

CHAPITRE 6

Optique géométrique

La théorie de l'**optique géométrique** repose sur la modélisation de la lumière par un ensemble de **rayons lumineux**, qui matérialisent sa trajectoire. Les **lois de Snell-Descartes** expliquent comment tracer ces rayons. Des lois empiriques, qu'on pourrait en principe déduire des lois de Snell-Descartes, permettent de construire les rayons lumineux à la sortie d'une lentille mince, et donc d'étudier le fonctionnement d'**instruments d'optique** rencontrés au quotidien.

Comme l'optique géométrique ne prend pas en compte la nature de la lumière (dualité onde-particule), il faut veiller quand on l'applique à rester dans le cadre de son domaine de validité, que nous préciserons. L'**optique ondulatoire** (ou optique physique) a un cadre d'application plus vaste mais est plus compliquée.

1 Modèle de l'optique géométrique

1.1 Principales notions et hypothèses de travail

Dans le cadre de l'optique géométrique, la propagation de la lumière est modélisée par un ensemble de **rayons lumineux**. Chaque rayon est une trajectoire courbe décrite par la lumière pour aller d'un point à un autre.

Dans les **milieux transparents et homogènes** (qui n'absorbent pas la lumière, et dont les propriétés sont les mêmes en tout point), les rayons lumineux sont des segments de droite, surmontés d'une flèche qui indique le sens de propagation de la lumière. Cela suppose l'absence de **diffraction** : tous les obstacles ont des dimensions nettement supérieures à la longueur d'onde.

La célérité de la lumière dépend du milieu dans lequel elle se propage. Dans le vide, elle vaut $c = 299792458 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ exactement, souvent arrondie à $3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Dans tout autre milieu, l'expérience montre que sa célérité v vérifie $v < c$, de sorte qu'on peut poser

$$v = \frac{c}{n},$$

où $n \geq 1$ est l'**indice optique** du milieu. Cette grandeur sans unité est constante dans un milieu homogène, et peut donc le caractériser. Elle dépend légèrement de la fréquence de l'onde lumineuse, nous n'en tiendrons cependant pas souvent compte.

Des valeurs courantes d'indice optique sont : $n = 1$ dans le vide par définition, $n = 1,0003$ dans l'air, $n = 1,33$ pour l'eau, et entre 1,5 et 1,8 typiquement pour les verres.

Une **onde lumineuse monochromatique** a une **fréquence** ν déterminée par la source lumineuse qui l'a émise, tandis que sa **longueur d'onde** $\lambda = \frac{v}{\nu}$ dépend du milieu dans lequel elle se propage. Si on note $\lambda_0 = \frac{c}{\nu}$ la **longueur d'onde dans le vide**, alors dans un milieu quelconque :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}.$$

L'expérience montre que c'est la fréquence de l'onde (ou sa longueur d'onde dans le vide) qui code la couleur d'une lumière monochromatique.

| | | | | | | | | |
|----------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|
| longueur d'onde (nm) | 400 - 435 | 435 - 480 | 480 - 500 | 500 - 560 | 560 - 580 | 580 - 595 | 595 - 625 | 625 - 750 |
| couleur | violet | bleu | bleu-vert | vert | vert-jaune | jaune | orange | rouge |

FIGURE 1 – Échelle des couleurs (pour des longueurs d'onde dans le vide)

Nous supposerons que les milieux traversés par la lumière sont linéaires : il n'y a pas de modification de la fréquence de l'onde lumineuse au cours de sa propagation.

En optique, on appelle **source lumineuse** un système qui produit de la lumière (source primaire) ou qui diffuse la lumière qui l'atteint (source secondaire).

Une source lumineuse peut être caractérisée par son **spectre**. Ce dernier est obtenu grâce à un dispositif dispersif comme un **prisme** ou un **réseau optique**, qui sépare spatialement les diverses radiations monochromatiques, et observé sur un écran.

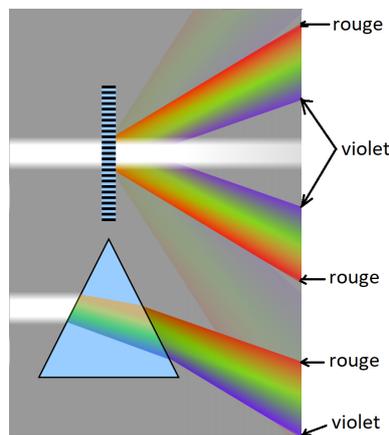


FIGURE 2 – Décomposition de la lumière blanche par un prisme ou un réseau optique et observation du spectre lumineux sur un écran

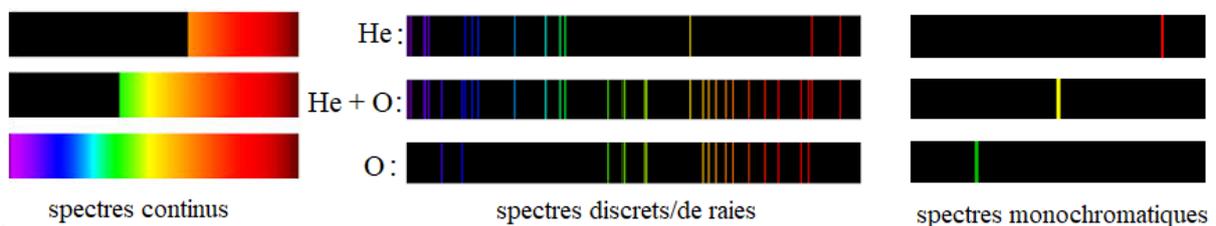


FIGURE 3 – Exemples de spectres d'émission

Une étude systématique permet de classer les sources lumineuses dans trois grandes catégories en fonction de leur spectre :

▷ Les **sources de lumière blanche** (lampes à incandescence, à LED blanche, Soleil...) ont un spectre **continu** (constitué de toutes les fréquences dans un intervalle qui peut dépasser le domaine du visible).

▷ Les **lampes spectrales** (notamment à vapeur métallique : mercure, sodium...) ont un spectre caractéristique de l'élément chimique qu'elles contiennent. Ce spectre de raies peut être considéré comme **discret** (constitué seulement de quelques radiations distinctes).

▷ Les **lasers** émettent une lumière qui peut être considérée comme **monochromatique** (une seule couleur, donc une seule raie) en première approximation.

Nous ferons désormais l'hypothèse, sauf mention explicite du contraire, que la source lumineuse étudiée est monochromatique.

