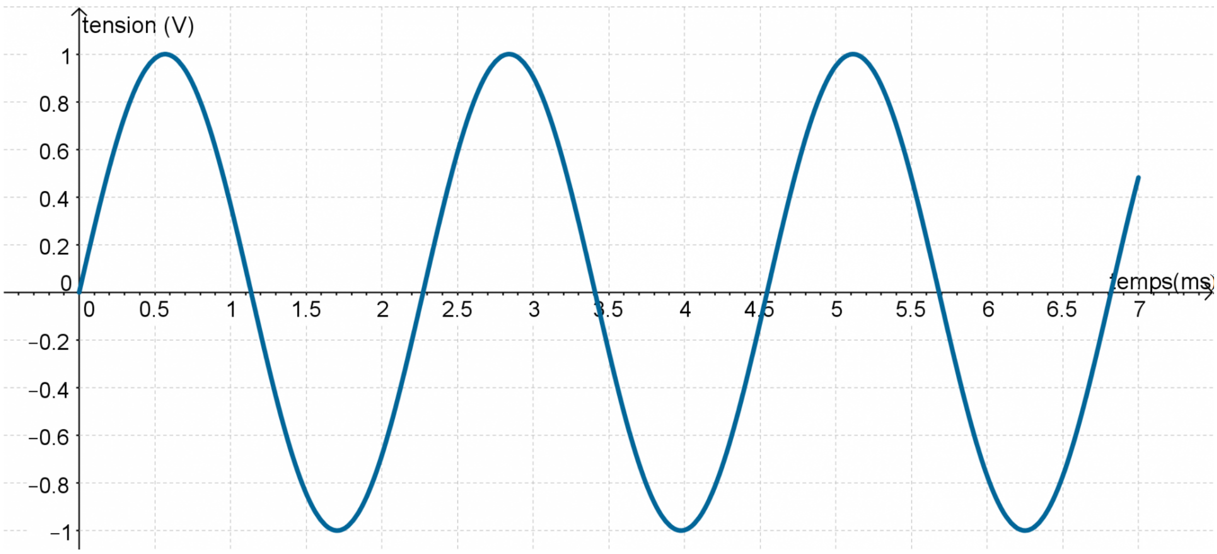
4. Donner l'expression mathématique de la hauteur d'eau pour les points de l'axe (Ox), soit $h(x,t)$, pour $x > 0$ et pour $x < 0$, sous l'hypothèse qu'il s'agit d'une onde progressive sinusoïdale.

5. En réalité, l'amplitude A de l'onde ne reste pas constante lors de sa propagation : elle diminue lorsqu'on s'éloigne du point origine O, car son énergie est répartie sur un domaine de plus en plus grand. Sachant que la densité d'énergie transportée par l'onde est proportionnelle au carré de l'amplitude, proposer une expression de A(x) s'il n'y a aucune perte d'énergie, et modifier les expressions de la question précédente.

Exercice 3 : son émis par un diapason

Un diapason est un instrument métallique en forme de fourche à deux branches produisant un son de référence. La note de référence est le la$_3$, dont la fréquence vaut 440 hertz.

On enregistre le son émis par un diapason avec un microphone, afin de visualiser le signal sonore sur l'écran d'un oscilloscope :



On modélise le signal électrique enregistré par un signal sinusoïdal.

1. Justifier que le signal est périodique, et déterminer graphiquement sa période T le plus précisément possible.

2. Calculer la fréquence f du signal. Commenter le résultat.

3. Déterminer la valeur de l'amplitude A du signal.

4. Justifier que l'onde sonore émise par le diapason est une onde mécanique, et identifier une grandeur physique associée au signal acoustique.

5. Rappeler la valeur approximative de la célérité c du son dans l'air.

6. Établir la relation qui lie la période T, la longueur d'onde λ et la célérité c pour une onde sinusoïdale.

