TSI1, lycée Doisneau

PHYSIQUE-CHIMIE. DEVOIR SURVEILLÉ 3

Samedi 18/10/2025. Durée : 2h

CONSIGNES

▹ **La calculatrice n'est pas autorisée.** Les autres outils électroniques (téléphone, tablette...) et documents papier sont strictement interdits. Un brouillon est autorisé.

▹ Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.

▹ Ne pas utiliser de correcteur.

▹ Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.

▹ Numéroter les pages de votre composition.

Le sujet comporte **quatre parties indépendantes**.

Partie I - Structure cristallographique du chlorure de sodium

Remarque :

Cet exercice est extrait du sujet de physique-chimie de l'écrit du concours CCINP 2024 en filière PSI. Très classique, il ressemble beaucoup à l'exercice 5 du TD3, fait en DM et corrigé en classe !

Le sel, ou chlorure de sodium NaCl, est un cristal ionique dans lequel les ions Na^+ forment un réseau de type cubique face centrée (CFC) de paramètre de maille a, représenté figure 1.

Les ions Cl^-, quant à eux, se logent dans les sites octaédriques. On note r le rayon d'un cation Na^+ et R le rayon d'un anion Cl^-.

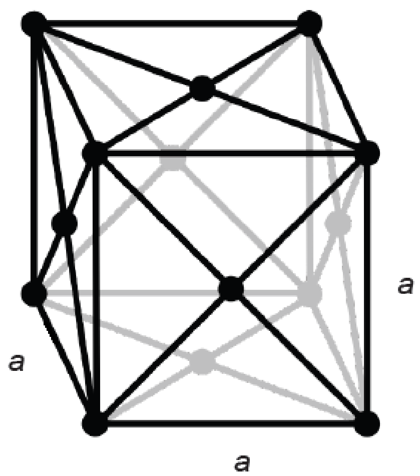


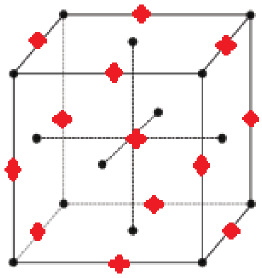
FIGURE 1 – Structure de type cubique face centrée

Q1. Combien y a-t-il d'ions sodium par maille ?

Les ions sodium occupent un réseau cubique à faces centrées. Il y a 8 ions sodium qui occupent les sommets de la maille ; ils comptent chacun pour $1/8$ car ils sont partagés entre 8 mailles. Il y a aussi 6 ions sodium qui occupent les centres des faces ; ils comptent chacun pour $1/2$ car ils sont partagés entre 2 mailles. Au total, il y a $N_{Na^+} = 8 \times \frac{1}{8} + 6 \times \frac{1}{2} = 4$ ions sodium par maille.

Remarque : Modèle de rédaction à connaître pour ce genre de question.

Q2. Préciser sur un schéma la position des centres des sites octaédriques. Combien y en a-t-il par maille ? Sont-ils tous occupés par les atomes de chlore ?



Il y a 12 sites octaédriques centrés sur les milieux des arêtes, qui comptent chacun pour $1/4$ car ils sont partagés entre 4 mailles. Il y a aussi un site octaédrique centré sur le centre du cube, qui appartient en propre à la maille. Ainsi, il y a un total de $N_{s.o.} = 12 \times \frac{1}{4} + 1 \times 1 = 4$ sites octaédriques par maille.

Le cristal étant électriquement neutre, il y a autant d'ions sodium Na^+ que d'ions chlorure Cl^- dans une maille, soit 4. Comme les ions chlorure occupent les sites octaédriques, ces derniers sont tous occupés.

Remarque :

La notion de site octaédrique a été vue dans l'exercice 6 du TD3, à retravailler si besoin. L'énoncé précisait où se trouvaient les sites octaédriques, dans les données en fin d'exercice.

On donne $r = 97$ pm, $R = 181$ pm et $a = 556$ pm. On admet que $a\sqrt{2} = 786$ pm et $a\sqrt{3} = 963$ pm.

Q3. Préciser si les ions Na^+ sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement. Préciser si les ions Na^+ et Cl^- sont tangents entre eux et si oui, préciser suivant quel alignement.

Les ions sodium ne peuvent pas être tangents entre eux car ils se repoussent par interaction électrostatique, étant tous chargés positivement. Les ions sodium et les ions chlorure sont potentiellement tangents entre eux car ils s'attirent par interaction électrostatique, étant de charges opposées.

L'alignement peut se faire soit le long d'une arête de la maille cubique, soit le long de la grande diagonale.

Si l'alignement a lieu le long de l'arête de la maille, alors $2(r + R) = a$. L'application numérique donne $2(r + R) = 2(97 + 181) = 2 \times 278 = 556pm= a$, ce qui valide cette hypothèse.

