

TD6 : Optique géométrique

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

- ▷ Caractériser une source lumineuse par son spectre : TLB1.
- ▷ Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur : TLB1.
- ▷ Établir la relation entre la longueur d'onde dans le vide et dans un milieu : TLB1.
- ▷ Établir la condition de réflexion totale : TLB2,4, ex1,3.
- ▷ Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur : TLB4, ex3.
 - ▷ Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers, de la distance focale, de la vergence : TLB3,4,6,7, ex2,4,5,6.
 - ▷ Construire l'image d'un objet réel ou virtuel situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle : TLB3,5,6,7, ex2,4,5,6, RP1.
 - ▷ Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement : TLB3,7, ex2,4,5, RP1.
 - ▷ Estimer une valeur approchée d'une distance focale : TLB3,7, ex2.
 - ▷ Construire l'image d'un objet par un miroir plan : TLB5, ex1, RP2.
 - ▷ Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe : TLB6.
 - ▷ Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation : TLB6, ex6.
 - ▷ Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice : ex1.
 - ▷ Mesurer l'indice de réfraction d'un prisme : ex3.
 - ▷ Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille mince et d'un capteur : TLB7, ex4,5.
 - ▷ Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné : ex4.
 - ▷ Définir le modèle de l'optique géométrique et indiquer ses limites : ex6.

1 Questions de cours

QC1 : Modèle de l'optique géométrique : hypothèses de travail

QC2 : Lois de Snell-Descartes

QC3 : Phénomène de réflexion totale

QC4 : Expliquer qualitativement le fonctionnement d'une fibre optique à saut d'indice

QC5 : Stigmatisme d'un instrument d'optique

QC6 : Règles de construction des rayons à travers une lentille mince

QC7 : Modélisation de l'œil humain et de l'appareil photographique

2 Tester les bases

TLB1 : couleur d'un laser

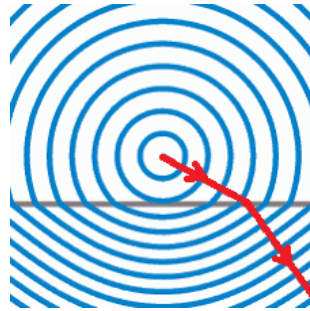
Un laser émet une radiation quasi-monochromatique, qu'on modélise par une radiation monochromatique de fréquence $\nu = 4,73 \times 10^{14} \text{ Hz}$.

1. Expliquer pourquoi on qualifie la radiation émise par le laser de "quasi-monochromatique". Vous représenterez son spectre (intensité lumineuse en fonction de la longueur d'onde) pour appuyer votre propos.

2. Déterminer la longueur d'onde dans le vide de la radiation monochromatique émise par le laser. En déduire sa couleur.

3. On considère maintenant que cette radiation se propage dans l'eau, d'indice optique $n_{\text{eau}} = 1,33$. Calculer la célérité v de la lumière dans l'eau. Déterminer la longueur d'onde λ_{eau} de la radiation du laser dans ce milieu. Quelle est sa couleur ?

4. On illustre ci-dessous le changement de longueur d'onde d'une onde lumineuse monochromatique lors d'un changement de milieu. Les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde, où la grandeur physique associée à l'onde prend la même valeur.



En vous appuyant sur le schéma ci-dessus, justifier qualitativement que la troisième loi de Snell-Descartes est en accord avec l'optique ondulatoire. Expliquer en quoi la représentation de l'onde lumineuse dans le schéma ci-dessus ne modélise toutefois pas correctement le rayonnement d'un laser.

TLB2 : un projecteur pour illuminer le bassin

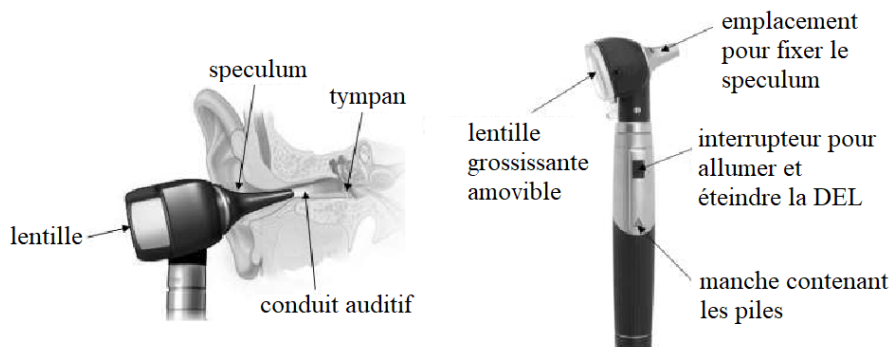
Un bassin de profondeur $d = 1,5$ m est rempli d'eau. Un projecteur se trouve au centre du fond du bassin. On le modélise pas une source de lumière ponctuelle monochromatique qui émet de la lumière de façon isotrope.

1. Nommer le phénomène qui fait qu'une partie des rayons émis en direction de la surface de l'eau ne sortent pas dans l'air. L'illustrer qualitativement sur un schéma.
2. Déterminer l'expression, puis la valeur, de l'angle d'incidence critique i_c au niveau du dioptre eau/air, à partir duquel ce phénomène a lieu (faire un schéma pour définir cet angle).
3. Évaluer alors le rayon de la tache lumineuse formée à la surface de l'eau.

TLB3 : l'otoscope

L'otoscope est un des instruments les plus utilisés lors de la pratique de la médecine générale. Cet outil médical, inventé par le médecin français Jean-Pierre Bonnafont en 1834, permet d'observer le conduit auditif externe et le tympan. Actuellement, les otoscopes sont constitués d'un manche contenant une alimentation électrique et d'une tête munie d'un système lumineux, d'une lentille grossissante et d'un speculum (pièce en forme de cône ouverte à ses deux extrémités qui permet d'explorer le conduit auditif en maintenant ses parois écartées).

La brochure d'un catalogue indique qu'un otoscope a un grandissement égal à 3.



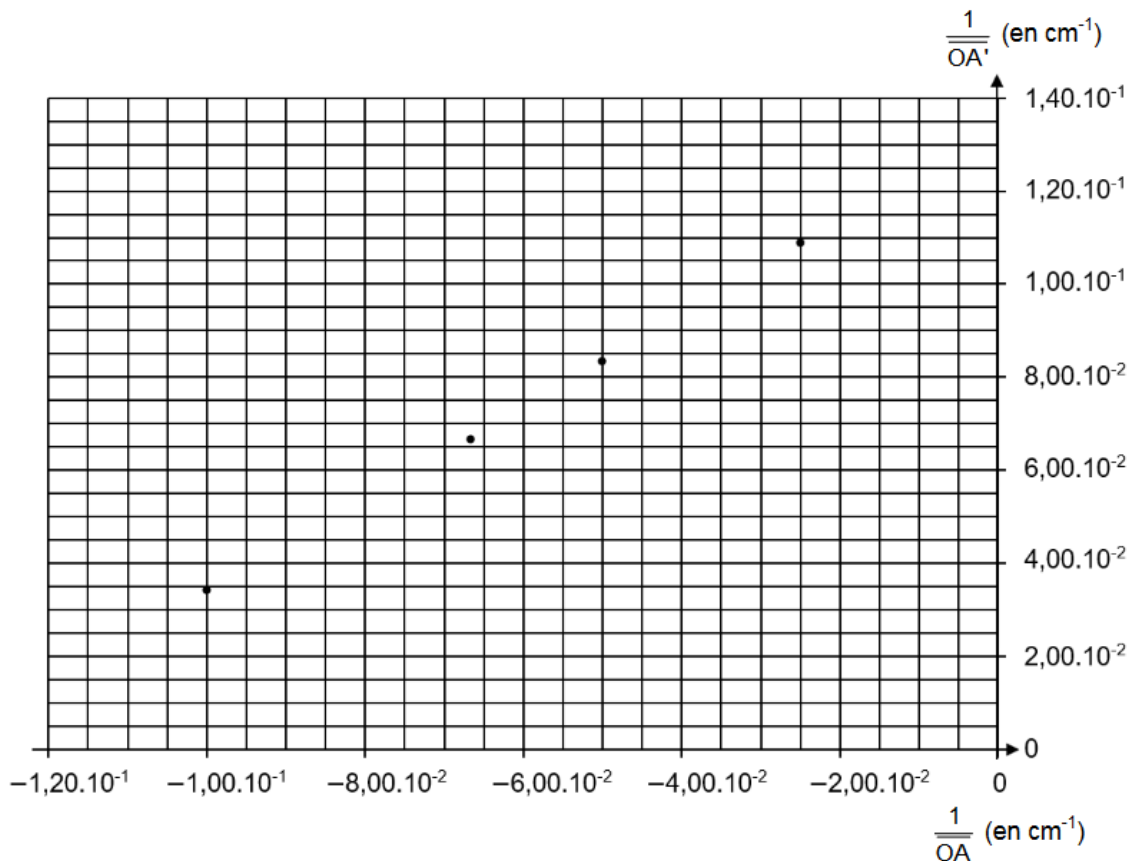
Afin de mesurer la distance focale de la lentille, on procède à une série de mesures sur un

banc d'optique, dans le but d'appliquer la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$$