7. En déduire la valeur de la longueur d'onde λ de l'onde sonore émise par un diapason.

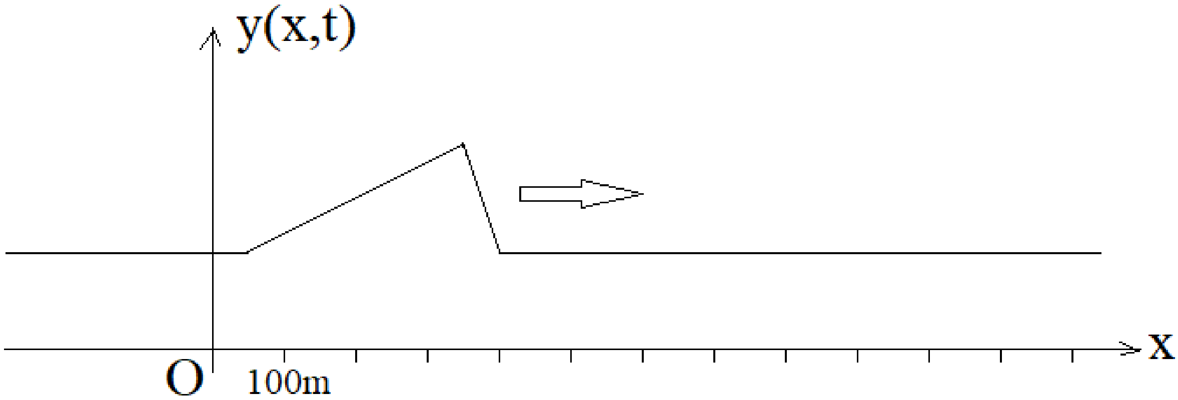
8. Proposer un protocole expérimental pour mesurer cette longueur d'onde.

Exercice 4 : le phénomène de mascaret

Un mascaret est une vague solitaire remontant un fleuve au voisinage de son estuaire, provoquée par une interaction entre son écoulement et la marée montante.

On consière ici un mascaret se déplaçant à la vitesse c $= 20\text{km}{\cdot}\text{h}^{-1}$ le long d'un fleuve rectiligne, et on définit un axe (Ox) dans la direction et le sens de sa progression.

À un instant $t_0 = 0$, le profil du niveau d'eau du fleuve a l'allure suivante :



1. Faire un schéma du profil de niveau du fleuve à $t = 1,0$ min, en supposant que l'onde se propage sans déformation.

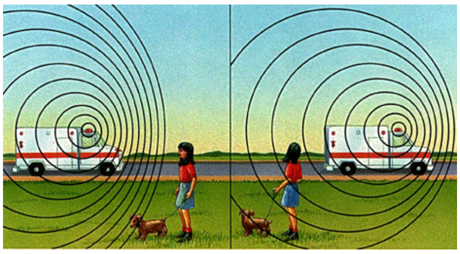
2. Brice attend avec sa planche de surf à l'abscisse $x_B = 2,0$ km. Déterminer à quel instant il recevra la vague.

3. Un détecteur fixe, enregistrant la hauteur du fleuve en fonction du temps, est placé à l'abscisse $x_d = 1,4$ km. Dessiner l'allure de y(x,t) e fonction de t.

4. En réalité, l'onde se déforme petit à petit car la vitesse de propagation augmente avec la profondeur. Comment évolue le profil de la vague ?

Exercice 5 : l'effet Doppler (approfondissement, H.P.)

En tant que piéton, on entend parfois la sirène d'une ambulance, d'une voiture de police ou d'un camion de pompiers. Le son paraît plus aigu quand le véhicule s'approche, plus grave quand il s'éloigne, et ce d'autant plus qu'il se déplace vite.



Ce phénomène est connu sous le nom d'**effet Doppler**. Il désigne le décalage de la fréquence d'une onde (mécanique ou électromagnétique) observé entre les mesures lors de l'émission et de la réception, lorsque l'émetteur et le récepteur sont en mouvement relatif.

Cet effet est présenté par Christian Doppler en 1842, puis par Hippolyte Fizeau en 1848 pour la lumière, et confirmé expérimentalement pour les sons par Christoph Buys Ballot.

Nous nous intéressons dans un premier temps au changement de fréquence associé au mouvement relatif d'une source sonore S et d'un détecteur placé en un point M.

