TD13 : Dynamique du point matériel

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

▹ *Énoncer la définition du barycentre. Utiliser son associativité. Exploiter les symétries pour prévoir la position du barycentre d'un système homogène* : TLB1.

▹ *Décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens* : TLB2, ex5.

▹ *Établir un bilan des forces et en rendre compte sur un schéma* : TLB3,4,5,6,7, ex1,2,3,4,5.

▹ *Déterminer les équations du mouvement d'un point matériel* : TLB4,5,6,7, ex1,2,3,4,5.

▹ *Mettre en équation le mouvement sans frottement d'un point matériel et le caractériser comme un mouvement à vecteur accélération constant* : TLB4,5, ex1,2.

▹ *Exploiter, sans la résoudre analytiquement, une équation différentielle : analyse en ordres de grandeur, détermination de la vitesse limite, utilisation des résultats obtenus par simulation numérique* : TLB5, ex2.

▹ *Établir l'équation du mouvement du pendule simple. Justifier l'analogie avec l'oscillateur harmonique dans le cadre de l'approximation linéaire* : TLB6.

▹ *Établir et exploiter la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire* : TLB7, ex3,4.

1 Questions de cours

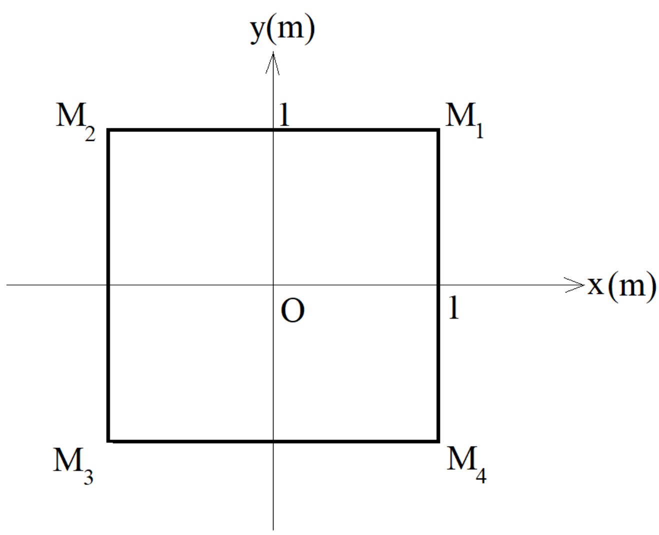
QC1 : Modèle du point matériel.
QC2 : Centre de masse d'un système.
QC3 : Méthode de résolution d'un problème de dynamique.
QC4 : Lois de force.
QC5 : Lois de Newton.
QC6 : Lois de Kepler.

2 Tester les bases

TLB1 : position d'un barycentre

1. Énoncer la définition du barycentre (centre de masse) d'un système de points matériels.

2. On place quatre boules supposées ponctuelles M_1, M_2, M_3 et M_4 de masses respectives m_1, m_2, m_3 et m_4 aux sommets d'une planche horizontale carrée dont l'arête vaut 2 mètres, centrée sur l'origine d'un repère cartésien (Oxy).



Déterminer la position du barycentre dans les cas suivants :
- $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 10$ g ;
- $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = 100$ g ;
- $m_1 = 200$ g ; $m_2 = m_3 = m_4 = 100$ g ;
- $m_2 = 200$ g ; $m_1 = m_3 = m_4 = 100$ g.

3. Déterminer ou justifier qualitativement la position du centre de masse des systèmes suivants :

a. une boule de billard ;

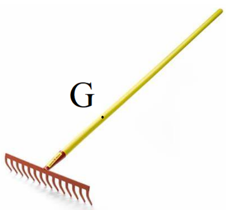
b. le rateau dont la photographie est donnée ci-dessous ;

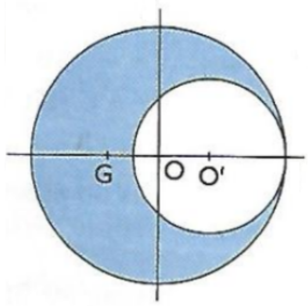
c. les deux masses sur les plateaux de la balance ci-dessous ;

d. le skieur muni de son matériel, dont la chronophotographie est donnée ci-dessous ;

e. le gadget en forme d'aigle ci-dessous ;

f. le croissant ci-dessous, obtenu en découpant un cercle dans un matériau homogène.





TLB2 : mouvement relatif de deux référentiels galiléens

1. Énoncer la première loi de Newton.