Pour cela, on place la lentille de centre optique O à différentes distances OA d'un objet lumineux AB. Pour chaque valeur de la distance OA, on mesure la valeur de la distance OA' entre l'écran et le centre optique O de la lentille lorsqu'on observe une image A'B' nette sur un écran placé derrière la lentille perpendiculairement à l'axe optique.

On représente graphiquement les données expérimentales :



Après avoir démonté la lentille de l'otoscope, on souhaite déterminer la valeur de sa distance focale.

1. Proposer une méthode expérimentale simple permettant de vérifier le caractère convergent de la lentille.
2. Exploiter le graphique et la relation de conjugaison de Descartes pour déterminer la valeur de la distance focale de la lentille.

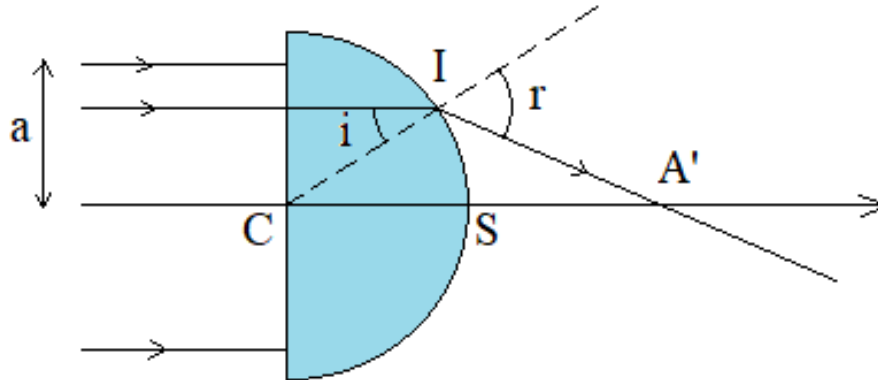
Un médecin utilise un modèle d'otoscope équipé d'une lentille convergente de distance focale $f' = 7,5$ cm pour observer le tympan d'un patient adulte. Lorsque l'instrument est introduit dans le conduit auditif du patient, la lentille de l'otoscope se trouve à une distance $OA = 5,0$ cm du tympan. Ce dernier a une taille $AB = 1,0$ cm.

3. Faire un schéma à l'échelle modélisant la situation puis construire l'image A'B' du tympan à travers la lentille de l'otoscope.
4. Déterminer les caractéristiques de l'image obtenue : position, taille, sens et nature.
5. À partir de la relation de conjugaison de Descartes, retrouver par le calcul la position de l'image construite.
6. Par un raisonnement géométrique, démontrer la propriété suivante : $\frac{A'B'}{AB} = \frac{OA'}{OA}$.
7. Calculer le grandissement et commenter le résultat.

TLB4 : stigmatisme d'une lentille demi-boule

On considère une lentille en forme de demi-boule de rayon R et d'indice de réfraction n , plongée dans l'air d'indice $n_{\text{air}} = 1,0$. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon $a < R$, arrive sous incidence normale sur la face plane de la lentille.

Le tracé d'un des rayons lumineux du faisceau a été représenté ci-dessous.



Le rayon représenté émerge en coupant l'axe optique en un point A' . Un raisonnement géométrique permet de montrer que

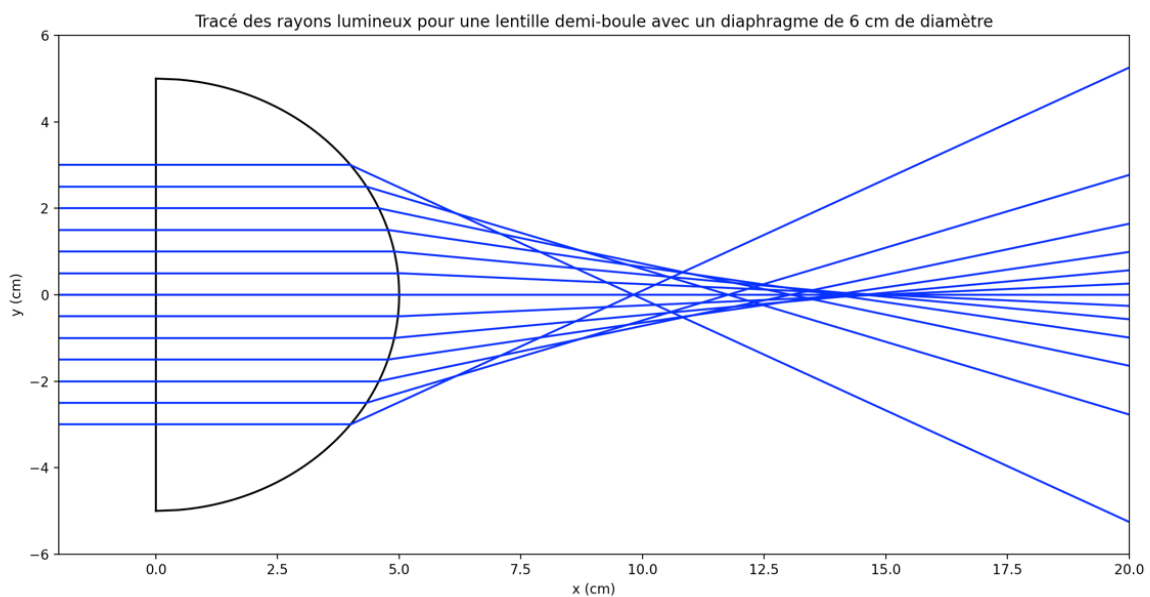
$$CA' = R \cos(i) + \frac{R \sin(i)}{\tan(r - i)}. \quad (1)$$