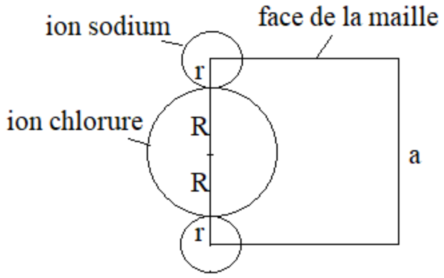


FIGURE 2 – Condition de contact entre ions le long d'une arête de la maille

Si l'alignement a lieu le long de la grande diagonale, alors $2(r+\mathrm{R}) = a\sqrt{3}$ (on applique le théorème de Pythagore deux fois d'affilée, comme vu en cours), ce qui n'est pas le cas.

Q4. Exprimer la masse volumique ρ_{NaCl} du chlorure de sodium en fonction de r et de R ainsi que des masses molaires M(Na) et M(Cl).

La maille est cubique et contient deux types d'entités. Sa masse volumique a donc pour expression :

$$\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = \frac{\mathrm{N}_{\mathrm{N}a^+} \times \mathrm{M}(\mathrm{N}a) + \mathrm{N}_{\mathrm{C}l^-}\mathrm{M}(\mathrm{C}l)}{\mathrm{N}_\mathrm{A} \times a^3}.$$

On a montré plus haut que $\mathrm{N}_{\mathrm{N}a^+} = \mathrm{N}_{\mathrm{C}l^-} = 4$ et que $a = 2(r+\mathrm{R})$, soit après simplification :

$$\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = \frac{\mathrm{M}(\mathrm{N}a) + \mathrm{M}(\mathrm{C}l)}{2\mathrm{N}_\mathrm{A} \times (r+\mathrm{R})^3}.$$

Q5. Indiquer, en justifiant, la valeur numérique correcte parmi les valeurs suivantes : $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 2,16$ g·cm^{-3} ; $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 216$ g·dm^{-3} ; $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 21,6$ kg·m^{-3}.

On convertit toutes ces valeurs dans une unité commune, ce qui donne : $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 2,16$ g·cm^{-3} ; $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 0,216$ g·cm^{-3} ; $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 0,0216$ g·cm^{-3}.

On compare ensuite à la masse volumique de l'eau liquide : $\rho_{eau} = 1,0$ g·cm^{-3}. Le sel coule dans l'eau, ce qui implique que sa masse volumique est supérieure à celle de l'eau. La seule possibilité est donc la première : $\rho_{\mathrm{N}a\mathrm{C}l} = 2,16$ g·cm^{-3}.

Remarque :

On pouvait aussi faire le calcul, mais la calculatrice est interdite et il n'y a pas d'aide au calcul. Une façon de procéder est d'admettre que les chiffres significatifs sont 2, 1 et 6, et raisonner en ordre de grandeur.

<u>Données</u> :

▹ Masses molaires : M(Na) $= 23$ g·mol^{-1} ; M(Cl) $= 35,5$ g·mol^{-1} ;

▹ Constante d'Avogadro : $\mathrm{N}_\mathrm{A} = 6,02 \cdot 10^{23}$ mol^{-1} ;

▹ Les centres des sites octaédriques sont décalés d'une demi-arête par rapport aux sommets et aux centres des faces.

Partie II - Trombone de Kœnig

Remarque :

Cet exercice, extrait d'un sujet d'oral CCINP 2017, filière TSI, a la même thématique que l'exercice 2 du TD5, qui a été corrigé en classe, à retravailler au besoin.

La figure 2 représente un trombone de Kœnig. C'est un système interférentiel acoustique constitué d'une entrée (E) et d'une sortie (S) reliées par deux tubes en U, dont l'un est muni d'une coulisse télescopique.

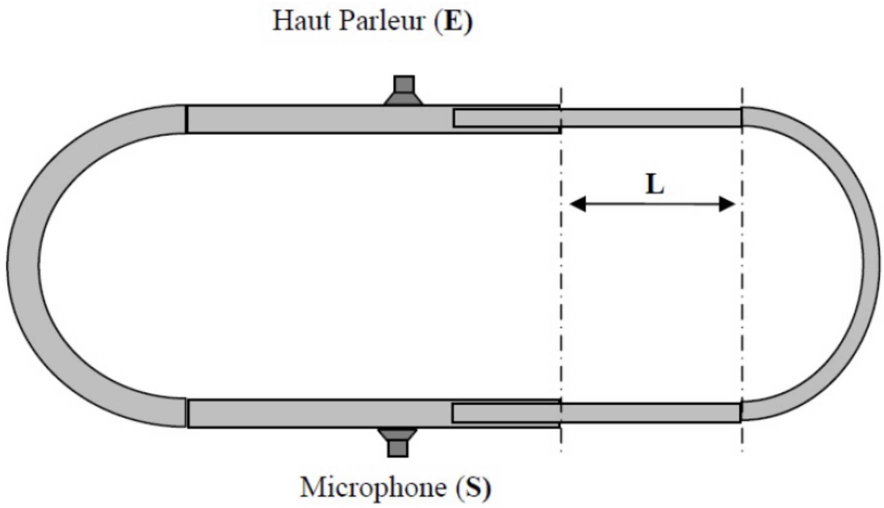


FIGURE 3 – Trombone de Kœnig

Un haut-parleur, placé à l'entrée, émet une onde sonore progressive sinusoïdale à la fréquence f. Un microphone, placé à la sortie, enregistre le son résultant de la superposition des ondes qui se sont propagées dans les deux tubes à la célérité c. On suppose que les ondes ont la même amplitude dans les deux tubes et que leur propagation guidée a lieu sans amortissement.