Nous utiliserons souvent le modèle de la **source lumineuse ponctuelle**. La source est représentée par un point, sans extension. Nous supposons que son émission est **isotrope** : elle se fait de la même manière dans toutes les directions.

Une source étendue peut être modélisée par un ensemble de sources ponctuelles. Les rayons lumineux qui en sont issus sont supposés indépendants les uns des autres, ce qui suppose qu'il n'y a pas d'**interférences**. C'est le cas en pratique, sauf si on se place exprès dans des conditions qui le permettent.

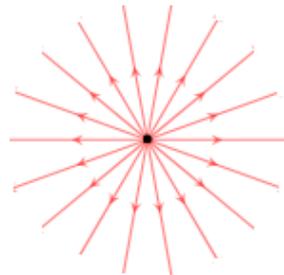
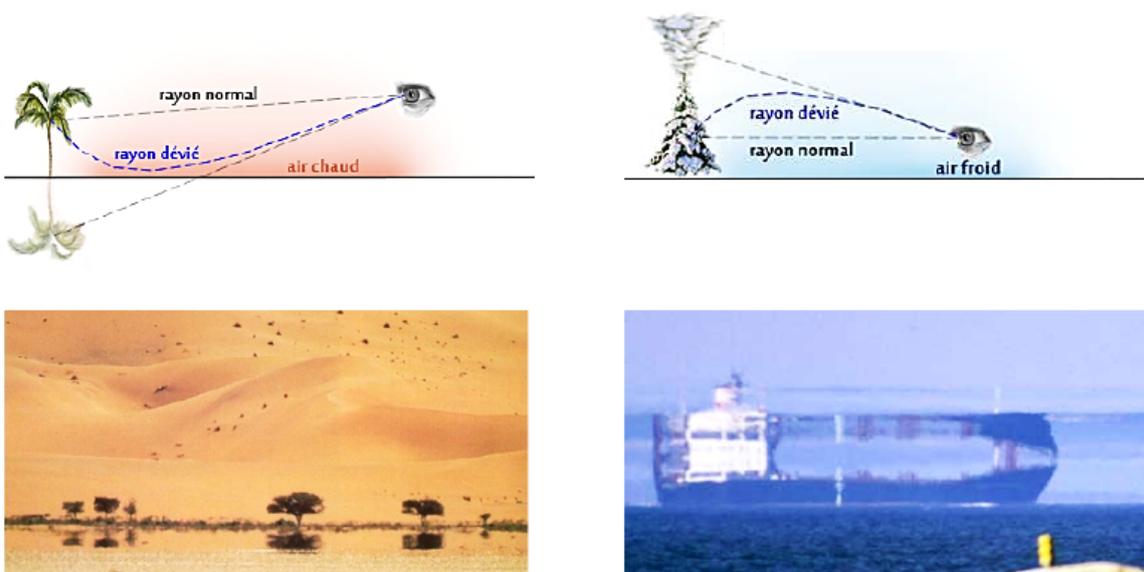


FIGURE 4 – Émission isotrope de rayons lumineux par une source ponctuelle

Si le milieu n'est pas homogène, la lumière ne se propage plus en ligne droite. Les rayons lumineux sont courbés, comme illustré ci-dessous dans le cas d'un mirage.



1.2 Phénomènes associés à un changement de milieu

Les milieux sont supposés **homogènes**, **linéaires**, **isotropes** et **transparents**.

1.2.1 Description des phénomènes

Lorsqu'un rayon lumineux, dit **incident**, atteint l'interface (ou surface de séparation) entre deux milieux d'indices optiques différents, qu'on appelle un **dioptre**, il donne naissance à un **rayon réfléchi** (qui repart dans le milieu initial) et aussi, en général, à un **rayon réfracté** (transmis dans le deuxième milieu et éventuellement dévié). Au niveau du point d'intersection entre le rayon incident et le dioptre (le **point d'incidence**), on définit la **normale au dioptre** : une droite perpendiculaire au dioptre. Cette droite et le rayon incident définissent le **plan d'incidence**.

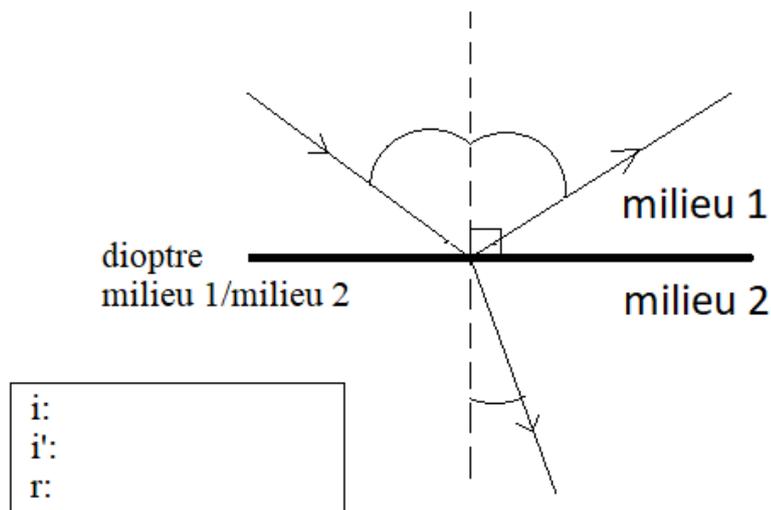


FIGURE 5 – Schéma (à compléter) qui illustre le vocabulaire introduit ci-dessus

1.2.2 Lois de Snell-Descartes



FIGURE 6 – Gauche : portrait de Willebrord Snell (1580-1626) ; droite : portrait de René Descartes (1596-1650)

Les **lois de Snell-Descartes** décrivent les phénomènes de **réflexion** et de **réfraction** au niveau d'un dioptre.

▷ La **première loi de Snell-Descartes** précise que les rayons réfléchis et réfractés appartiennent au plan d'incidence.

▷ La **deuxième loi de Snell-Descartes** précise que l'**angle de réflexion** i' , entre la normale au dioptre dans le milieu 1 et le rayon réfléchi, a la même valeur que l'**angle d'incidence** i entre la normale au dioptre et le rayon incident :

$$i' = i.$$

▷ La **troisième loi de Snell-Descartes** relie l'angle d'incidence i et l'**angle de réfraction** r , entre la normale au dioptre dans le milieu 2 et le rayon réfracté. Si on attribue au milieu 1 et au milieu 2 des **indices de réfraction** (égaux aux indices optiques définis plus haut), notés n_1 et n_2 , alors :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r),$$

où \sin représente la fonction sinus.