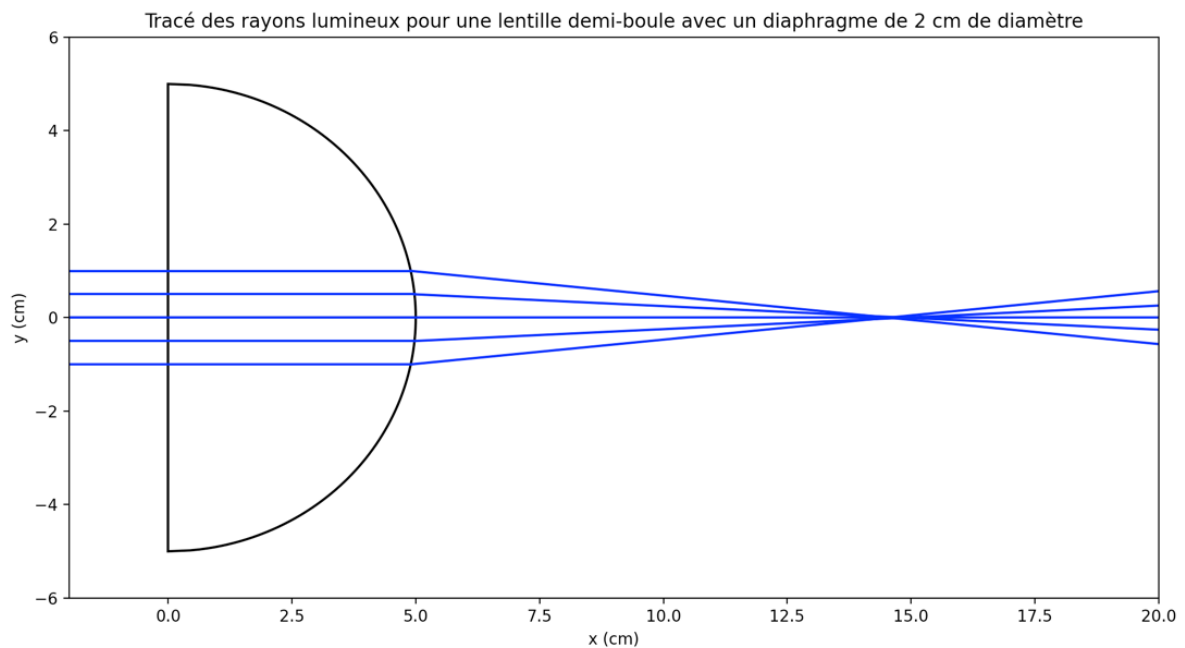
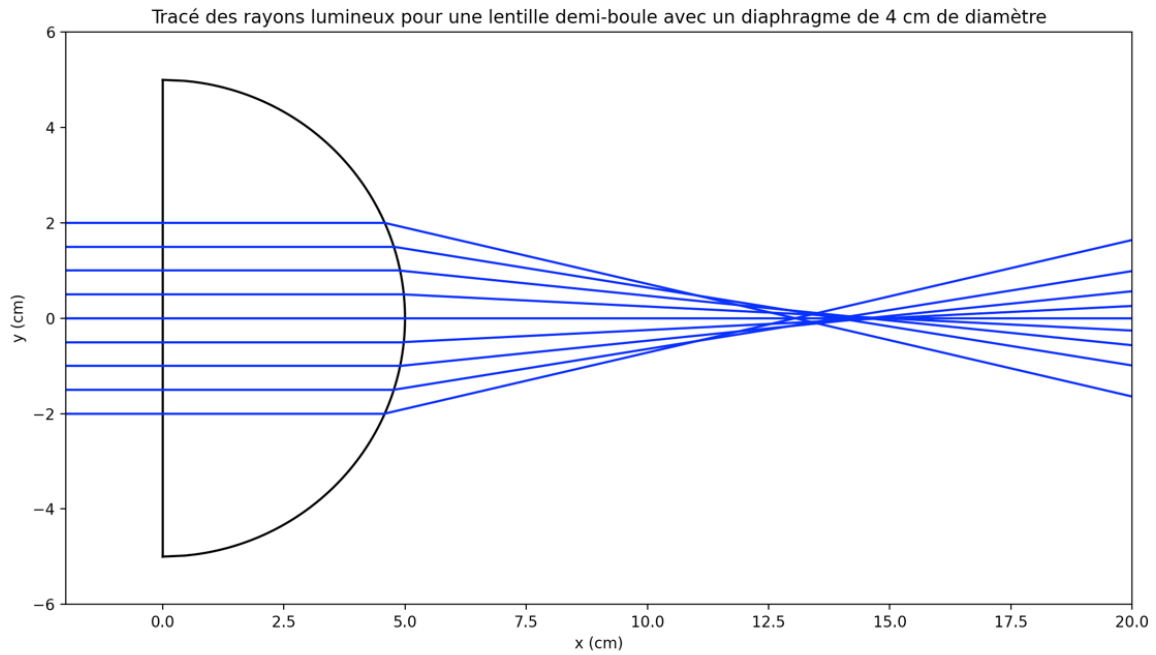
1. Expliquer pourquoi le rayon n'est pas dévié lorsqu'il atteint le dioptré air/verre à l'entrée de la lentille.

2. On place à présent un diaphragme devant la lentille demi-boule.

Un programme écrit en langage de programmation Python permet de simuler cette situation et de tracer plusieurs rayons.

Ci-joints les tracés obtenus avec des diaphragmes ouverts de 6,0 cm, 4,0 cm et 2,0 cm respectivement.





3. Rappeler les conditions de Gauss et justifier que cette simulation illustre l'une d'entre elles. Que faudrait-il changer pour illustrer l'autre condition de Gauss ?

4. En vous appuyant sur la relation (1), montrer par le calcul que la limite CF' de CA' lorsqu'on se place dans l'approximation de Gauss vaut :

$$CF' = \frac{nR}{n-1}. \quad (2)$$

Indication : dans la limite des petits angles ($x \ll 1$ rad), on peut écrire $\cos(x) \simeq 1$, $\sin(x) \simeq x$ et $\tan(x) \simeq x$.

5. Justifier que la relation (2) prouve le stigmatisme approché de la lentille dans l'approximation de Gauss, et donner la signification physique du point F' .

6. Calculer la valeur limite a_0 du rayon du faisceau incident si l'on veut que tous les rayons

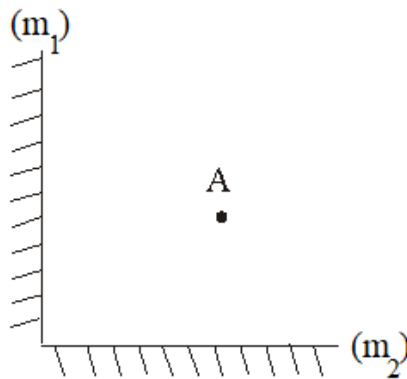
ressortent de la lentille. Faire l'application numérique pour $n = 1,5$ et $R = 5,0$ cm.

7. (facultatif) Prouver la relation (1).

Indication : on introduira un point supplémentaire sur le schéma afin de faciliter le raisonnement.

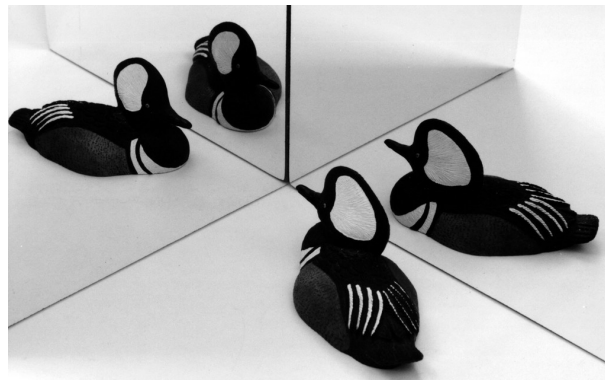
TLB5 : images par deux miroirs plans perpendiculaires

On dispose de deux miroirs plans (m_1) et (m_2) qu'on place en contact, perpendiculairement l'un à l'autre. Un objet ponctuel A se situe en face des deux miroirs.



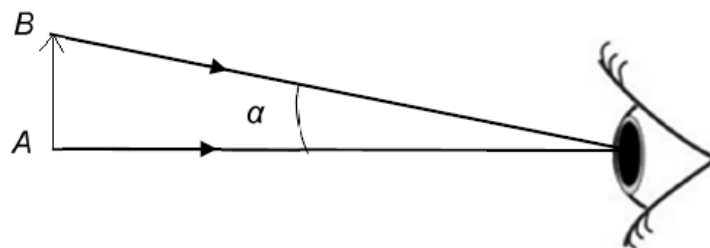
1. Recopier qualitativement le schéma ci-dessus. Y construire les images successives du point A par les deux miroirs.

2. Vérifier l'accord qualitatif avec la photographie ci-dessous.



TLB6 : observation à la loupe

Le pouvoir séparateur d'un œil emmétrope $\alpha_{\min}$ est l'angle α minimum sous lequel on peut voir deux points et les distinguer l'un de l'autre.



1. Rappeler la valeur de $\alpha_{\min}$, en radian puis en degré.

2. Déterminer jusqu'à quelle distance un œil emmétrope peut distinguer deux traits parallèles séparés de $d = 1,0 \text{ mm}$.