Q6. Rappelez les conditions nécessaires à l'observation d'interférences et justifier qu'elles sont réunies dans ce montage.

Pour observer des interférences, il faut que plusieurs ondes se superposent en un même point de l'espace. Ici, les deux ondes issues du haut-parleur et se propageant dans les deux tuyaux se superposent au niveau du microphone placé en sortie.

Ces ondes doivent être de même nature, ce qui est le cas puisqu'il s'agit d'ondes sonores.

Elles doivent être sinusoïdales (seul cas au programme), or l'énoncé précise que c'est le cas.

Elles doivent être synchrones (autrement dit, avoir la même fréquence), ce qui est le cas car elles sont émises en même temps par la même source, et se propagent dans un milieu linéaire (l'air) qui ne modifie pas leur fréquence au cours de la propagation.

Le déphasage entre les deux signaux doit être constant dans le temps, ce qui est le cas car leur phase à l'origine est identique (ils sont émis simultanément) et que le déphasage dû à la propagation est fixé par la longueur du tube de droite, qui reste constante une fois la configuration du montage fixée.

Enfin, le déphasage entre les deux signaux doit être un multiple entier de 2π (signaux en phase, interférences constructives) ou valoir π à un multiple entier de 2π

près (signaux en opposition de phase, interférences destructives), ce qui est possible en réglant judicieusement la différence de marche grâce au tube coulissant de droite.

Remarque : les deux signaux ont certes la même amplitude d'après l'énoncé, mais ce n'est une condition nécessaire que si l'on souhaite avoir des interférences maximalement constructives ou destructives.

On note d_1 la distance parcourue par l'onde dans le tube fixe (à gauche) et d_2 la distance parcourue par l'onde dans le tube à coulisse. Lorsque la coulisse est rentrée au maximum dans le tube fixe, les distances d_1 et d_2 sont égales. On note L le déplacement de la coulisse par rapport à cette situation.

Q7. Dans le cas où $\mathrm{L} = 0$, le microphone enregistre-t-il un son ? Pourquoi ?

Si $\mathrm{L} = 0$, alors les deux signaux parcourent la même distance pour atteindre le microphone. Comme ils ont été émis en phase, et que la propagation n'introduit pas de déphasage supplémentaire, ils arrivent en phase au niveau du microphone, où ils interfèrent constructivement pour former un son amplifié. Le microphone enregistre donc un son.

On considère à présent le cas où $\mathrm{L} > 0$.

Q8. Quelle est la relation entre la différence de marche $\delta = d_2 - d_1$ et L ? Quelle est la condition sur la différence de marche et la longueur d'onde λ pour observer des interférences constructives ? Et des interférences destructives ? En déduire les conditions d'interférences constructives et destructives vérifiées par L, c et f.

Sur le schéma, on constate que dans le tube de droite, le son parcourt une distance L supplémentaire deux fois d'affilée par rapport au tube de gauche, ce qui se traduit par $d_2 = d_1 + 2\mathrm{L}$ et $\delta = d_2 - d_1 = 2\mathrm{L}$. Les interférences sont constructives si $\delta = n\lambda$, où n est un nombre naturel, et destructives si $\delta = n\lambda + \lambda/2 = (n + 1/2)\lambda$. Comme pour une onde sinusoïdale, $\lambda = \frac{c}{f}$, on obtient respectivement $\mathrm{L} = \frac{nc}{2f}$ pour des interférences constructives et $\mathrm{L} = \frac{(n+1/2)c}{2f}$ pour des interférences destructives.

On souhaite utiliser le trombone de Koenig pour étudier la célérité du son dans l'air. On réalise l'expérience avec une onde sonore progressive sinusoïdale dont la fréquence est $f = 500$ Hz. En déplaçant la coulisse, on constate que le microphone n'enregistre aucun son aux positions successives de la coulisse notées L_1 et L_2.

Q9. Montrer que la célérité du son est $c = 2f(\mathrm{L}_2 - \mathrm{L}_1)$.

Les interférences destructives sont observées pour les positions L_1 et L_2, qui correspondent à des ordres d'interférence successifs notés n et $n+1$, soit $\mathrm{L}_1 = \frac{(n+1/2)c}{2f}$ et $\mathrm{L}_2 = \frac{(n+1+1/2)c}{2f}$. On calcule alors $\mathrm{L}_2 - \mathrm{L}_1 = \frac{c}{2f}$, qu'on réarrange pour obtenir l'expression demandée.

On réalise l'expérience pour plusieurs températures. Le tableau suivant donne les résultats des mesures.

Q10. Calculer la valeur expérimentale de la célérité du son à la température de $20°\mathrm{C}$.