Le plus souvent, on applique cette loi dans le but de déterminer l'angle de réfraction r connaissant l'angle d'incidence i et les indices de réfraction n_1 et n_2 . Si $n_2 \geq n_1$, alors

$$r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \times \sin(i)\right),$$

où \arcsin désigne la fonction arc sinus (fonction réciproque de la fonction sinus).

Si le dioptre n'est pas plan, ces trois lois restent vraies en remplaçant le dioptre par son plan tangent au niveau du point d'incidence.

Exercice d'application 1 :

Un rayon lumineux diffusé par un arbre fait un angle de 30° avec la surface d'un lac.

Déterminer les valeurs de l'angle d'incidence i , de l'angle de réflexion i' et de l'angle de réfraction r au niveau du dioptre atmosphère/lac, sachant que l'indice de réfraction de l'air vaut $n_{\text{air}} = 1,00$ et que l'indice de réfraction de l'eau vaut $n_{\text{eau}} = 1,33$.

1.2.3 Quelques conséquences des lois de Snell-Descartes

▷ *Cas de l'incidence normale :*

Un rayon incident formant un angle de 90° avec un dioptre est **en incidence normale**. L'angle d'incidence vaut $i = 0$. La deuxième loi de Snell-Descartes nous apprend que $i' = 0$: le rayon réfléchi est superposé au rayon incident. La troisième loi de Snell-Descartes nous enseigne que $r = 0$: le rayon n'est pas dévié en traversant le dioptre.

▷ *Illusions d'optique :*

L'évolution a permis au cerveau humain d'intégrer profondément les conséquences de la propagation en ligne droite de la lumière dans les milieux homogènes : on voit les objets dans la bonne direction.

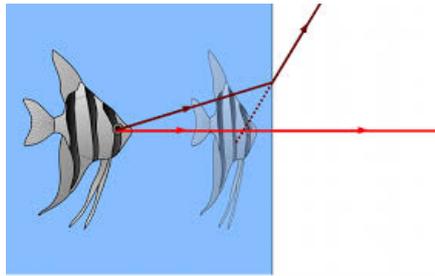


FIGURE 7 – Vision d'un poisson dans un aquarium

Néanmoins, il n'a pas intégré les cas plus rares où la réflexion et la réfraction ont lieu : on voit les objets au mauvais endroit, ce qui donne lieu à des illusions d'optique.

▷ *Phénomène de réflexion totale :*

Exercice d'application 2 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Établir la condition de réflexion totale.

Lorsqu'un rayon incident passe d'un milieu 1 à un milieu 2 moins réfringent ($n_1 > n_2$), on peut sous certaines conditions observer le **phénomène de réflexion totale** : le rayon réfracté n'existe pas lorsque l'angle d'incidence dépasse une valeur seuil, appelée **angle d'incidence critique** et notée i_c .

<https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/dioptres/Descartes.php>

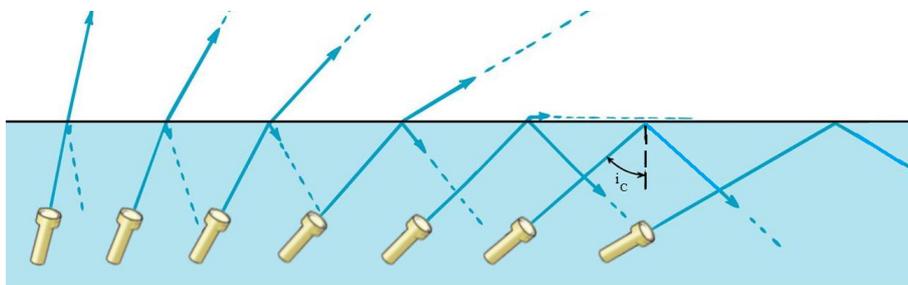


FIGURE 8 – Illustration du phénomène de réflexion totale lors du passage de l'eau (milieu 1) à l'air (milieu 2)

1. En vous appuyant sur l'illustration ou l'animation dont le lien est donné ci-dessus, ainsi que la troisième loi de Snell-Descartes, expliquer qualitativement ce phénomène.
2. Montrer que

$$i_c = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right).$$

▷ *Principe de retour inverse de la lumière*

Dans un milieu isotrope, la propagation des rayons lumineux vérifie le **principe de retour inverse de la lumière** : si on échange les positions de la source lumineuse et d'un point atteint par la lumière issue de cette source, il existe un rayon lumineux qui les relie, orienté en sens inverse de celui qu'il aurait eu dans la configuration de départ.

1.3 Lois de Snell-Descartes et instruments d'optique

1.3.1 Miroir plan

Un **miroir** est un dioptré qui réfléchit les rayons lumineux mais ne les réfracte pas. Si un miroir a une surface plane, on le qualifie de **miroir plan**.

Pour comprendre le fonctionnement d'un miroir, il nous faut étudier la position de l'**image** d'un point à travers ce miroir. Si elle existe, elle se situe au croisement de plusieurs rayons issus du point objet observé. Une image est qualifiée de **réelle** si on peut l'observer sur un écran, et de **virtuelle** si elle se situe à un endroit où il n'est pas possible de placer un écran pour l'observer.

Exercice d'application 3 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Construire l'image d'un objet par un miroir plan, identifier sa nature réelle ou virtuelle.

Une intersection d'un grand nombre de rayons incidents, ou de leurs prolongements, est appelée **point objet**. Il est réel si les rayons sont vraiment issus de ce point, et virtuel si seuls les prolongements des rayons convergent vers ce point.

1. Dans chacune des deux situations schématisées ci-dessous, construire l'image A' de l'objet A à travers le miroir plan, en vous appuyant sur la deuxième loi de Snell-Descartes.