2. Rappeler la définition d'un mouvement rectiligne et uniforme.

3. Quelle propriété possède le vecteur vitesse $\vec{v}$ d'un point matériel M dans un référentiel où il est en mouvement rectiligne et uniforme ? Comment cela se traduit-il sur la dérivée de cette vitesse par rapport à la variable temps ?

4. Si un système possède une vitesse $\vec{v}$ par rapport à un référentiel $\mathscr{R}$, lui-même en mouvement de translation à la vitesse $\vec{V}$ par rapport à un référentiel $\mathscr{R}$', exprimer la vitesse $\vec{v}'$ de ce système par rapport au référentiel $\mathscr{R}$' en fonction de $\vec{v}$ et $\vec{V}$.

5. En déduire une condition sur $\vec{V}$ pour que $\mathscr{R}$' soit galiléen si $\mathscr{R}$ est galiléen.

6. En conclusion, décrire le mouvement relatif de deux référentiels galiléens.

TLB3 : une descente tout schuss

Un skieur de masse $m = 60$ kg descend en ligne droite, à vitesse constante, une piste enneigée faisant un angle $\alpha = 10°$ avec l'horizontale.

L'intensité de la pesanteur vaut $g = 10 \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$.

1. Faire l'inventaire des principales forces qui s'exercent sur le skieur et les représenter qualitativement sur un schéma.

2. Établir la relation vectorielle que vérifient ces forces, dans un référentiel que vous préciserez.

3. Expliquer pourquoi la force de frottement peut être considérée constante au cours du mouvement, puis déterminer sa valeur.

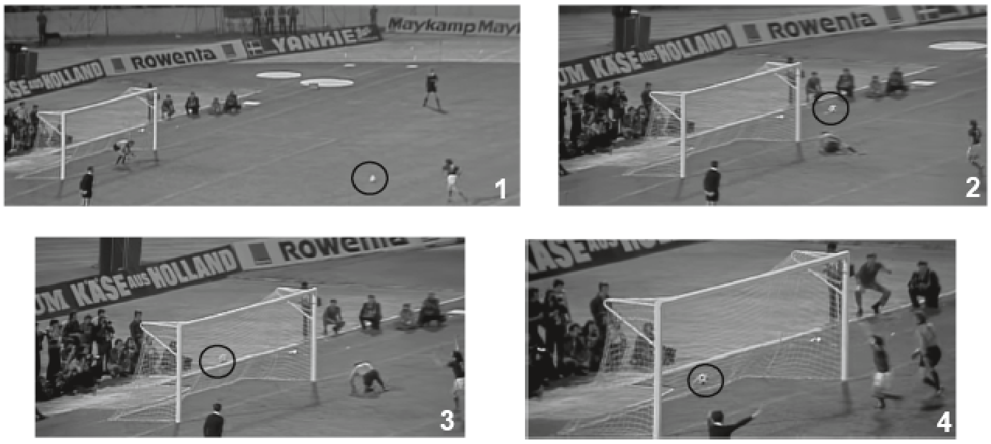
TLB4 : la panenka

En 1976, lors de la finale de l'Euro, le match est serré et doit se décider aux tirs aux buts. Antonín Panenka, joueur tchécoslovaque, doit effectuer un tir décisif. Il prend une longue course d'élan et frappe... mollement et en plein milieu du but. Le gardien allemand Sepp Maier, qui a plongé sur sa gauche, regarde impuissant ce ballon qui retombe doucement dans ses filets. Panenka vient de donner à la fois le titre à son équipe et naissance à une véritable oeuvre d'art : « la panenka ».

En 2015 Panenka raconte comment lui est venue cette idée : « Une nuit où je ne dormais pas, je me suis dit que les gardiens choisissaient généralement de partir sur un côté. Mais si on frappait très fort au centre, ils pouvaient quand même arrêter la balle en tendant le pied. En revanche, si le contact avec le ballon était plus léger, il serait impossible au gardien de faire demi-tour pour repousser le ballon. »

Cette technique demeure longtemps confidentielle car le championnat tchécoslovaque reste secret, cloîtré derrière le « rideau de fer ». La spéciale de Panenka est donc totalement inconnue des Occidentaux, d'où la surprise totale en finale de l'Euro 76 !