θ en °C	0,0	5,0	10,0	15,0	20,0	25,0	30,0
L_1 en cm	16,6	16,7	16,9	17,0	17,2	17,3	17,5
L_2 en cm	49,7	50,2	50,6	51,1	51,5	51,9	52,4

On lit les valeurs de L_2 et L_1 à la température de $20°C$, on applique la formule démontrée à la question Q9 pour trouver :
$c = 2f(L_2 - L_1) = 2 \times 500(51,5 - 17,2) = 2 \times 500 \times 34,3 = 34300$cm·s^{-1} $= 343$m·s^{-1}.

Remarque : On a interpété ici la donnée $f = 500$Hz comme étant fournie avec 3 chiffres significatifs, ce qui est compatible avec l'utilisation d'un GBF pour alimenter le haut-parleur. Le résultat a donc 3 chiffres significatifs également.

La théorie des ondes sonores permet d'établir que la célérité c du son dans un gaz supposé parfait s'exprime par

$$c = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}},$$

où le coefficient de Laplace γ vaut $7/5$ pour l'air, $R = 8,31\ J \cdot K^{-1}$·mol^{-1} est la constante des gaz parfaits, T la température (en kelvin) du gaz et M sa masse molaire (pour l'air $M = 29,0$ g·mol^{-1}).

Q11. Calculer la valeur théorique de la célérité du son dans l'air à la température de $20°C$. Commenter.

On applique la formule fournie, en faisant les conversions nécessaires :

$$c = \sqrt{\frac{7/5 \times 8,31(273+20)}{29,0 \times 10^{-3}}} = \sqrt{\frac{1,40 \times 8,31 \times 293}{0,0290}} = 343 m \cdot s^{-1},$$

en utilisant l'aide au calcul et en arrondissant pour conserver trois chiffres significatifs, comme pour les données.
On retrouve le même résultat que dans l'expérience, ce qui valide le modèle utilisé dans la théorie des ondes sonores.

Aide au calcul :

$\sqrt{\frac{1,33 \times 8,31 \times 293}{0,029}} = 334,1651$;
$\sqrt{\frac{1,33 \times 8,31 \times 20}{29}} = 2,7608$;
$\sqrt{\frac{1,40 \times 8,31 \times 293}{0,029}} = 342,8462$;
$\sqrt{\frac{1,40 \times 8,31 \times 20}{0,029}} = 89,5737$.

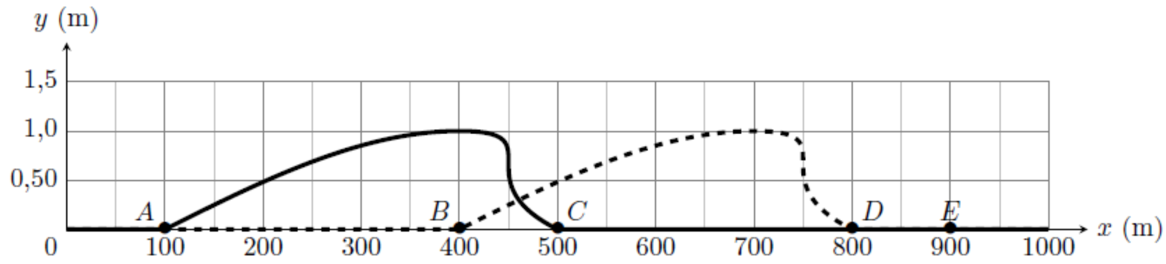
Partie III - La houle

Remarque : par certains aspects, cet exercice se rapproche de l'exercice 4 du TD4, à revoir si besoin.

La houle est un train de vagues régulières qui se propagent sur de longues distances depuis leur lieu de formation. Elles sont générées par un vent soufflant sur une grande étendue d'eau sans obstacle. En arrivant près du rivage, sous certaines conditions, la houle déferle, au grand bonheur des surfeurs.

1. Houle non sinusoïdale

La surface de l'eau est simplement schématisée ci-dessous aux instants $t_1 = 0$ (trait plein) et $t_2 = 60$ s (pointillés) pour une vague qui se propage en direction de la côte. L'origine, d'abscisse $x = 0$, est prise à 1000 m de la côte.



Q12. Justifier que la houle est une onde mécanique progressive, et expliquer ce que représente concrètement la grandeur physique $y(x,t)$ qui lui est associée.

La houle est une onde progressive : le signal y associé se propage au cours du temps, sans déplacement de matière mais en transportant de l'énergie. Elle est de nature mécanique car elle nécessite un milieu matériel (l'eau) pour se propager. La grandeur physique $y(x,t)$ qui est associée à cette onde est la hauteur locale de l'eau par rapport au niveau de référence en l'absence de vague.

Q13. Calculer la largeur spatiale Δx de la vague.

On observe que le profil de la vague s'étale sur une distance $\Delta x = x_C - x_A = 500 - 100 = 400$m.

Q14. Calculer sa célérité c, en m·s^{-1} puis en km·h^{-1}.

En une durée $t_2 - t_1 = 60$s, le front d'onde se déplace d'une distance $x_D - x_C = 800 - 500 = 300$m. La célérité de l'onde, qui désigne sa vitesse de propagation, vaut alors $c = \frac{x_D - x_B}{t_2 - t_1} = \frac{300}{60} = 5{,}0$m·s^{-1} $= 18$km·h^{-1}.