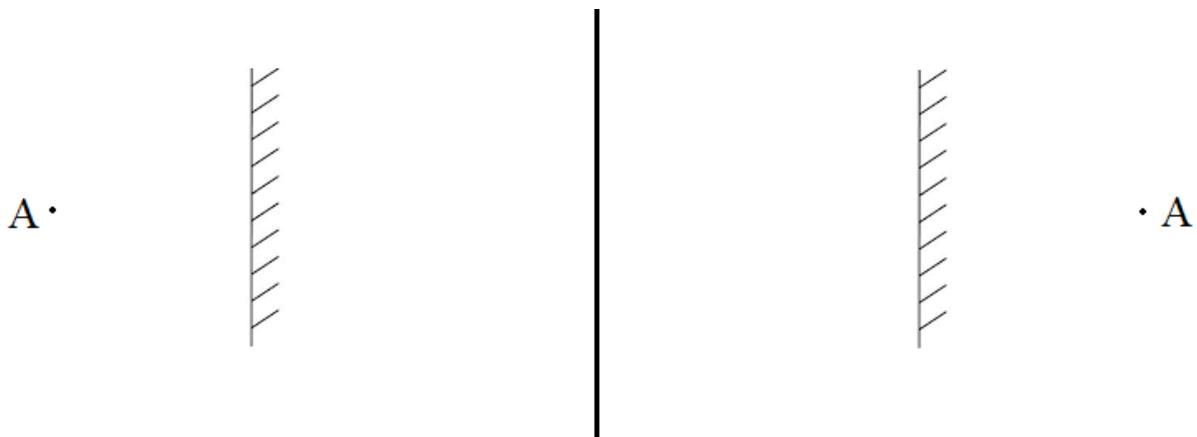


FIGURE 9 – Gauche : situation 1 ; droite : situation 2

2. Dans chacune des deux situations, indiquer, en justifiant, si l'objet est réel ou virtuel. Idem pour l'image.

On retiendra que l'image d'un point objet par un miroir plan est un point image symétrique du point objet par rapport au miroir.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/miroirs/miroir_plan.php

On remarque que le miroir plan est un **système optique stigmatique** : l'image d'un point à travers ce dernier est toujours un point (et non un ensemble de points, ce qui donnerait une tache étendue et rendrait potentiellement cette image floue). C'est

ce qui assure la netteté de la vision dans un miroir. Le miroir plan est en fait le seul instrument d'optique à assurer un stigmatisme rigoureux.

Si un système optique est stigmatique, il suffit de déterminer l'intersection de deux rayons issus d'un point objet pour trouver la position du point image associé.

1.3.2 Modèle de la fibre optique à saut d'indice

Exercice d'application 4 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

Les câbles à fibre optique permettent la transmission à haut débit de tous types de signaux électromagnétiques, sur de longues distances avec très peu d'atténuation. Chaque câble comporte un grand nombre de fibres optiques très fines.



Une **fibre optique à saut d'indice** est un guide d'onde. Elle est assimilée à un cylindre de révolution d'axe (Ox), de longueur L, constitué d'un cœur en polyméthacrylate de méthyle, de rayon a (de l'ordre de 8 à $50\mu\text{m}$) et d'indice optique $n_c = 1,49$, entouré d'une couche cylindrique de polymère fluoré, la gaine, d'épaisseur $b - a$ et d'indice optique $n_g = 1,40$. On supposera que le milieu extérieur est l'air, dont l'indice optique vaut $n_{\text{air}} = 1,00$.

Un rayon pénètre dans la fibre en O, en faisant un angle θ avec l'axe (Ox).

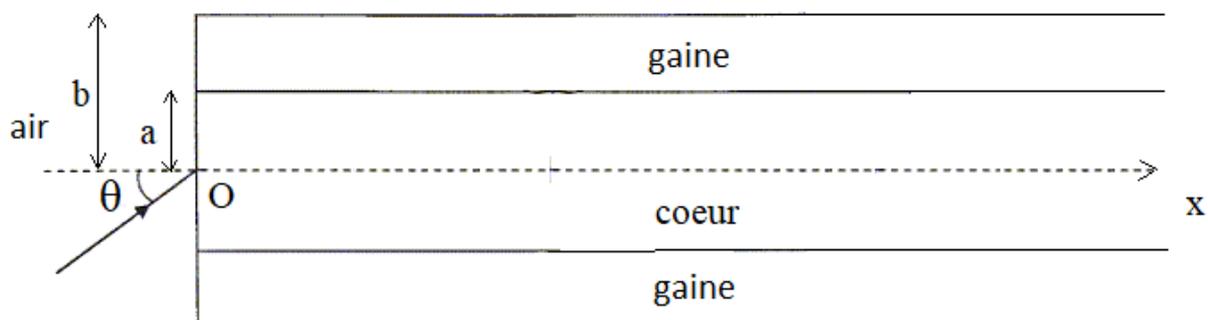


FIGURE 10 – Schéma de la fibre optique vue en coupe dans un plan qui contient son axe de symétrie par rotation (Ox)

1. Expliquer qualitativement le fonctionnement de la fibre, en identifiant les phénomènes qui permettent la transmission du signal par cette dernière.

2. Déterminer la valeur maximale admissible θ_a de l'angle θ pour que le rayon puisse être guidé dans la fibre, et calculer l'**ouverture numérique** O.N. = $n_{\text{air}} \sin(\theta_a)$. Définir alors la notion de **cône d'acceptance** d'une fibre optique.

3. On note τ la durée du trajet d'un rayon lumineux dans la fibre. Déterminer l'intervalle de temps $\Delta\tau = \tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}}$ entre les rayons qui atteignent le plus lentement et le plus vite la sortie de la fibre (on supposera que cela se fait sur son axe), en fonction de n_c , n_g , L , et de la célérité c de la lumière dans le vide. Calculer $\Delta\tau$ pour $L = 1,0$ km.

4. Lors d'une communication par cette fibre optique, on envoie à l'entrée de la fibre des impulsions lumineuses avec une fréquence f . On souhaite récupérer ces impulsions dans le même ordre en sortie. Montrer que la fréquence f doit être inférieure à une certaine valeur f_c , que vous exprimerez.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/dioptres/fibre_optique.php

2 Lentilles minces

2.1 Modèle de la lentille mince

En optique, une **lentille** désigne un milieu transparent délimité par deux surfaces dont l'une au moins n'est pas plane.

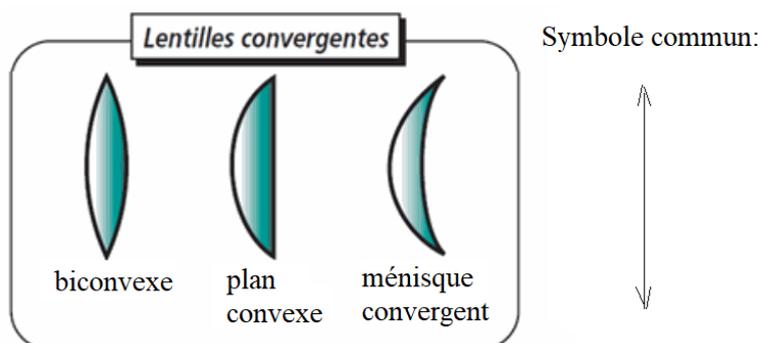
Elle est souvent sculptée dans du verre, et utilisée dans l'air. Il y a alors deux dioptries traversés par la lumière : un dioptrie air-verre, et un dioptrie verre-air. Les indices de réfraction de l'air et du verre étant différents, les rayons lumineux qui traversent la lentille sont réfractés au niveau des deux interfaces.