3. Déterminer la taille d'une lettre sur un panneau autoroutier pour qu'elle puisse être lue à une distance de 250 m (faire l'étude avec la lettre E).

4. Rappeler comment on modélise un œil humain en optique.

5. L'œil a une profondeur $L = 20 \text{ mm}$. Déterminer la taille moyenne d'un récepteur (cône ou bâtonnet) de la rétine, sachant que deux points sont vus distinctement si leurs images se forment sur des récepteurs différents.

6. On utilise une lentille mince de distance focale $f' = 3,0 \text{ cm}$ comme loupe. L'œil est supposé emmétrope (punctum proximum PP à la distance $d_m = 25 \text{ cm}$) et est situé au foyer image de la lentille de la loupe. Dans ces conditions, on observe un objet AB de hauteur 5,0 mm, placé au foyer objet de la lentille de la loupe.

Par un raisonnement géométrique, déterminer l'expression puis la valeur du grossissement commercial G_c de cette loupe, défini comme le rapport entre l'angle α' sous lequel on voit l'image à l'infini de l'objet à travers la loupe, et l'angle α sous lequel on verrait ce même objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte d_m .

TLB7 : distance minimale de projection

On souhaite former sur un écran l'image A'B' par une lentille convergente d'un objet réel plan AB.

1. Faire un schéma que vous complèterez avec un tracé de rayons pour illustrer qualitativement cette situation.

La distance $\overline{AA'} = D$ entre l'objet et l'écran est fixée. L'expérience montre que :

- on ne peut former d'image sur l'écran que si $D \geq 4f'$, où $f' = \overline{OF'}$ représente la distance focale de la lentille ;
- si $D > 4f'$, il existe deux positions de la lentille qui donnent une image ;
- si $D = 4f'$, il existe une unique position de la lentille qui donne une image, à mi-chemin entre l'objet et l'écran.
- si $D = 4f'$, l'image est renversée et de même taille que l'objet.

Le but des questions suivantes est de justifier ces observations.

On prend comme inconnue $x = \overline{OA}$.

2. Écrire la relation de conjugaison de Descartes en utilisant les notations de l'énoncé, et montrer qu'elle est équivalente à la condition $x^2 + Dx + Df' = 0$.

3. Justifier alors, par un calcul de discriminant, les trois premières observations.

4. Par un calcul de grandissement, justifier la quatrième observation.

5. Faire le tracé en utilisant les règles de construction dans le cas où $D = 4f'$.

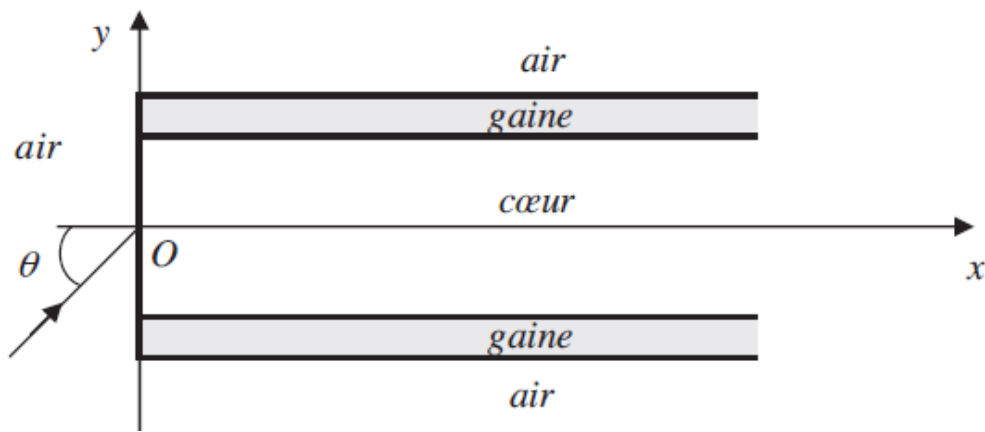
6. Expliquer comment mettre à profit les résultats de cet exercice pour mesurer la distance focale d'une lentille.

7. Expliquer pourquoi la distance minimale permettant d'obtenir une photographie nette augmente est une fonction croissante de la focale f' de l'objectif d'un appareil photographique.

3 Exercices

Exercice 1 : la fibre optique

Une fibre optique à saut d'indice est constituée d'un cœur cylindrique d'indice $n_c = 1,500$ et de rayon r_c , entouré d'une gaine transparente d'indice $n_g = 1,485$. L'axe (Ox) de la fibre est normal au dioptre air/cœur. Par symétrie de révolution de la fibre autour de l'axe (Ox), l'étude dans le plan (xOy) suffit. L'indice de l'air vaut $n_a = 1,000$. La célérité de la lumière dans le vide est $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.



1. Un rayon lumineux monochromatique se propageant dans l'air, situé dans le plan (xOy) , pénètre dans le cœur de la fibre en O avec un angle d'incidence θ . Montrer que le rayon reste dans le cœur si l'angle θ est inférieur à un angle limite θ_L , appelé angle d'acceptance de la fibre optique, dont vous donnerez l'expression en fonction de n_c et de n_g . Calculer la valeur de θ_L . L'indice de l'air vaut $n_a = 1,000$.

On considère maintenant une fibre optique de longueur L . Le rayon entre dans la fibre avec un angle d'incidence θ variable compris entre 0 et θ_L .

2. Quel est le rayon qui traverse le plus rapidement la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c et n_c , la durée de parcours T_1 de ce rayon.

3. Quel est le rayon qui met le plus de temps à traverser la fibre ? Exprimer, en fonction de L , c , n_g et n_c , la durée de parcours T_2 de ce rayon.

4. En déduire l'expression de l'intervalle de temps $\delta T = T_2 - T_1$ en fonction de L , c , n_g et n_c . Calculer la valeur de δT pour $L = 10$ km.

On injecte à l'entrée de la fibre une impulsion lumineuse de durée τ_e , formée par un faisceau de rayons ayant un angle d'incidence compris entre 0 et θ_L .

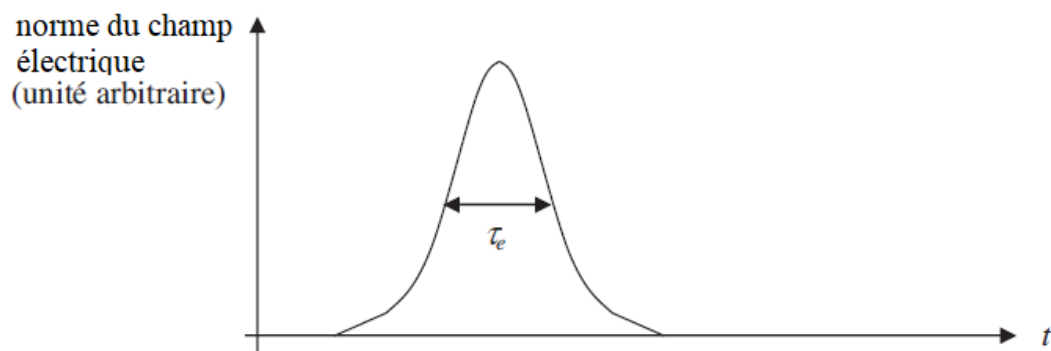


FIGURE 1 – Impulsion lumineuse en entrée de fibre optique

5. Reproduire la figure ci-dessus. Représenter l'allure de l'impulsion en sortie de fibre. Préciser sa durée approximative τ_s . On négligera ici tout phénomène d'absorption de la lumière par la fibre.

6. Le codage binaire de l'information consiste à envoyer des impulsions lumineuses, appelées bits, périodiquement avec une fréquence f . En supposant τ_e négligeable devant δT , quelle est la fréquence maximale de transmission $f_{\max}$ qui empêche le recouvrement des impulsions à la sortie de la fibre ?

Exercice 2 : focométrie

La **focométrie** désigne l'ensemble des techniques expérimentales permettant de mesurer la distance focale d'une lentille. Il existe de très nombreuses méthodes. Il est important d'en avoir quelques-unes en tête pour évaluer rapidement la distance focale d'une lentille inconnue.