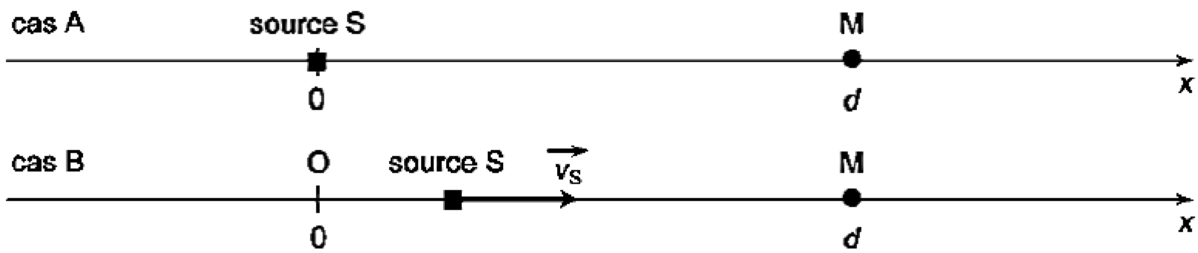


FIGURE 1 – Source sonore immobile (cas A), puis en mouvement (cas B).

Le référentiel d'étude est un référentiel terrestre dans lequel le détecteur est immobile. La source S émet des « bips » sonores à intervalles de temps réguliers, dont la période d'émission vaut T_0. Le signal sonore se propage à la célérité c_{son} par rapport au référentiel terrestre.

1. Cas A : la source S est immobile en $x = 0$ et le détecteur M, situé à la distance d, perçoit chaque bip sonore avec un retard lié à la durée de propagation du signal.

1.1. Définir par une phrase, en utilisant l'expression « bips sonores », la fréquence f_0 du signal périodique émis par la source.

1.2. Comparer la période T des bips perçus par le détecteur à la période d'émission T_0.

2. Cas B : la source S, initialement en $x = 0$, se déplace à une vitesse constante v_s inférieure à c_{son} suivant l'axe (Ox) en direction du détecteur immobile. On suppose

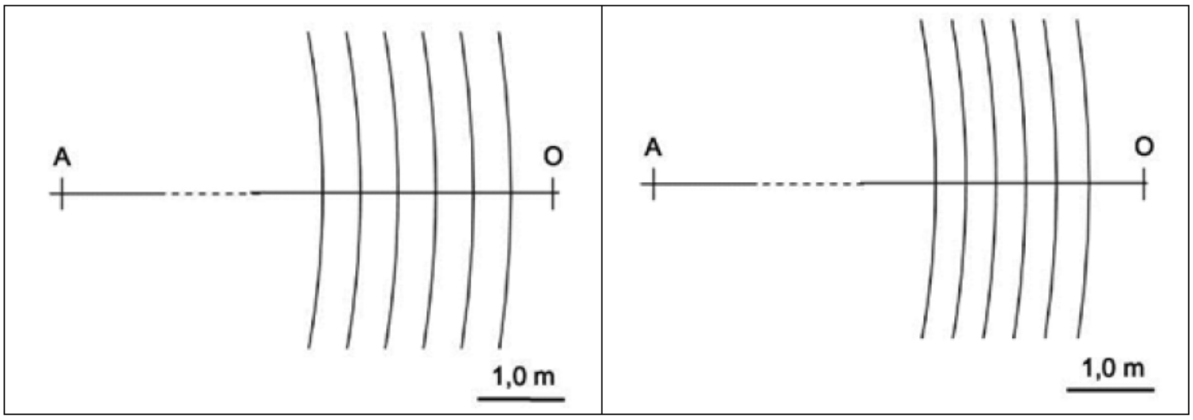
que la source reste à gauche du détecteur.

2.1. Montrer que le détecteur perçoit alors les bips séparés d'une durée $T' = T_0\left(1 - \frac{v_s}{c_{son}}\right)$.

2.2. Indiquer si la fréquence f' des bips perçus par le détecteur est inférieure ou supérieure à la fréquence f_0 avec laquelle les bips sont émis par la source S. Justifier.

On s'intéresse à présent au son émis par un hélicoptère et perçu par un observateur immobile. La fréquence de l'onde sonore émise par l'hélicoptère vaut $f_0 = 8,1 \times 10^2$ Hz.