C'est cette déviation de la lumière qui fait l'intérêt des lentilles : en faisant se croiser plusieurs rayons, elle permet de produire des **images**.

Les lentilles que nous étudierons sont **minces**, autrement dit nettement plus hautes qu'épaisses.

2.2 Lentilles minces convergentes

Certaines lentilles minces sont à **bords minces**. Les principales géométries, vues en coupe par la tranche, sont représentées ci-dessous.



Les lentilles minces à bords minces sont **convergentes** : des rayons lumineux incidents parallèles à l'axe optique (issus d'un objet situé "à l'infini" en amont de la lentille) émergent de la lentille en direction d'un même point appelé **foyer image**, noté F' sur les schémas.

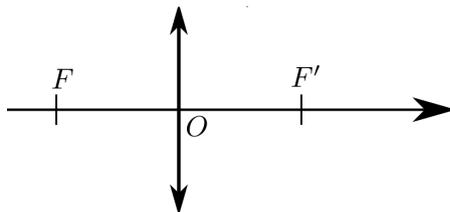
Un rayon lumineux passant par le **centre optique** O de la lentille n'est pas dévié par cette dernière.

Par le centre optique on fait passer l'**axe optique**, une droite perpendiculaire à la lentille et orientée de gauche à droite par convention. La source lumineuse se trouve à gauche de la lentille sur les schémas, la lumière se propage dans le sens de l'axe optique.

Le point symétrique du foyer image par le centre de la lentille s'appelle le **foyer objet**, et est noté F . Le principe de retour inverse de la lumière implique que les rayons lumineux issus d'un point objet situé au niveau du foyer objet émergent de la lentille parallèlement à l'axe optique.

La **distance algébrique** $\overline{OF'}$, appelée **distance focale** de la lentille, est notée f' .

Ainsi, le schéma de base pour une lentille convergente est le suivant :

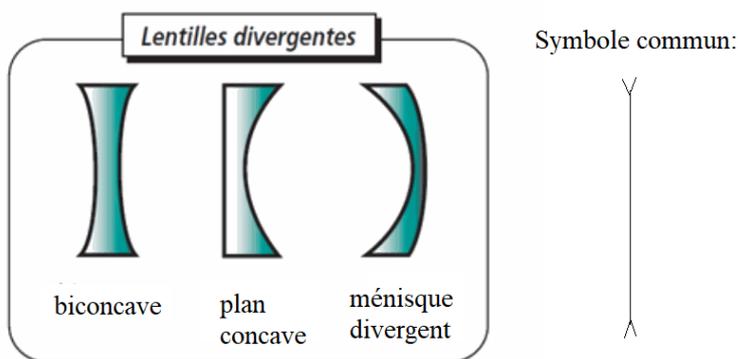


L'expérience montre que les lentilles convergentes permettent de former une image sur un écran.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_mince.php

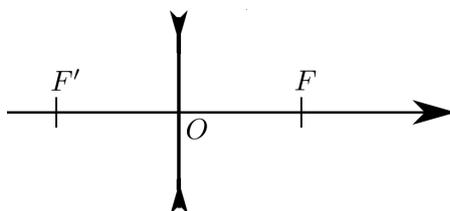
2.3 Lentilles minces divergentes

Certaines lentilles minces sont à **bords épais**. Les principales géométries, vues par la tranche, sont représentées ci-dessous.



Ces lentilles sont **divergentes** : des rayons lumineux incidents parallèles à l'axe optique émergent de la lentille en semblant s'éloigner d'un même point : le **foyer image** F' , qui se trouve avant la lentille.

Le schéma de base pour une lentille divergente est le suivant :



https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/lentille_sorte.php

L'expérience montre que les lentilles divergentes ne permettent pas de former une image sur un écran.

2.4 Stigmatisme approché, conditions de Gauss

Contrairement à un un miroir plan, une lentille mince n'est pas rigoureusement stigmatique : l'image d'un point n'est pas un point, mais une tache avec une certaine étendue, comme on peut le visualiser sur l'animation ci-dessous :

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php

Cela n'est pas gênant, à condition que la taille de la tache lumineuse ne dépasse pas celle du plus petit élément du détecteur : cellule rétinienne (cône ou bâtonnet) pour un œil, pixel pour un capteur électronique. Dans ce cas, l'image reste aussi nette que le permet la résolution du détecteur.

Pour observer une image nette, il suffit donc dans la pratique de se placer dans des conditions de **stigmatisme approché**.

L'expérience montre qu'une lentille mince permet un stigmatisme approché à condition de se placer dans des conditions particulières, dites de **l'approximation de Gauss**.

Les rayons lumineux doivent être **paraxiaux**, autrement dit :

- ▷ proches de l'axe optique ;
- ▷ peu inclinés par rapport à l'axe optique.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/stigmatisme_lentille.php

2.5 Règles de construction des rayons

On pourrait trouver la position de l'image en utilisant les lois de Snell-Descartes, mais cela s'avérerait laborieux. L'expérience montre que quand on se place dans les **conditions de Gauss**, on peut utiliser des règles empiriques simples pour déterminer la position de l'image d'un point objet à travers une lentille.

https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/optiqueGeo/lentilles/construction_lentille.php

On suppose que l'objet est plan et perpendiculaire à l'axe optique. Il s'étend d'un point A situé sur l'axe optique à un point B en dehors de l'axe optique. On se place dans les conditions de Gauss afin de bénéficier du stigmatisme approché. L'image de B par la lentille mince est un point, noté B', situé à l'intersection des rayons issus de B, ou de leurs prolongements s'ils ne se croisent pas.

Les **règles de construction** permettent de tracer trois rayons particuliers partant de B, et donc de déterminer la position de B' comme intersection de deux d'entre eux au choix (le troisième rayon, bien que non nécessaire du fait du stigmatisme approché, est souvent représenté pour vérifier le tracé) :

- ▷ Le rayon issu de B, passant par le centre optique O, n'est pas dévié par la lentille.
- ▷ Le rayon issu de B, passant par le foyer objet F, émerge de la lentille parallèlement à l'axe optique.
- ▷ Le rayon issu de B et parallèle à l'axe optique, émerge de la lentille en direction du foyer image F'.