1. Pour mesurer la distance focale d'une lentille convergente, on peut s'appuyer sur la définition du foyer image. Décrire le protocole expérimental à mettre en œuvre.

2. Si on dispose d'un objet lumineux et d'un miroir, on peut mesurer la distance focale d'une lentille convergente par autocollimation. Décrire le protocole expérimental à mettre en œuvre. Le justifier en vous appuyant sur un tracé de rayons.

3. Pour plusieurs distances lentille-objet $\overline{OA}$, on mesure la distance lentille-écran $\overline{OA'}$ qui permet d'observer une image nette. Expliquer comment exploiter ces données graphiquement pour remonter à la valeur de la distance focale d'une lentille convergente.

Indication : on s'appuyera avantagusement sur la relation de conjugaison de Descartes.

4. On place l'objet sur la graduation 0 du banc d'optique et on fixe l'écran à une distance D de lui. On déplace ensuite la lentille entre ces deux positions à la recherche d'une image nette sur l'écran.

a. Montrer qu'il existe deux positions de la lentille donnant une image nette, à condition que D soit supérieure à une certaine valeur à préciser.

b. On note d la distance entre ces deux positions. Montrer qu'on peut exprimer cette distance en fonction de D et f' , et en déduire que

$$f' = \frac{D^2 - d^2}{4D}.$$

c. En déduire un protocole pour mesurer la distance focale d'une lentille convergente.

d. Vérifier que cette méthode, dite de Bessel, a pour cas particulier celle étudiée dans l'exercice précédent, dite de Silbermann.

5. On dispose à présent d'une lentille divergente. Aucune des méthodes précédentes ne s'applique. On peut néanmoins l'accoler à une lentille convergente et utiliser le résultat suivant : lorsque deux lentilles minces de vergences respectives V_1 et V_2 sont accolées, elles sont équivalentes à une lentille mince convergente de vergence $V = V_1 + V_2$.

a. Indiquer comment doit être choisie la lentille convergente pour pouvoir appliquer les méthodes décrites plus haut à la lentille équivalente.

b. Justifier que les vergences s'additionnent en vous appuyant sur la relation de conjugaison de Descartes.

Exercice 3 : mesure de l'indice d'un prisme

On considère un prisme d'angle A , transparent, homogène, isotrope d'indice de réfraction n plongé dans l'air d'indice 1,000.

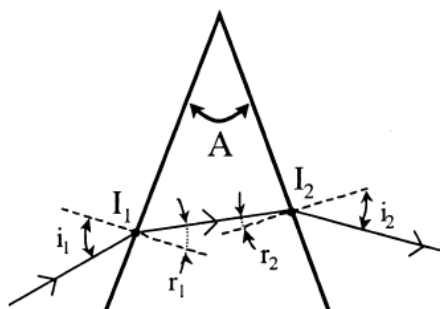


FIGURE 2 – Vue en coupe du prisme perpendiculairement à son arête

1. Justifier qu'un rayon incident pénètre forcément dans le prisme.
2. Écrire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction aux points I_1 et I_2 .
3. Par un raisonnement géométrique, montrer que $A = r_1 + r_2$. Indication : la somme des angles d'un triangle vaut 180° .
4. Recopier qualitativement le schéma du prisme et y faire apparaître l'angle de déviation, noté D , qui mesure la déviation du rayon incident par le prisme entre l'entrée et la sortie.
5. Par un raisonnement géométrique, montrer que $D = i_1 + i_2 - A$.
6. On constate expérimentalement que l'angle de déviation D admet un minimum D_m lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i_1 , et qu'il est atteint pour $i_1 = i_2 = i_m$ et $r_1 = r_2$. Montrer alors que l'indice n du prisme vaut

$$n = \frac{\sin\left(\frac{D_m + A}{2}\right)}{\sin\left(\frac{A}{2}\right)}.$$

La technique du minimum de déviation permet de mesurer expérimentalement l'indice du verre d'un prisme. Cette mesure est effectuée à l'aide d'un **goniomètre** constitué d'un plateau mobile gradué en degrés et en minutes, sur lequel est placé le prisme. Un collimateur, constitué d'une source lumineuse monochromatique, placée au foyer objet d'une lentille convergente, permet d'envoyer sur le prisme un faisceau de rayons lumineux parallèles. Une lunette de visée, réglée à l'infini et placée sur un bras mobile, permet l'observation des faisceaux émergent et réfléchi.

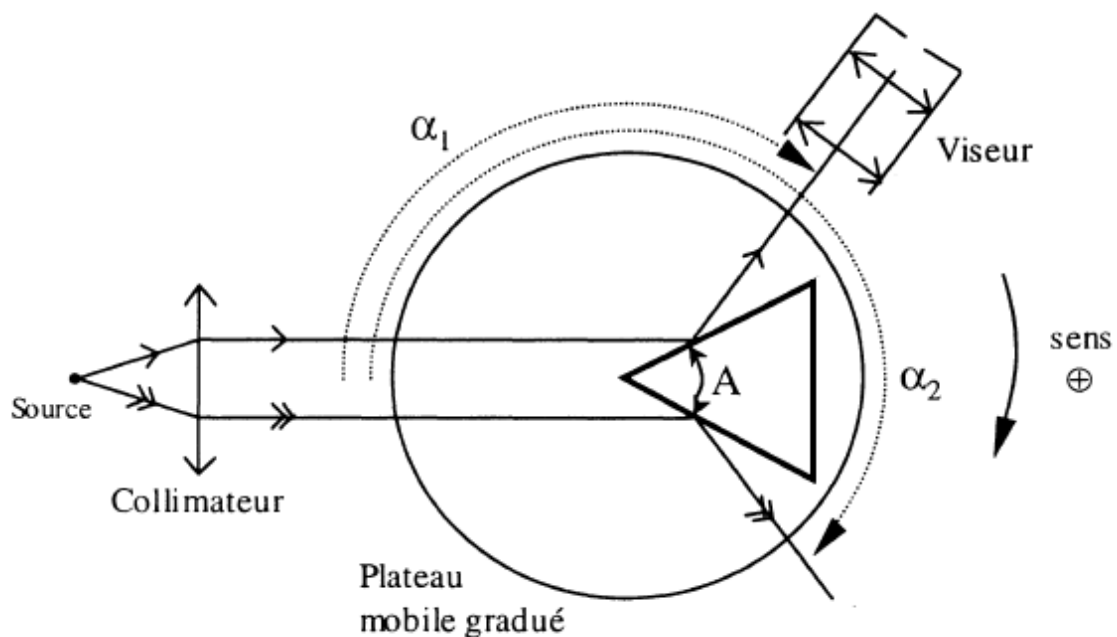


FIGURE 3 – Goniomètre - Mesure de A

Le prisme est placé vis à vis du collimateur de façon à ce que ses deux faces reçoivent à peu près autant de lumière. Avec le viseur on relève les angles α_1 et α_2 des faisceaux réfléchis sur les deux faces.

7. Exprimer A en fonction de α_1 et α_2 . Faire l'application numérique pour $\alpha_1 = 119^\circ 58'$ et $\alpha_2 = 240^\circ 04'$.

On dispose l'ensemble plateau-prisme de façon à observer le minimum de déviation. On relève alors l'angle β_1 . On recommence la même opération en faisant entrer le faisceau incident par l'autre face du prisme ; on relève alors l'angle β_2 .