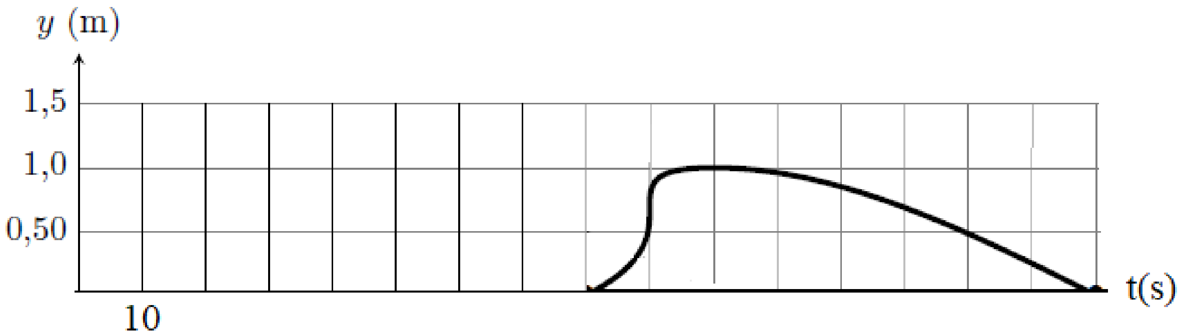
Q15. En déduire la valeur de la largeur temporelle Δt de cette vague.

La largeur temporelle de l'onde désigne la durée qu'il lui faut pour traverser un détecteur. Elle vaut $\Delta t = \frac{\Delta x}{c} = \frac{400}{5} = 80s=1min20$s.

Q16. Représenter graphiquement le signal $y(x_E, t)$ qu'enregistrerait un capteur de déplacement vertical positionné sur une bouée flottant à la surface de l'eau au point E d'abscisse $x_E = 900$ m.

Le front d'onde atteint le point E au bout d'une durée $t_E = \frac{x_E - x_C}{c} = \frac{900-500}{5} = \frac{400}{5} = 80$s par rapport au début de l'expérience. On enregistre alors un signal pendant une durée $\Delta t = 80$s. Sur la représentation temporelle du signal associé à l'onde, les états vibratoires sont observés dans l'ordre inverse par rapport à une représentation spatiale.

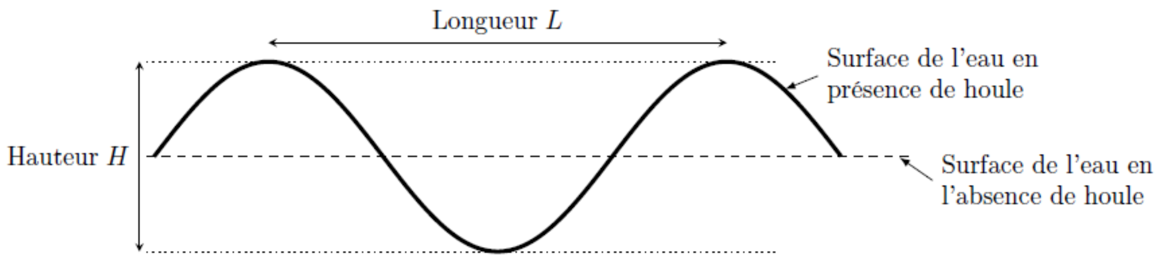
On enregistre alors le signal ci-dessous :



2. Houle sinusoïdale

Pour faciliter l'étude théorique des vagues, on utilise souvent le modèle des vagues sinusoïdales. Pour de telles vagues, il existe une crête (point culminant) suivie d'un creux (point le plus bas) et ainsi de suite, selon la forme d'un sinus.

La hauteur H de la vague correspond à la distance verticale entre le sommet de la crête et le fond du creux de la vague. La longueur L de la vague correspond à la distance entre deux crêtes ou deux creux successifs.



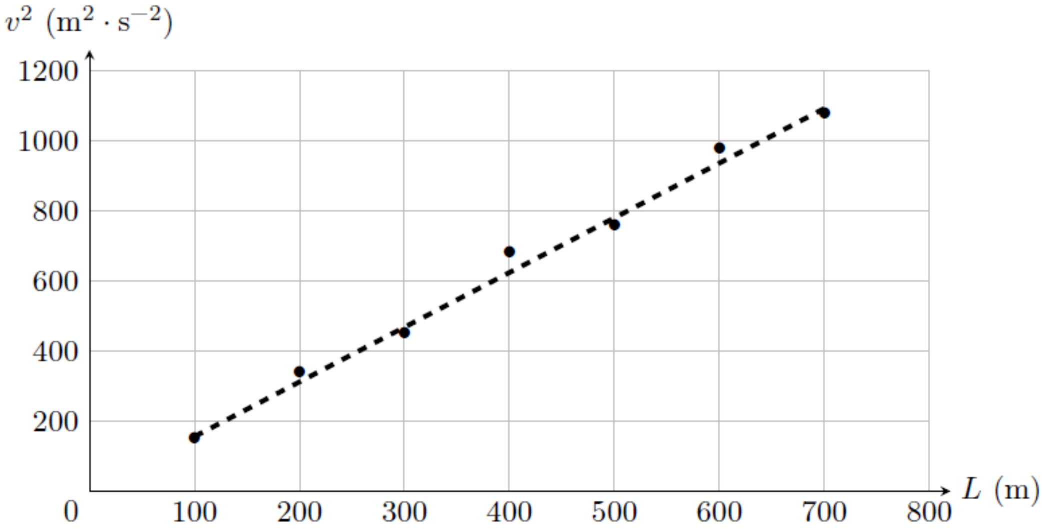
Dans cette sous-partie, la houle est modélisée par une onde sinusoïdale, qui possède une double périodicité spatiale et temporelle. La vitesse de propagation de la houle est dorénavant notée v.