L'image est perpendiculaire à l'axe optique si l'objet l'est (condition d'**aplanétisme**), on trouve donc la position du point A', image de A par la lentille convergente, en repérant le point à la verticale de B' sur l'axe optique.

Exercice d'application 5 :

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers, de la distance focale. Construire l'image d'un objet réel ou virtuel situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux

1. Pour une lentille convergente, faire la construction par tracé de rayons de l'image d'un objet plan AB perpendiculaire à l'axe optique dans les configurations suivantes :

- ▷ objet situé avant le foyer objet ;
- ▷ objet situé au niveau du foyer objet ;
- ▷ objet situé entre le foyer objet et le centre optique ;
- ▷ objet situé entre le centre optique et le foyer image ;
- ▷ objet situé au niveau du foyer image ;
- ▷ objet situé après le foyer image.

2. Faire la construction dans toutes les configurations possibles dans le cas d'une lentille divergente.

2.6 Caractériser une image

On introduit du vocabulaire pour caractériser l'image obtenue :

- ▷ L'image est **droite** si elle est dans le même sens que l'objet, sinon elle est dite **renversée**.
- ▷ L'image est **réelle** si elle se situe après la lentille, **virtuelle** si elle se situe avant la lentille.
- ▷ L'image est **agrandie** si elle est plus grande que l'objet, **rétrécie** si elle est plus petite.

Une image réelle peut être observée sur un écran. Elle y apparaît nette si elle est dans le plan de l'écran. Sinon, il faut faire la mise au point pour l'observer nette. On peut au choix, suivant ce qui est le plus pratique :

- ▷ modifier la géométrie du montage : on déplace l'objet ou la lentille pour ramener l'image sur l'écran, ou on déplace l'écran jusqu'à ce qu'il se superpose à l'image (principe d'un projecteur) ;
- ▷ modifier les propriétés physiques de la lentille (indice de réfraction, courbure des faces) pour modifier la distance focale (principe de l'accommodation par l'œil humain), ou changer de lentille.

Une image virtuelle ne peut pas être observée sur un écran. Pour la voir, on place l'œil de l'autre côté de la lentille et on regarde l'image, qui apparaît grossie par rapport à l'objet : c'est le principe d'une loupe.

Une grandeur permettant de caractériser quantitativement ces différents aspects est le **grandissement transversal**, noté γ (lettre grecque qui se prononce "gamma"). Par définition, il s'agit du quotient de la taille algébrique $\overline{A'B'}$ de l'image et de la taille

algébrique \overline{AB} de l'objet :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

Une **distance algébrique** entre deux points est comptée positivement si les deux points sont rencontrés dans l'ordre où ils sont notés, suivant le sens positif conventionnel (de gauche à droite le long de l'axe optique et de bas en haut perpendiculairement à ce dernier), et négativement sinon.

En tant que rapport de longueurs, le grandissement n'a pas d'unité.

| | | |
|----------------|--------------|--------------|
| | $\gamma > 0$ | $\gamma < 0$ |
| $ \gamma < 1$ | | |
| $ \gamma > 1$ | | |

FIGURE 11 – Caractéristiques de l'image en fonction de la valeur du grandissement

2.7 Relation de conjugaison de Descartes

On attribue à Descartes une formule qui permet de prévoir par le calcul la position de l'image, connaissant celle de l'objet et la distance focale $f' = \overline{OF'}$ de la lentille.

La **relation de conjugaison de Descartes** s'écrit :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V$$

où la **vergence** V désigne l'inverse de la distance focale de la lentille :

$$V = \frac{1}{f'}$$

Elle s'exprime en dioptrie (δ) si f' est exprimée en mètre.

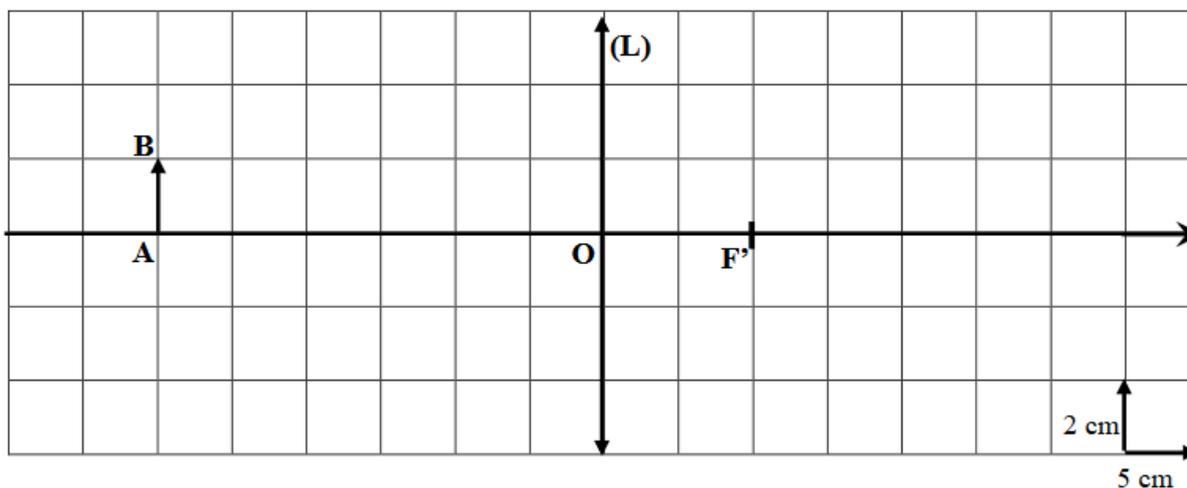
Quand on accole deux lentilles minces convergentes de vergences respectives V_1 et V_2 , on obtient une lentille mince équivalente dont la vergence vaut $V = V_1 + V_2$. Quant au grandissement, il vaut $\gamma = \gamma_1 \times \gamma_2$.

Exercice d'application 6 :

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

Construire l'image d'un objet réel situé à distance finie à l'aide des rayons lumineux, identifier sa nature. Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement transversal.

Le schéma ci-dessous représente une lentille convergente (L), son axe optique, son centre optique O, son foyer image F' et un objet plan AB.



L'échelle n'est pas la même verticalement et horizontalement. Elle est indiquée en bas à droite.