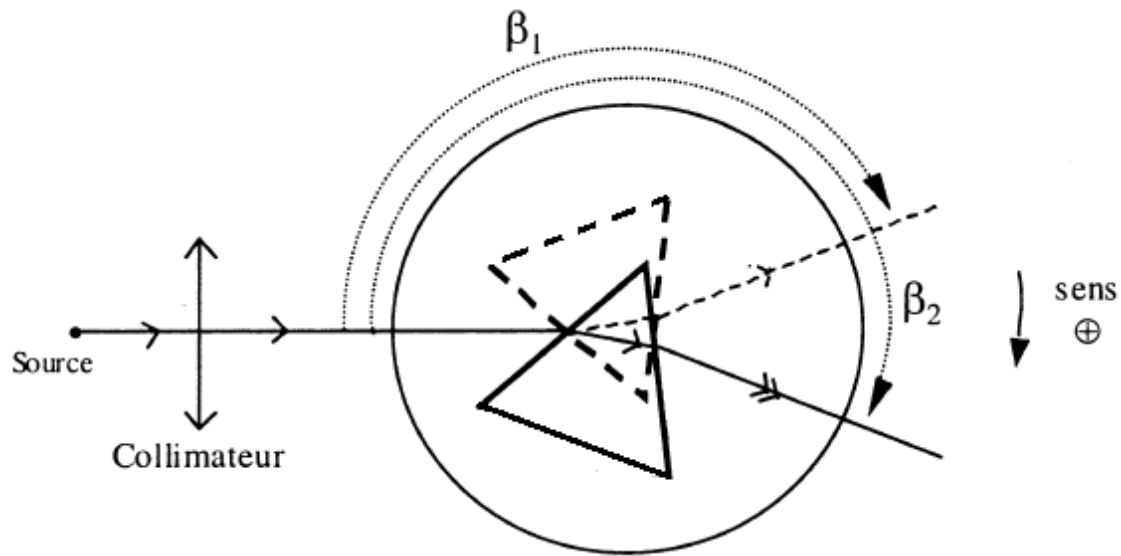


FIGURE 4 – Goniomètre - Mesure de D_m

8. Exprimer D_m en fonction de β_1 et β_2 . Faire l'application numérique pour $\beta_1 = 141^\circ 16'$ et $\beta_2 = 218^\circ 42'$.

9. Calculer l'indice n du verre utilisé pour fabriquer ce prisme. Commenter.

Donnée : une minute d'angle vaut $1' = 1^\circ/60$.

Exercice 4 : modélisation d'un appareil photographique

On modélise un appareil photo par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{OF'}$ appelée objectif, d'un capteur (C) sur lequel on souhaite former l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

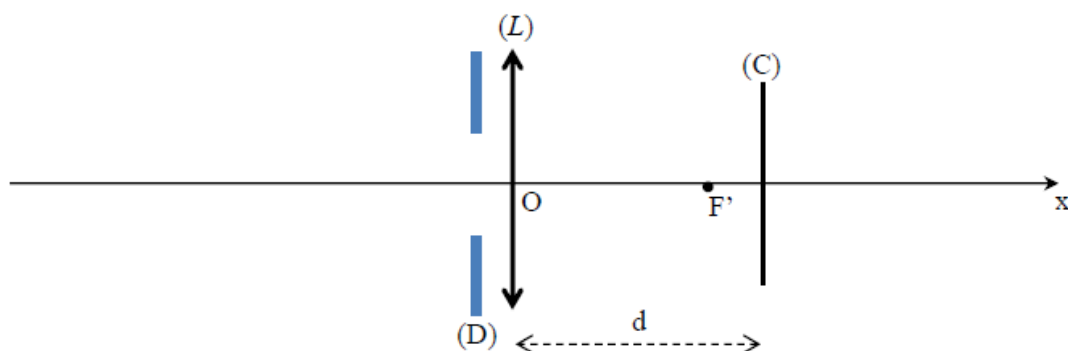


FIGURE 5 – Modélisation d'un appareil photo

La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$. À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

Objet et image

1. La lentille mince est utilisée dans les conditions de Gauss. Préciser en quoi elles consistent. Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

2.a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et A'B' son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image A'B'.

2.b) Exprimer la taille A'B' de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L. Calculer cette taille avec f' = 50 mm, h = 5 m et L = 20 m.

3.a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

3.b) Montrer qu'il existe une distance limite notée $L_{\min}$ en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à $L_{\min}$.

3.c) Exprimer $L_{\min}$ en fonction de f' et $d_{\max}$.

3.d) Calculer $L_{\min}$ pour f' = 50 mm et $d_{\max} = 55$ mm.

Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale f'_1 = 100 mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs $d_{\min}$ et $d_{\max}$ sont différentes des valeurs trouvées précédemment.

4.a) Quelle sera la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ?

4.b) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm × 36 mm, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

Profondeur de champ de l'appareil photo

Aucun système optique (à l'exception du miroir plan) ne permet d'obtenir une image ponctuelle à partir d'un point objet. Mais l'image d'un point est acceptable si sa taille sur un capteur photosensible est inférieure à la dimension g d'un "grain" du capteur (pixel, cellule photosensible, etc.), ce qui permet un stigmatisme approché dans certaines conditions.

Soit A un point objet situé sur l'axe optique (à une distance L en avant de l'objectif) qui donne une image ponctuelle A sur le capteur (la mise au point est faite sur A). Pour un point A₁ situé sur l'axe optique mais plus loin de l'appareil, son image A₁ se forme en avant du capteur et le faisceau lumineux issu de A₁ fait une tache sur le capteur. De même, un point A₂ situé sur l'axe optique mais plus près de l'appareil a une image A₂ qui se forme après le capteur et le faisceau lumineux issu de A₂ fait une tache sur le capteur.

Le schéma ci-dessous représente le cas limite où A₁ et A₂ forment chacun, sur le capteur, une tache de taille égale à la dimension g d'un grain du capteur.

Tout point compris entre A₁ et A₂ donnera une tache sur l'écran de dimension inférieure à g, donc sera vu net. Finalement, en effectuant la mise au point sur le plan transverse passant par le point A, tous les plans transverses situés entre les points A₁ et A₂ peuvent donner aussi des images qui apparaîtront nettes.

La **profondeur de champ** $p = A_1 A_2$ est la distance entre le plan le plus lointain de l'objectif (celui qui passe par A₁) et le plan le plus proche (celui qui passe par A₂), donnant tous les deux des images nettes, pour un réglage de l'appareil photo donné.

Pour un objet situé à au moins plusieurs dizaines de centimètres de l'appareil et une distance focale f' de quelques millimètres, la profondeur de champ s'écrit de façon approchée :

$$p \approx \frac{2gL^2}{f'D},$$

avec D l'ouverture du diaphragme.

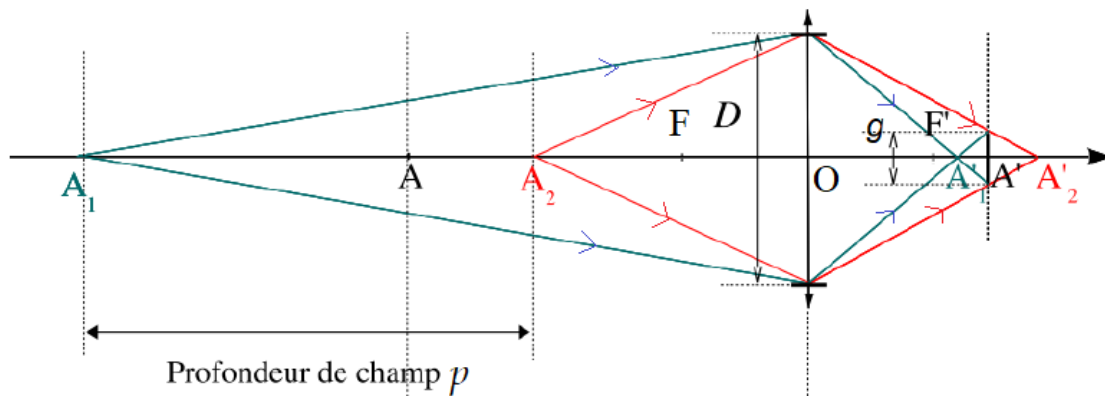


FIGURE 6 – Profondeur de champ d'un appareil photo

5.a) On rappelle la règle de construction suivante : si des rayons lumineux ressortent parallèlement entre eux d'une lentille mince convergente utilisée dans les conditions de Gauss, alors ces rayons proviennent d'un point situé dans le plan focal objet de la lentille (donc à la verticale du foyer objet F sur le schéma). En vous appuyant sur un rayon fictif passant par le centre optique O de la lentille pour vous aider à faire le tracé, construire vous-même sur un schéma la profondeur de champ de l'appareil photo.