Q17. Quel nom est habituellement donné à la longueur L de la vague ?

La plus petite longueur sur laquelle l'onde se répète, qui correspond à sa période spatiale, est habituellement nommée longueur d'onde et notée λ.

a. Propagation en eau profonde

Loin des côtes, quand la hauteur H des vagues augmente, l'expérience montre que la distance L entre deux vagues successives augmente aussi, ainsi que la vitesse de propagation v. Des mesures en eau profonde permettent de construire le graphique donnant l'évolution de v^2 en fonction de L.



Q18. Justifier qu'on peut modéliser les données par une relation de la forme $v^2 = a\mathrm{L}$, et évaluer le coefficient directeur a avec deux chiffres significatifs. À l'aide des données en fin de partie, donner l'expression théorique de a. Calculer sa valeur et commenter.

Le nuage de points qui correspond aux données expérimentales peut être modélisé par une droite passant par l'origine du repère, ce qui traduit une relation de proportionnalité entre L et v^2, qu'on peut écrire sous la forme $v^2 = a\mathrm{L}^2$.

Pour trouver la valeur du coefficient directeur, on prend un point de cette droite modèle : celui dont les coordonnées sont approximativement (500m ; 800m^2·s^{-2}), puis on calcule : $a = \frac{v^2}{\mathrm{L}} = \frac{800}{500} = 1{,}6$m·s^{-2}. Sous l'hypothèse d'une eau profonde, on devrait avoir $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$ soit en mettant cette relation au carré, $v^2 = \frac{g}{2\pi}\lambda = \frac{g}{2\pi}\mathrm{L}$, de sorte que $a = \frac{g}{2\pi} \simeq \frac{10}{6} \simeq 1{,}6$: il y a un bon accord entre théorie et expérience.

Dans l'océan Atlantique, loin de la Pointe bretonne, là où l'océan avoisine en moyenne les 3000 m de profondeur, une houle est formée de façon telle que la longueur de chaque vague vaut $\mathrm{L}_1 = 60$ m.

Q19. Calculer sa vitesse de propagation v_1. Quelle est sa période T_1 ?

Comme $\mathrm{L}_1 = 60\text{m} \ll 3000\text{m} = \mathrm{H}$, on est dans le régime d'eau profonde et on peut, en extrapolant, appliquer le modèle déterminé plus haut : $v_1^2 = a\mathrm{L}_1 = 1{,}6 \times 60 = 100$m^2·s^{-2} soit $v_1 = \sqrt{v_1^2} = \sqrt{100} = 10$m·s^{-1}. Comme l'onde est sinusoïdale, $v_1 = \frac{\lambda_1}{\mathrm{T}_1} = \frac{\mathrm{L}_1}{\mathrm{T}_1}$, d'où $\mathrm{T}_1 = \frac{\mathrm{L}_1}{v_1} = \frac{60}{10} = 6$s.

b. Propagation en eau peu profonde

« Quand les vagues approchent de la côte et rencontrent des eaux peu profondes, leur vitesse diminue car le frottement avec le sol les freine. Dès que la profondeur devient plus faible que la moitié de la longueur d'onde, les particules d'eau sont encore plus ralenties. Ainsi, la longueur d'onde de la houle diminue et son amplitude augmente, mais sa période est la seule propriété qui ne change pas à l'approche de la côte. Ainsi en arrivant près du rivage, la vitesse des particules sur la crête est plus importante que celle des particules dans le creux de l'onde, et lorsque ce déséquilibre devient trop grand, la vague déferle. »

D'après http ://ifremer.fr

La houle étudiée atteint l'entrée d'un port.

Q20. À l'aide des données, calculer la nouvelle vitesse de propagation v_2 de la houle si la profondeur vaut 4 m. D'après les informations fournies par le site web de l'Ifremer, quelle est sa période T_2 ? En déduire sa nouvelle longueur L_2. Commenter.