1. Placer sur le schéma le foyer objet F de la lentille.
2. Déterminer la distance focale f' de la lentille à partir du schéma.
3. Soit A'B' l'image de AB par la lentille convergente.
 - 3.1. Construire A'B'. Vous énoncerez les règles de construction utilisées.
 - 3.2. Donner trois adjectifs qui qualifient l'image A'B'.
 - 3.3. Définir, puis calculer le grandissement γ .
 - 3.4. Déterminer la distance algébrique $\overline{OA'}$ à partir de la construction graphique.

4.1. Transformer la relation de conjugaison de Descartes pour exprimer $\overline{OA'}$ en fonction de \overline{OA} et f' .

4.2. Calculer $\overline{OA'}$ et vérifier l'accord avec la réponse à la question 3.4.

5. En appliquant le théorème de Thalès, vérifier que le grandissement a également pour expression :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

Faire le calcul à partir de la construction et vérifier l'accord avec votre réponse à la question 3.3.

3 Modèles de quelques dispositifs optiques

Les instruments d'optique comportent souvent une ou plusieurs lentille(s).

Les connaissances acquises sur les lentilles vont nous permettre d'étudier :

- ▷ un instrument d'optique naturel : l'**œil humain** ;
- ▷ un instrument d'optique artificiel : l'**appareil photographique**.

3.1 L'œil humain

3.1.1 Modèle anatomique de l'œil

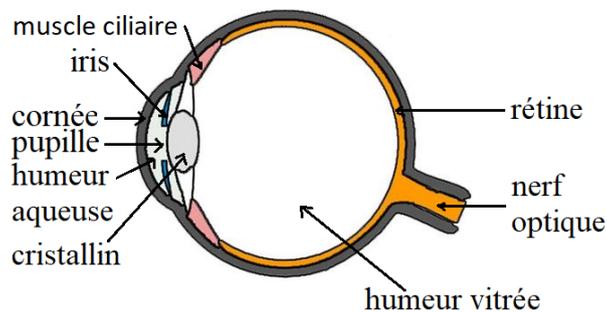


FIGURE 12 – Schéma d'un œil humain vu de dessus, en coupe

- ▷ La cornée est la membrane transparente qui délimite l'entrée de l'œil.
- ▷ L'humeur aqueuse et l'humeur vitrée sont des milieux liquides transparents, de propriétés proches de celles de l'eau.
- ▷ L'iris est la partie colorée de l'œil, visible de l'extérieur.
- ▷ La pupille est une ouverture circulaire dans l'iris, vue noire depuis l'extérieur. L'iris permet de dilater ou rétracter la pupille afin de laisser plus ou moins de lumière entrer dans l'œil. Cette fonction a pour but d'éviter les éblouissements tout en maintenant l'œil ouvert, ou de faciliter la vision nocturne.

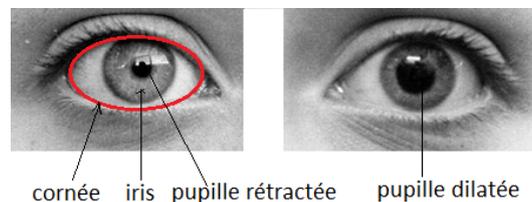


FIGURE 13 – il humain vu de l'extérieur dans deux situations différentes

- ▷ Le cristallin dévie les rayons lumineux pour former une image sur la rétine.
- ▷ La rétine est le fond de l'œil, elle contient à sa surface des cellules photosensibles (sensibles à la lumière) de plusieurs types : les cônes permettent la vision des couleurs et les bâtonnets permettant la vision nocturne en nuances de gris.
 - ▷ L'information reçue par ces cellules est transmise au cerveau via le nerf optique.
 - ▷ Les muscles ciliaires peuvent déformer le cristallin, ce qui permet de former l'image d'objets proches sur la rétine et de voir net.

3.1.2 Modèle physique de l'œil

Une modélisation de l'œil souvent utilisée en optique, appelée **œil réduit**, consiste en l'association de trois éléments :

- ▷ une lentille mince convergente de vergence variable, qui modélise l'association cornée-cristallin ;
- ▷ un capteur à une distance fixe de cette lentille, qui modélise la rétine ;
- ▷ un diaphragme, obstacle creux circulaire d'ouverture réglable, qui modélise l'iris.

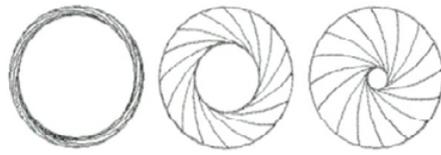


FIGURE 14 – Schéma d'un diaphragme : trou circulaire de taille réglable

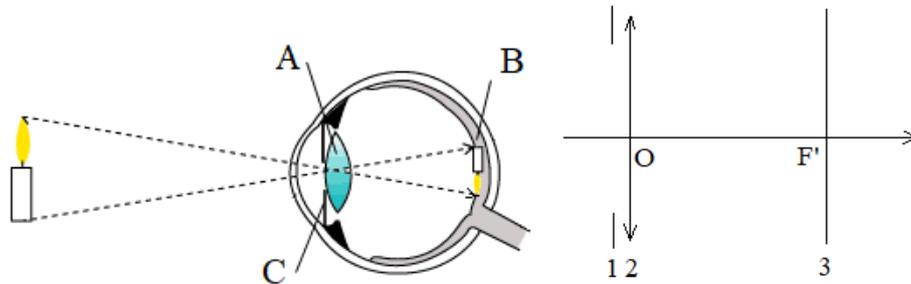


FIGURE 15 – Gauche : modèle biologique simplifié ; droite : modèle physique

L'image sur la rétine est rétrécie et renversée, le cerveau la remet mentalement à l'endroit lorsqu'il traite l'information pour permettre la vision, tout en recréant une perception des tailles et des distances réaliste.

3.1.3 Mécanisme de l'accommodation

Pour voir net, l'image d'un objet doit se former sur la rétine.

Dans l'œil, la distance entre le cristallin et la rétine est fixe, elle est égale à la distance focale de l'association de la cornée et du cristallin modélisé par une lentille mince convergente. Ainsi, un œil au repos permet d'observer, sans se fatiguer, des objets situés à une distance infinie (en pratique, à plusieurs mètres).

Lorsque la distance entre le cristallin et l'objet varie, le cristallin se déforme, sous l'action des muscles ciliaires, pour que l'image reste sur la rétine. Cette déformation du cristallin permet en effet de modifier la distance focale. Ce mécanisme est appelé **accommodation**.