5.b) Comment évolue la profondeur de champ p en fonction de la distance de mise au point L ? Et en fonction de la distance focale f' ? Et en fonction du diamètre D du diaphragme ?

5.c) Pour un iPhone avec un **nombre d'ouverture** $N = \frac{f'}{D} = 2,2$ et une distance focale $f' = 3,5$ mm, estimer la profondeur de champ pour une distance de mise au point $L = 3,0$ m, sachant que la taille d'un pixel du capteur photographique du smartphone est $g = 1,5$ m.

Exercice 5 : L'arrivée du Blue Fire (CCS 2025)

Le Blue Fire est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009.

Lors de l'une des dernières figures, un appareil photographique numérique judicieusement placé prend des photos de chacune des voitures du train et de leurs passagers alors que le train est à grande vitesse. Les visiteurs peuvent ainsi acheter une photographie-souvenir de leur expérience dans le Blue Fire à la sortie.



FIGURE 7 – Un exemple de photo souvenir prise au cours du trajet

L'objectif de l'appareil utilisé sera modélisé par une simple lentille mince convergente, de distance focale $f' = 5,00$ cm. Il est situé à $D = 3$ m du sujet à photographier au moment où la

photographie est prise. Le capteur de l'appareil photographique, sur lequel se forme l'image, est une matrice rectangulaire de taille $L \times l$ avec $L = 36 \text{ mm}$ et $l = 24 \text{ mm}$ constituée de pixels carrés de taille a . Le constructeur indique pour son capteur une résolution de 24 Mpixels.

Pour décrire la situation, on se placera dans la configuration géométrique simplifiée suivante :

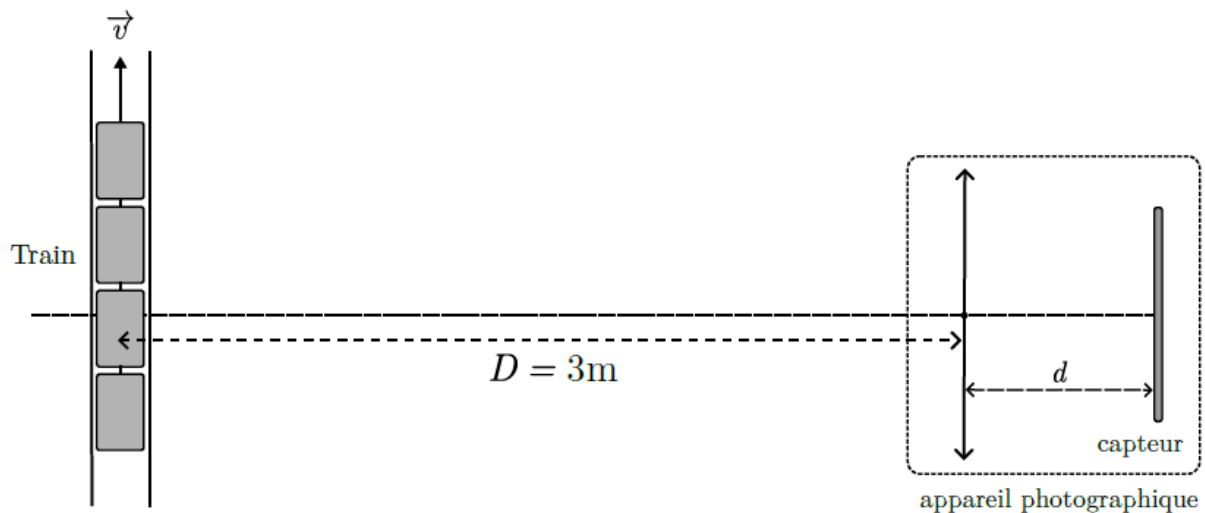


FIGURE 8 – Modèle simplifié de la prise d'une photographie

On notera en particulier que, même si le déplacement réel du train n'est pas orthogonal à l'axe optique de l'objectif, on fait ici cette hypothèse pour simplifier la description optique de la situation. Lors de la prise de la photographie, la vitesse de train est de $v = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

On rappelle la formule de conjugaison de Descartes pour une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

ainsi que la formule de grandissement algébrique :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

1. Quelles sont les conditions optiques permettant un stigmatisme approché ? Énoncer ces conditions.
2. Déterminer avec deux chiffres significatifs la valeur numérique de la distance d entre le capteur et la lentille de l'objectif.
3. Déterminer la valeur numérique de a .
4. Montrer que si la durée d'exposition t_{exp} du capteur pendant la prise de la photographie est trop longue, la photo sera floue. Calculer un ordre de grandeur de cette durée maximale d'exposition pour obtenir une photographie nette en fonction des paramètres pertinents, et proposer une application numérique.

Exercice 6 : une jeune astronome

Laurène Ch., élève en MPSI, est passionnée par l'astronomie. Elle souhaite s'acheter une lunette astronomique qui lui permettra d'observer la Lune et les planètes du système solaire. Elle a un budget limité et ne pourra s'offrir qu'une lunette premier prix. Elle souhaite vérifier à

l'aide de ses connaissances si cette lunette lui permettra d'observer la grande tache rouge de la planète Jupiter.

Vérification des caractéristiques commerciales de la lunette.

Dans un premier temps, Laurène veut vérifier que les grossissements de $\times 30$ et $\times 150$ annoncés par le fabricant sont corrects.

- **Caractéristiques commerciales de la lunette :**

 - Diamètre de l'objectif $D = 50 \text{ mm}$
 - Distance focale $f'_1 = 60,0 \text{ cm}$
 - Grossissement avec accessoires compris : $\times 30$ et $\times 150$
 - Masse nette : 1 kg

➤ **Éléments livrés :**

 - Lunette et monture
 - Trépied en aluminium réglable en hauteur
 - Deux oculaires de distances focales $f'_2 = 4 \text{ mm}$ et $f'_2 = 20 \text{ mm}$

FIGURE 9 – Extrait de la notice de la lunette astronomique

1. Une lunette astronomique est un système optique afocal, qui donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. On considère ici une lunette de Kepler, formée de deux lentilles convergentes. Justifier que le foyer image F'_1 de la première lentille L_1 doit être confondu avec le foyer objet F_2 de la seconde lentille L_2 .

2. Placer les termes objectif et oculaire sur le schéma ci-dessous, que vous recopiez.

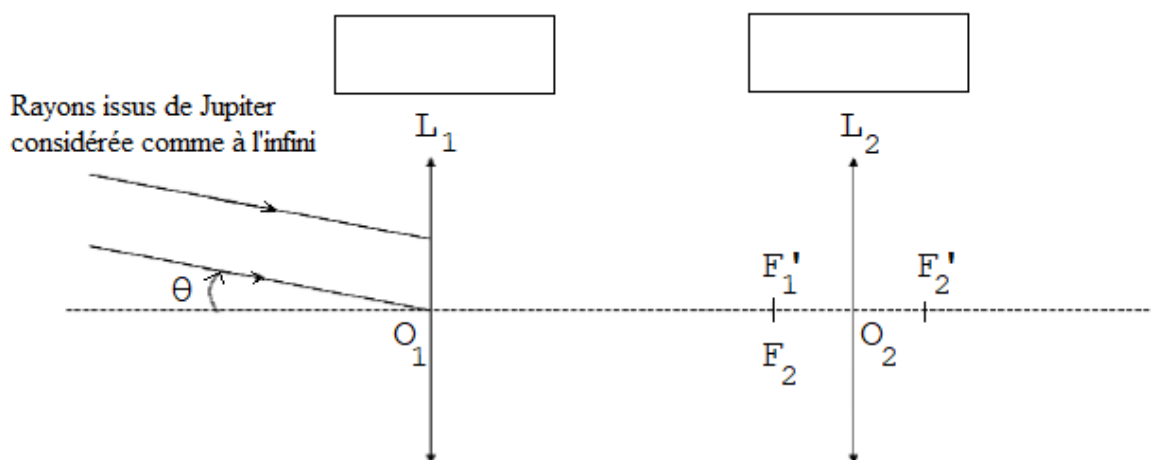


FIGURE 10 – Schéma de la lunette astronomique

3. Tracer, sur le schéma en fin d'énoncé que vous recopiez, le trajet des rayons arrivant de la planète Jupiter.

4. Placer, sur le schéma du document réponse, l'angle algébrique apparent θ' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette.