On suppose à présent qu'on est dans un régime d'eau peu profonde, ce qui permet d'utiliser la formule $v_2 = \sqrt{gH} = \sqrt{10 \times 4} = 6$m·s^{-1} en ne conservant qu'un seul chiffre significatif. La période vérifie $T_2 = T_1 = 6$s par conservation de la période lors du changement de régime. La nouvelle longueur d'onde vaut, puisque l'onde est toujours sinusoïdale, $L_2 = v_2 T_2 = 40$m en ne conservant qu'un seul chiffre significatif. On est bien dans le régime d'eau peu profonde comme supposé au début car $L_2 = 10H$, ce qui valide l'hypothèse faite au préalable.

Q21. L'entrée du port est limitée par deux digues séparées par un passage de largeur d. Comment choisir l'ouverture d pour que la houle soit fortement arrêtée par les digues et qu'aucun phénomène de diffraction ne soit observé ?

Pour empêcher la diffraction, on peut choisir $d \ll \lambda_2$, soit $d \ll L_2 = 40$m. Une digue de quelques mètres de large permet à de petits bateaux de passer et vérifie ce critère.

Données :

- L'intensité du champ de pesanteur terrestre est $g = 10$ m·s^{-2}.
- Pour des ondes « courtes » (en eau profonde), c'est-à-dire telles que la longueur d'onde λ est au moins dix fois plus faible que la profondeur h de l'océan, la vitesse de propagation est donnée par la relation $v = \sqrt{\frac{g\lambda}{2\pi}}$.
- Pour des ondes « longues » (en eau peu profonde), c'est-à-dire telles que la longueur d'onde λ est au moins dix fois plus grande que la profondeur h de l'océan, la vitesse de propagation est donnée par la relation $v = \sqrt{gh}$.

Partie IV - Un brin en matière synthétique

Remarque :

Cette partie, issue du baccalauréat 2025 en filière générale spécialité SI, est classique et ressemble à l'exercice 1 du TD5 traité en classe, à revoir si nécessaire.

Les violonistes frottent habituellement leurs cordes à l'aide de brins en matière naturelle issus de la crinière de chevaux. De nouveaux brins en matière synthétique sont de plus en plus utilisés par les musiciens.

On souhaite déterminer le diamètre du nouveau brin en matière synthétique à l'aide du phénomène de diffraction et le comparer au diamètre d'un brin prélevé sur la crinière de chevaux.

Données :

- Longueur d'onde du laser : $\lambda = 650$ nm, avec une incertitude-type $u(\lambda) = 10$ nm ;
- Distance entre le brin et l'écran $D = 1{,}7$ m ;

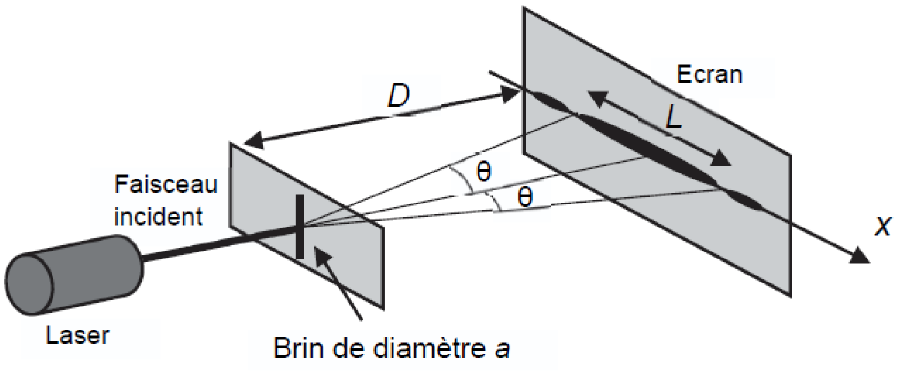


FIGURE 4 – Schéma du montage de diffraction du faisceau laser par un brin

- La largeur de la tache centrale de la figure de diffraction est notée L, l'incertitude-type associée est $u(L) = 1 \times 10^{-3}$ m.

Q22. Indiquer la couleur du laser utilisé dans cette expérience.

Une longueur d'onde $\lambda = 650$ nm correspond à de la lumière rouge.

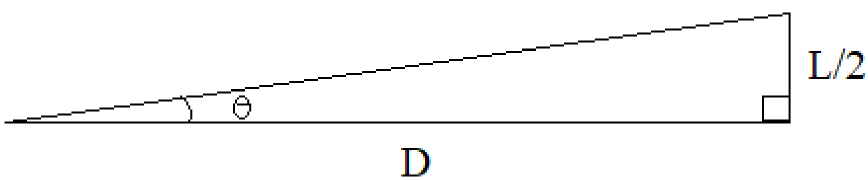
Q23. Rappeler la relation entre le demi-angle caractéristique de la diffraction θ en radian, la longueur d'onde du laser λ et la largeur a du brin.

On peut s'appuyer sur la relation approchée $\theta \simeq \frac{\lambda}{a}$ qui ne fait pas d'hypothèse sur la taille de l'obstacle, ou la relation (hors programme) $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$, valable pour un obstacle de forme rectangulaire, ce qui est le cas ici.

L'angle θ étant petit, on peut se placer dans l'approximation des petits angles : $\tan(\theta) \simeq \sin(\theta) \simeq \theta$.