D'après Jérôme BERGOT, La dure épreuve du penalty : Antonin Panenka, un geste caché derrière le rideau, Ouest France 2021



Captures d'écran du tir de Panenka

On cherche à étudier la trajectoire du ballon lors du tir au but à partir de la vidéo de la finale de 1976. Malheureusement, le zoom progressif de la vidéo ne permet pas de faire des mesures de vitesse très précises. En revanche, on peut faire des chronométrages à l'aide d'un logiciel de pointage. On étudie le mouvement à partir de l'instant, choisi comme origine des temps, où le ballon ne touche plus ni le sol ni le pied de Panenka.

Les informations extraites de la vidéo sont les suivantes :

▹ le ballon traverse la ligne de but à $t_b = 0,96$ s ;

▹ le ballon semble traverser la ligne de but en plein milieu de la cage à la fois dans le sens de la hauteur et de la largeur.

Données :

▹ intensité du champ de pesanteur terrestre : $g = 9,81$ m· s^{-2} ;

▹ distance jusqu'à la ligne de but lors d'un tir au but : $D = 11$ m ;

▹ dimensions de la cage de but : $L = 7,32$ m en largeur et $h = 2,44$ m en hauteur ;

▹ vitesse initiale moyenne d'un tir au but lors d'un penalty « classique » : 120 km·h^{-1} ;

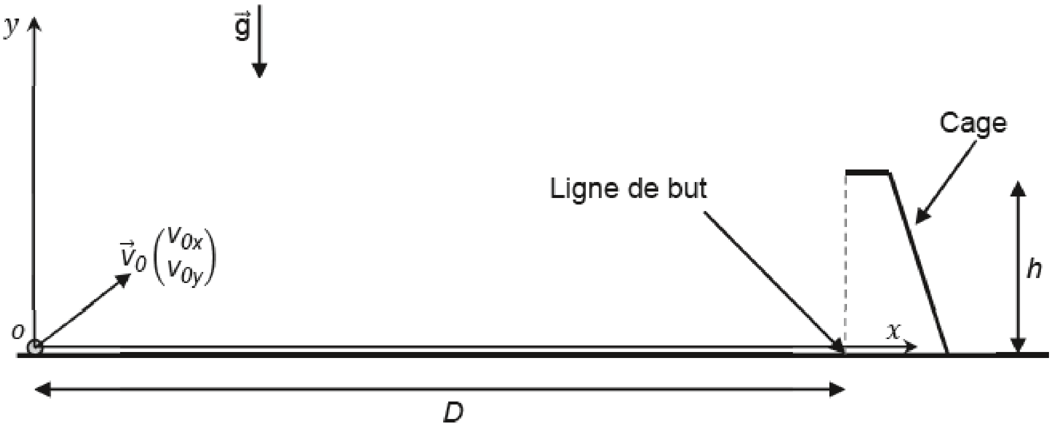


FIGURE 1 – Schéma de la situation

Le ballon est choisi comme système d'étude. Le référentiel terrestre est supposé galiléen.

1. Représenter sur un schéma le ballon et la ou les force(s) qui s'exerce(nt) sur lui entre l'instant de la frappe et celui de l'impact avec le sol (on néglige l'influence de l'air).
2. Déterminer l'expression des coordonnées du vecteur accélération dans le repère proposé sur la figure ci-dessous.
3. Montrer que les équations horaires du mouvement sont les suivantes :

$$\begin{aligned} x(t) &= v_{0x} t \\ y(t) &= -\frac{1}{2} g t^2 + v_{0y} t. \end{aligned}$$

4. Reproduire la figure et y tracer l'allure de la trajectoire du ballon.
5. Déterminer les valeurs de v_{0x} et de v_{0y}.
6. Vérifier que Panenka frappe « mollement » dans le ballon.

TLB5 : chute d'une sonde sur la planète Mars (CCINP 2023)

Une sonde chute dans l'atmosphère de la planète Mars. Un parachute ouvert ralentit sa chute, ce qui occasionne une force de type frottement fluide $\vec{f} = -h\vec{v}$, où h est le coefficient de frottement fluide et $\vec{v}$ est le vecteur vitesse.