5. Le grossissement G de la lunette est défini comme le quotient de l'angle algébrique θ' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette et de l'angle algébrique θ sous lequel il est vu à l'œil nu : $G = \frac{\theta'}{\theta}$. On choisit de compter les angles positivement dans le sens trigonométrique. Montrer, en vous appuyant sur le schéma du document réponse en annexe, que $G = -\frac{f'_1}{f'_2}$. Vérifier que les grossissements annoncés par le fabricant sont corrects (ils sont donnés en valeur absolue).

6. Le grossissement est négatif pour cette lunette. Indiquer quelle conséquence cela aura sur les observations. Expliquer pourquoi ce n'est pas gênant en pratique.

Visibilité de la grande tache rouge de Jupiter.

Jupiter est une planète gazeuse qui présente à sa surface un système de bandes de nuages clairs et sombres, mais surtout une grande tache rouge, un ouragan gigantesque qui souffle depuis au moins cinq siècles.

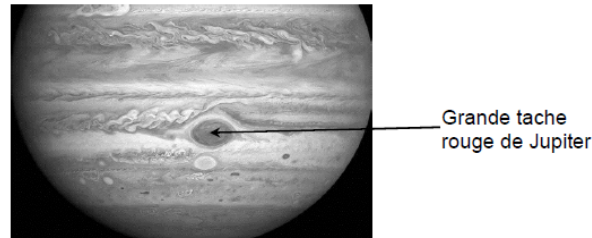


FIGURE 11 – Jupiter et la grande tache rouge

Jupiter peut être en conjonction ou en opposition avec la Terre. Jupiter est en opposition quand elle est située sur son orbite du même côté du Soleil que la Terre. Elle est en conjonction quand elle est située de l'autre côté de son orbite. Les positions de Jupiter en opposition et en conjonction sont représentées sur la figure 9.

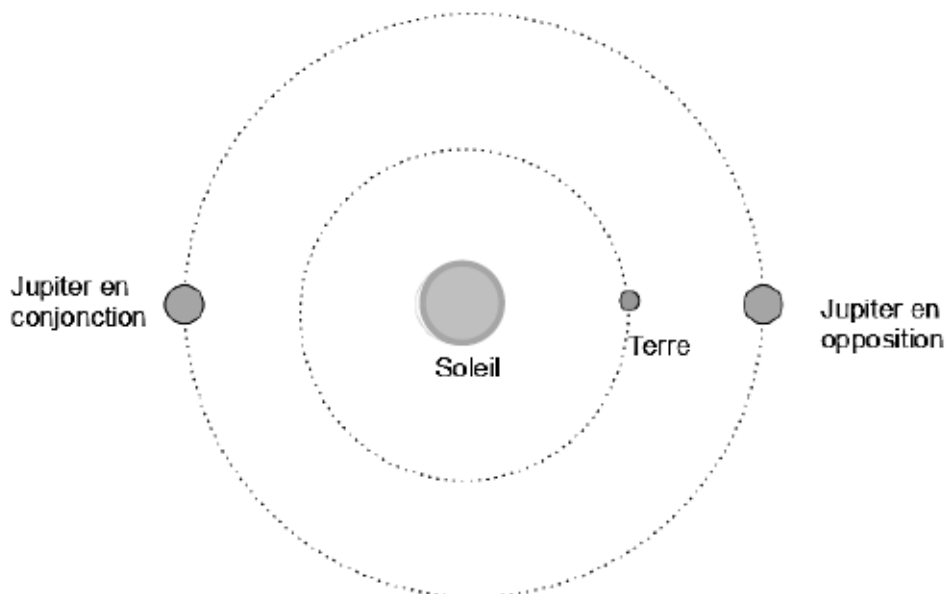


FIGURE 12 – Positions de Jupiter sur son orbite en opposition et en conjonction

Données :

- ▷ Distance Terre-Soleil : $D_{TS} = 1,5 \times 10^8$ km ;
- ▷ Distance Jupiter-Soleil : $D_{JS} = 7,8 \times 10^8$ km.

7. Indiquer, en justifiant, la meilleure situation pour observer Jupiter. Calculer alors la valeur de la distance Terre-Jupiter D_{TJ} .

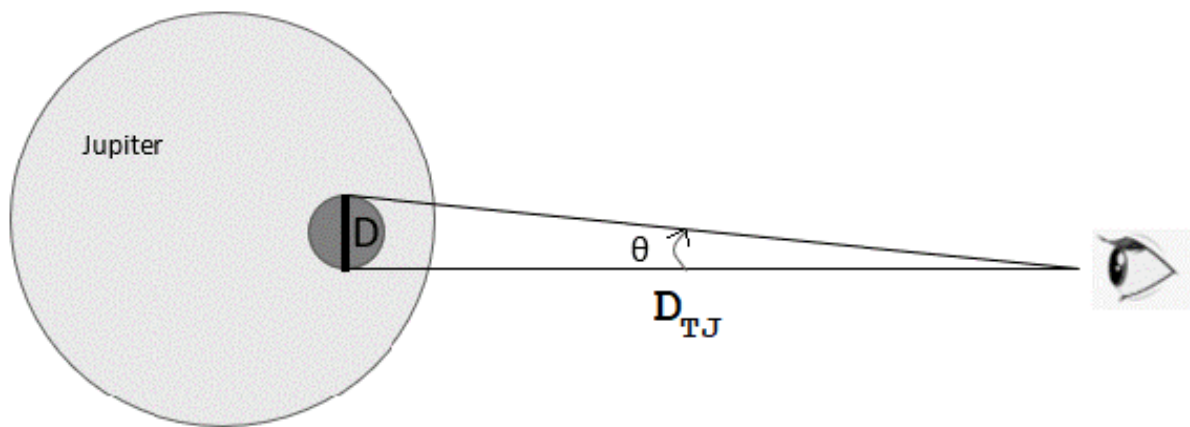


FIGURE 13 – Schéma représentant l'angle θ sous lequel on voit la grande tache rouge, devenue quasiment circulaire avec un diamètre $D = 1,5 \times 10^4$ km

8. Calculer le diamètre apparent θ de la grande tache rouge vue à l'œil nu.
9. Calculer la valeur du diamètre apparent θ' de la grande tache rouge vue à travers la lunette avec le plus petit grossissement de la lunette.
10. Rappeler ce que représente concrètement la limite de résolution angulaire α_{min} de l'œil humain et donner sa valeur en radian. Déterminer si Laurène pourra voir la grande tache rouge avec cette lunette au plus petit grossissement.
11. Citer un phénomène optique (ondulatoire) susceptible de dégrader la visibilité de la grande tache rouge, et déterminer s'il le fait ou non dans la situation envisagée.

4 Résolution de problèmes :

RP 1 : photographie de l'Atomium

L'Atomium est un monument situé près de Bruxelles, en Belgique, construit à l'occasion de l'Exposition universelle de 1958 et représentant la maille conventionnelle du cristal de fer (structure cubique centrée) agrandie 165 milliards de fois. Il mesure 102 mètres de haut.



Déterminer à quelle distance de l'Atomium la photographie ci-dessus a été prise.

Données :

Distance focale de l'objectif de l'appareil photographique, modélisé par une lentille convergente : $f' = 4,0$ cm ;

Dimensions du capteur CCD de l'appareil photographique : 24 mm × 36 mm.

RP 2 : un miroir personnalisé

Vous souhaitez acquérir un miroir plan et l'accrocher dans votre chambre.

Déterminer la hauteur maximale h_{max} et la taille minimale d_{min} du miroir pour pouvoir vous y voir en entier, du bas des pieds au haut de la tête.