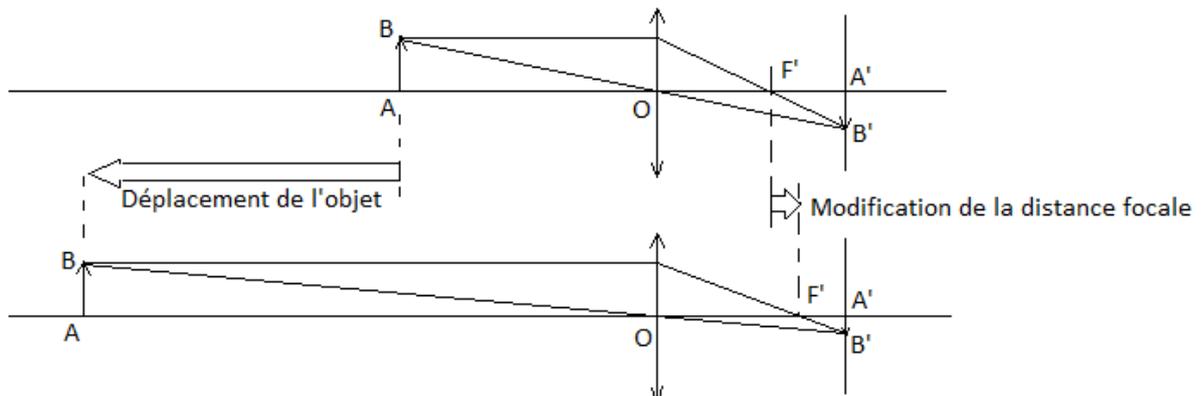


FIGURE 16 – Illustration du mécanisme d'accommodation

Ce schéma permet de comprendre pourquoi on voit plus petits les objets qui se

trouvent plus loin.

3.1.4 Zone de vision nette et limite de résolution angulaire

Le **punctum remotum** (P.R.) désigne le point le plus éloigné pouvant donner une image nette sur la rétine. Cette situation correspond à un œil au repos.

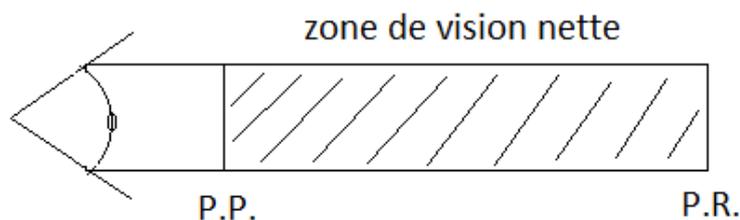
Un œil "normal" (on dit aussi emmétrope) a un cristallin dont la distance focale f' correspond exactement à la distance cristallin-rétine. Le punctum remotum se trouve donc à l'infini.

Lorsque l'objet se trouve plus près que le punctum remotum, l'œil accommode, la distance focale diminue à mesure que l'objet se rapproche afin de former à chaque instant une image sur la rétine. Toutefois, la courbure du cristallin ne peut excéder une certaine limite. Le point le plus proche qu'on puisse observer en accommodant porte le nom de **punctum proximum** (P.P.).

Dans les applications numériques, on prend couramment une distance

$$d_{PP} = 25 \text{ cm}$$

entre l'œil et le punctum proximum.



Deux points peuvent être vus distinctement si leur écart angulaire est supérieur à la **limite de résolution angulaire** de l'œil :

$$\alpha_{\min} \sim 1/60^\circ = 1' = 3 \times 10^{-4} \text{ rad.}$$

3.1.5 Quelques défauts de l'œil et leur correction

La myopie

Le cristallin de l'œil myope est trop convergent. Le punctum remotum n'est plus à l'infini, mais à quelques mètres voire dizaines de centimètres de l'œil. Il en résulte, pour les myopes, une impossibilité de voir net un objet éloigné. Le punctum proximum est également plus proche que pour un œil normal. Les rayons lumineux se croisent avant la rétine. Le cristallin étant trop convergent, on utilise une lentille divergente pour compenser et corriger la myopie.

L'hypermétropie

Le cristallin de l'œil hypermétrope n'est pas assez convergent. L'œil doit accommoder même pour observer un objet situé à l'infini, ce qui provoque une fatigue visuelle. Le punctum proximum est plus éloigné de la rétine que dans un œil normal. Les rayons lumineux devraient se croiser après la rétine. Le cristallin n'étant pas assez convergent, on utilise une lentille convergente pour compenser et corriger l'hypermétropie.

3.2 L'appareil photographique

Un appareil photographique comporte principalement :

- ▷ un boîtier ;
- ▷ un **objectif**, modélisé par une lentille mince (L) convergente de focale f' ;
- ▷ un **capteur** (C), situé derrière la lentille, à une distance d réglable (par mise au point) entre d_{\min} et d_{\max} , en fonction de la distance entre l'objectif et l'objet à photographier, la valeur $d_{\min} = f'$ étant utilisé quand l'objet est à l'infini ;
- ▷ un **diaphragme** (D) de diamètre réglable, qui permet de contrôler la quantité de lumière qui pénètre dans l'appareil.

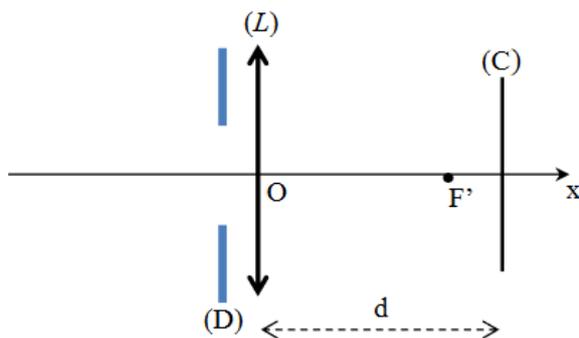


FIGURE 17 – Schéma du modèle d'un appareil photographique

L'image d'un point par l'objectif d'un appareil photographique est nette si sa taille ne dépasse pas la taille d'un pixel du capteur. Si on effectue la mise au point sur un plan à une distance D , les plans situés plus loin ou plus près peuvent donner aussi des images nettes.

La **profondeur de champ** est la distance entre le plan le plus proche et le plan le plus lointain donnant des images nettes. Elle augmente quand la distance de mise au point augmente, quand le diaphragme est moins ouvert, et quand la focale diminue.



FIGURE 18 – Gauche : grande profondeur de champ ; droite : faible profondeur de champ