1. Soit l'axe (Oz), vertical et orienté vers le bas, dont l'origine O se situe au point d'ouverture du parachute. Faites un schéma sur lequel figurent la sonde spatiale matérialisée par son centre de gravité G à une altitude quelconque après ouverture du parachute, l'axe (Oz) et les deux forces s'exerçant sur la sonde.
2. La descente de la sonde peut-elle être qualifiée de chute libre ? Justifier.
3. À partir de la seconde loi de Newton, établir l'équation différentielle vérifiée par la projection de la vitesse v de la sonde sur l'axe vertical et la mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \mathrm{A}v = \mathrm{B}$, où A et B représentent deux constantes dont on précisera les expressions.
4. Sans résoudre l'équation, déduire de la question précédente l'expression de la vitesse limite théorique pouvant être atteinte par la sonde avec cette hypothèse, au bout d'un temps infiniment long.

TLB6 : pendule simple non amorti

Un pendule simple est constitué d'un système, modélisé par un point matériel M de masse m, suspendu à l'extrémité d'un fil inextensible de masse négligeable et de longueur l. L'autre extrémité est fixée en un point O, choisi comme origine d'un repère cartésien associé au référentiel $(\mathscr{R})$ terrestre, considéré galiléen. L'axe $(\mathrm{O}x)$ est selon la verticale descendante.

L'angle formé par la verticale descendante et le fil est une fonction de la variable temps $\theta(t)$. À l'instant initial, le système est lâché sans vitesse initiale dans le plan Oxy (défini alors par le fil et la verticale), depuis la position $\theta(t=0)=\theta_0$, avec $\theta_0 = 15°$. On considère que le système est soumis uniquement à la force de tension du fil et à l'attraction terrestre dans le champ de pesanteur uniforme $\vec{g} = g\vec{u}_x$, avec $g = 9,8$ m·s^{-2}.

1. Écrire la deuxième loi de Newton dans la base cartésienne. Commenter.
2. Écrire la deuxième loi de Newton dans la base polaire. Commenter.
3. Déterminer l'équation différentielle vérifiée par θ, et expliquer ce qui rend a priori sa résolution analytique (autrement dit, à la main) complexe.
4. Simplifier cette équation différentielle dans le cadre de l'approximation des petits angles, et expliquer pourquoi on peut la qualifier d'approximation linéaire. Commenter.
5. Déterminer la période T_0 des oscillations de faible amplitude. Faire l'application numérique pour $l = 1,00$ m. Commenter.

TLB7 : localisation d'un flotteur par satellite (d'après CCS 2025)

Un flotteur à la surface de l'océan est suivi et localisé par nano-satellite.

Le nano-satellite $m_s = 25$ kg est placé sur une orbite terrestre circulaire à une altitude $h_s = 650$ km. On se place dans le référentiel géocentrique supposé galiléen et on suppose que la Terre est sphérique, homogène et sans rotation perceptible sur les durées mises en jeu ici.

1. Exprimer la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un nano-satellite.
2. En déduire l'expression de la vitesse v_s du satellite dans le référentiel géocentrique. Calculer v_s.
3. Vérifier que dans le référentiel géocentrique, la vitesse du satellite est nettement supérieure à celle du flotteur.

Données :

▹ Rayon de la Terre : $R_T = 6371$ km ;
▹ Masse de la Terre : $M_T = 5,97 \times 10^{24}$ kg ;
▹ Constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^3·kg^{-1}·s^{-2} ;
▹ Période de rotation sidérale de la Terre $T_T = 86164$ s.

3 Exercices

Exercice 1 : protection des crapauds

Dans le sud de la Seine-et-Marne, la plaine de Sorques est une zone naturelle protégée qui abrite de nombreux amphibiens (crapauds, grenouilles, tritons). Les crapauds Bufo bufo ont pour habitat la forêt de Fontainebleau la majeure partie de l'année. Une fois par an, au printemps, ces amphibiens migrent vers les plans d'eau pour se reproduire.

FIGURE 2 – Gauche : barrière de protection le long d'une route ; droite : crapaud

Pour éviter qu'ils ne se fassent écraser en passant sur la route qui traverse cette zone de migration, un dispositif a été installé : des barrières en bois, suffisamment hautes pour empêcher le saut sur la route, sont placées de chaque côté, obligeant les amphibiens à emprunter des passages souterrains appelés « crapauducs ».

Dans cet exercice, on se propose d'étudier le mouvement lors d'un saut d'un crapaud Bufo bufo afin de déterminer la hauteur minimale des barrières de protection.

Le système considéré est un crapaud dont on étudie le mouvement du centre de masse, noté G. Le champ de pesanteur terrestre local $\vec{g}$ est considéré uniforme et les frottements liés à l'action de l'air sont supposés négligeables face au poids.