Les portions de cercles de la figure ci-dessous donnent les maxima d'amplitude de l'onde sonore à un instant donné. Le point A schématise l'hélicoptère. Dans le cas de la figure de gauche, l'hélicoptère est immobile. Dans le cas de la figure de droite, il se déplace à vitesse constante le long de l'axe et vers l'observateur placé au point O.



3. Déterminer, avec un maximum de précision, la longueur d'onde λ_0 de l'onde sonore perçue par l'observateur lorsque l'hélicoptère est immobile, puis la longueur d'onde λ' lorsque l'hélicoptère est en mouvement rectiligne et uniforme.

4. En déduire une estimation de la valeur de la célérité de l'onde sonore.

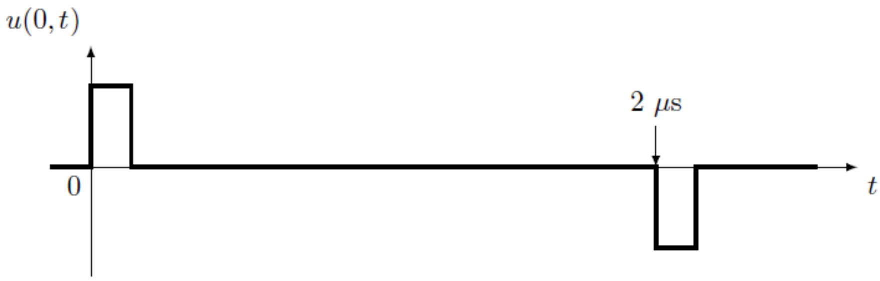
5. Déterminer la fréquence du son perçu par l'observateur lorsque l'hélicoptère est en mouvement. Comment la perception du son est-elle modifiée ?

6. En déduire la valeur de la vitesse de l'hélicoptère. Commenter le résultat.

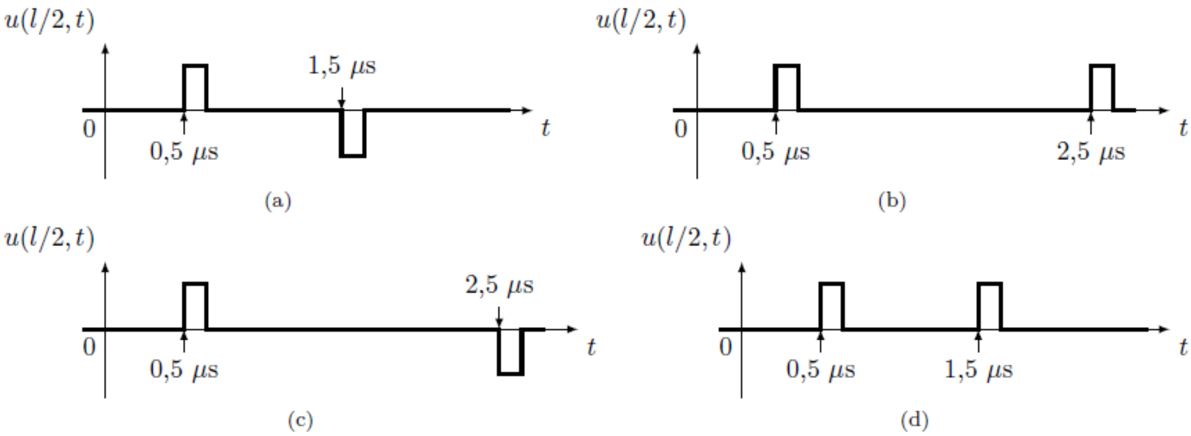
3 Résolution de problème (IPhO)

Un câble coaxial, couramment utilisé en travaux pratiques d'électricité, peut être le siège de la propagation d'un signal de tension électrique.

On envoie une impulsion unique de tension dans un câble de longueur l. Un oscilloscope placé immédiatement en entrée du câble affiche le signal de tension $u(0, t)$ ci-dessous.



Quel signal $u(l/2,t)$ aurait-il affiché s'il avait été placé en milieu de câble ?



Indication : l'onde se réfléchit en bout de câble. La somme de l'onde incidente et de l'onde réfléchie s'y annule.