Q24. Par un raisonnement géométrique s'appuyant sur la figure 3, déterminer l'expression de θ en fonction de la distance D entre le brin et l'écran et de la largeur L de la tache centrale. En déduire que le diamètre a du brin en matière synthétique a pour expression $a = \frac{2D\lambda}{L}$.

On représente les données utiles sur un schéma, sur lequel on s'appuie pour faire un raisonnement géométrique :



On remarque que $\tan(\theta) = \frac{L/2}{D} = \frac{L}{2D}$. Comme $L \ll D$, on se trouve dans le cadre de l'approximation des petits angles, ce qui permet d'écrire $\tan(\theta) \simeq \theta$, et en combinant avec le résultat de la question précédente, il vient : $\frac{L}{2D} \simeq \frac{\lambda}{a}$, soit $a = \frac{2\lambda D}{L}$ en réarrangeant.

Une simulation permet d'obtenir la distribution de l'intensité lumineuse sur l'écran où se forme la tache de diffraction :

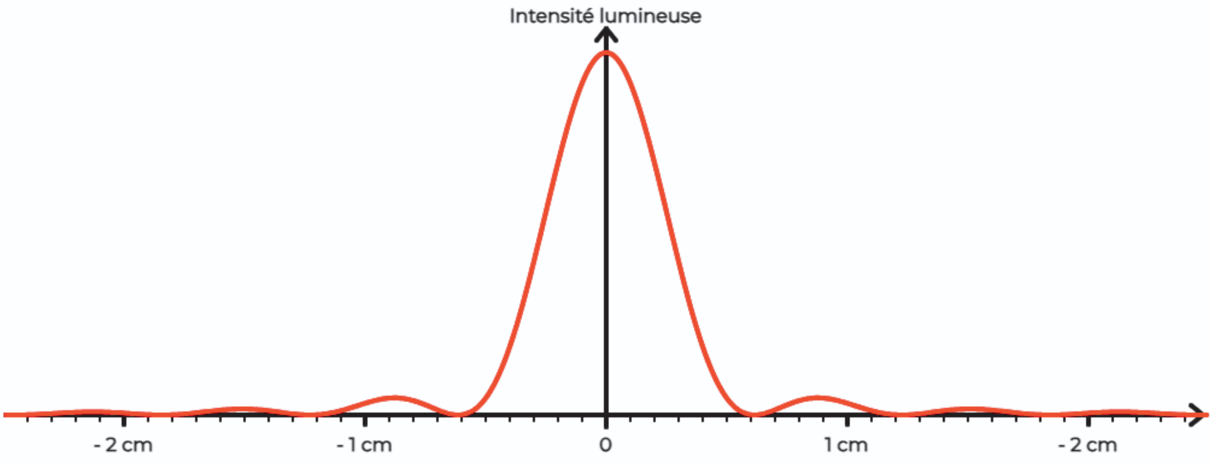


FIGURE 5 – Distribution de l'intensité lumineuse pour le brin en matière synthétique

Q25. À l'aide de la figure 4, déterminer la valeur du diamètre a du brin en matière synthétique.

La tache centrale est délimitée par la première annulation de l'intensité lumineuse, qui a lieu lorsqu'on s'éloigne de 6mm du centre de la tache d'après la figure 4. Ainsi, $\mathrm{L} = 12$mm.

On en déduit, en utilisant la relation trouvée à la question précédente : $a = \frac{2\lambda \mathrm{D}}{\mathrm{L}} = \frac{2\times 650\times 10^{-9}\times 1{,}7}{12\times 10^{-3}} = \frac{3{,}4\times 6{,}5}{1{,}2} \times \frac{100\times 10^{-9}}{10^{-2}} = 18{,}42 \times 10^{-5} = 1{,}8 \times 10^{-4}$m en utilisant l'aide au calcul fournie et en conservant deux chiffres significatifs.

Une bonne estimation de l'incertitude-type associée à a est donnée par la relation : $u(a) = a\frac{u(\mathrm{L})}{\mathrm{L}}$.

Q26. Calculer l'incertitude-type $u(a)$ associée au diamètre du brin en matière synthétique.

On utilise la relation fournie : $u(a) = a\frac{u(\mathrm{L})}{\mathrm{L}} = 1{,}8 \times 10^{-4}\frac{1}{12} = 1{,}5 \times 10^{-5}$m.

Q27. En tenant compte de l'incertitude-type, vérifier si le résultat du diamètre du brin en matière synthétique obtenu expérimentalement est en accord avec celui du brin issu de la crinière du cheval, qui vaut $a_c = 1{,}7 \times 10^{-4}$ m.

On calcule l'écart normalisé : $z = \frac{|a-a_c|}{u(a)} = \frac{1{,}8\times 10^{-4}-1{,}7\times 10^{-4}}{1{,}5\times 10^{-5}} = 0{,}6 < 2$, ce qui permet de valider l'accord entre la mesure et la valeur de référence tout en tenant compte de l'incertitude-type.

<u>Aide au calcul</u> :

$\frac{3{,}4\times 6{,}5}{1{,}2} = 18{,}42.$

FIN