Données :

▹ intensité de la pesanteur terrestre : $g = 9,81$ m·s^{-2} ;

▹ taille moyenne d'un crapaud Bufo bufo : 10 cm.

Le mouvement du centre de masse G du crapaud est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen et muni du système d'axes (Ox) et (Oz), respectivement horizontal muni du vecteur unitaire $\vec{i}$ et vertical muni du vecteur unitaire $\vec{j}$.

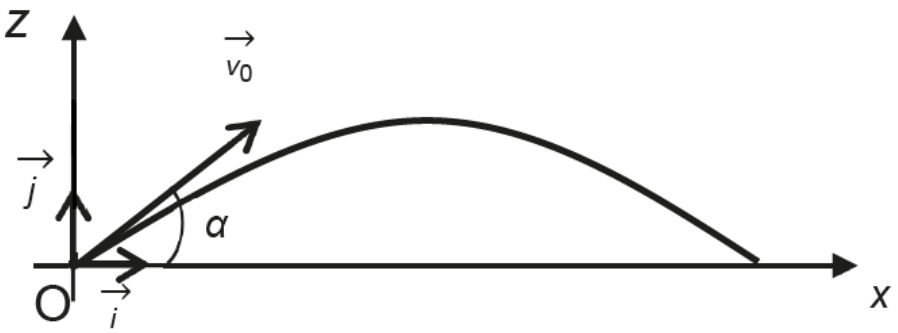


FIGURE 3 – Modélisation du saut du crapaud

À la date $t = 0$, le centre de masse G est placé à l'origine du repère O et son vecteur vitesse initiale, noté $\vec{v}_0$, a une direction faisant un angle α avec l'axe horizontal (Ox). On note v_0 la norme de $\vec{v}_0$.

1. En appliquant la deuxième loi de Newton, établir les expressions littérales des composantes a_x et a_z du vecteur accélération $\vec{a}_G$ du centre de masse du crapaud suivant les axes (Ox) et (Oz).

2. Établir les expressions littérales des composantes $v_x(t)$ et $v_z(t)$ du vecteur vitesse $\vec{v}_G$ du centre de masse du crapaud suivant les axes (Ox) et (Oz).

3. Montrer que les expressions littérales des équations horaires x(t) et z(t) de la position du centre de masse G du crapaud au cours de son mouvement s'écrivent :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)\, t$$

et

$$z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 \sin(\alpha)\, t.$$

4. Établir l'expression de la durée du saut du crapaud, notée t_{saut}, en fonction de v_0, g et α.

5. En utilisant l'expression de x(t) et l'expression de t_{saut} obtenue à la réponse à la question 4, montrer que la vitesse v_0 permettant au crapaud d'effectuer un saut de longueur d est donnée par la relation :

$$v_0 = \sqrt{\frac{gd}{\sin(2\alpha)}}.$$

6. Les crapauds les plus puissants peuvent faire des sauts d'une longueur égale à 20 fois leur taille. Calculer la valeur de v_0 qu'ils atteignent pour un angle $\alpha = 45°$.

La hauteur maximale z_{max} d'un saut est obtenue lorsque ce saut est vertical. La vitesse initiale est toujours notée v_0.

7. Établir que la hauteur maximale d'un saut a pour expression littérale :

$$z_{max} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

8. En déduire la valeur de la hauteur de barrière minimale, notée $H_{champion}$, qui permet d'arrêter les crapauds les plus puissants, capables de sauter verticalement avec une vitesse initiale v_0 de valeur calculée à la question 6.

9. Les barrières mesurent en réalité 50 à 60 cm de hauteur. Expliquer pourquoi on choisit d'installer des barrières d'une hauteur inférieure à $H_{champion}$.

Exercice 2 : la grêle

FIGURE 4 – Gauche : cumulonumbus ; droite : gros grêlons

La grêle se forme dans les cumulonimbus, entre 1000 m et 10 000 m d'altitude. Un grêlon sphérique de diamètre $d = 3{,}0$ cm et de masse $m = 13$ g tombe d'une altitude $h = 1500$ m (lorsqu'il n'est plus maintenu au sein du nuage) depuis le point O, choisi comme origine d'un axe vertical (Oz) descendant. Sa vitesse peut atteindre 160 km·h^{-1} au niveau du sol.

1. En supposant que le grêlon tombe en chute libre, c'est-à-dire uniquement soumis à son propre poids, calculer la valeur de sa vitesse v_h lorsqu'il atteint le sol. Commenter.

En réalité, le grêlon est soumis à deux autres forces : une force de frottement fluide $\vec{f}$ quadratique, c'est-à-dire de norme proportionnelle au carré de la vitesse (donc telle que sa norme est de la forme $||\vec{f}|| = \lambda v^2$), et la poussée d'Archimède $\vec{\Pi}$. La masse volumique de l'air vaut $\mu_{air} = 1{,}2$ kg·m^{-3}.

2. Rappeler ce que représente concrètement la poussée d'Archimède et donner son expression en fonction des données du problème. Justifier qu'elle est négligeable par rapport au poids du grêlon.

3. Par analyse dimensionnelle, déterminer l'unité de λ.

4. Établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v du grêlon. L'écrire sous la forme

$$\frac{dv}{dt} = \mathrm{A} - \mathrm{B}v^2$$

et préciser les expressions des coefficients A et B.

L'équation différentielle précédente peut se résoudre par la méthode d'Euler. Cette méthode numérique itérative permet de calculer, pas à pas et de façon approchée, les valeurs de la vitesse v du grêlon à différents instants t, pour ainsi construire la courbe représentative de $v = f(t)$.

La relation utilisée est la suivante :

$$v(t_{n+1}) = v(t_n) + \Delta v(t_n) = v(t_n) + a(t_n) \times \Delta t$$

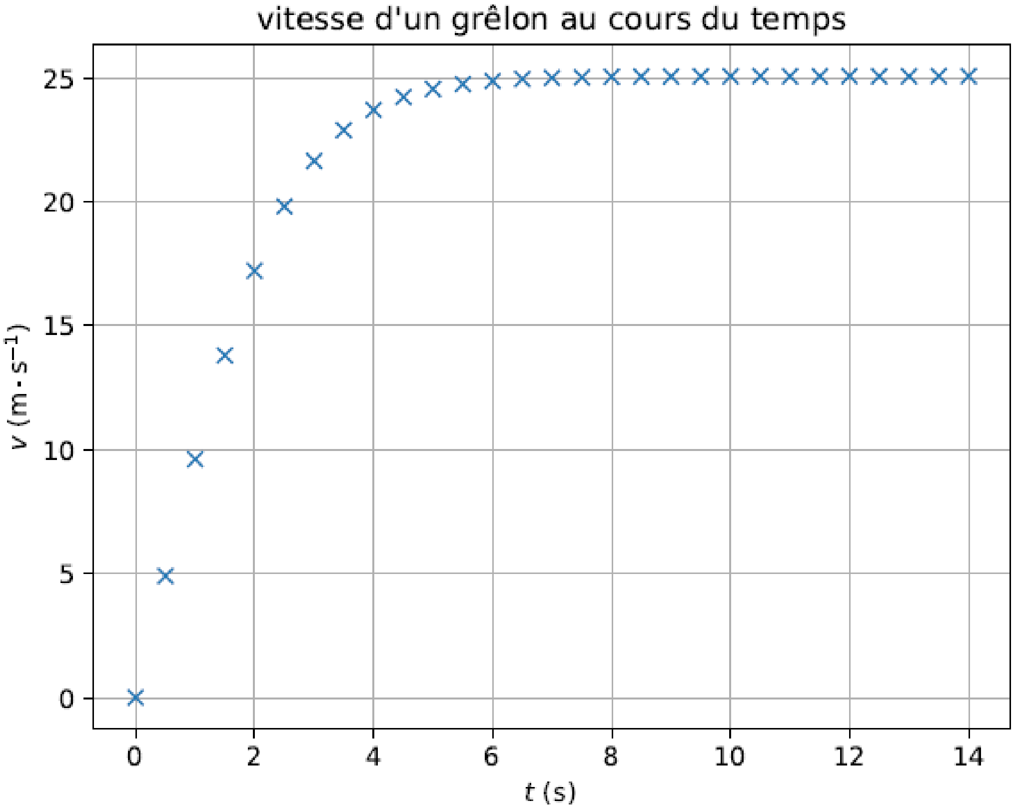
avec $\Delta t = t_{n+1} - t_n$.

Voici un extrait d'une feuille de calcul des valeurs de la vitesse v du grêlon et de son accélération $a = \frac{dv}{dt}$ à différents instants, où $\mathrm{A} = 9,81$ m·s^{-2}, $\mathrm{B} = 1,56 \times 10^{-2}$ m^{-1} et $\Delta t = 0,50$ s :

t (s)	$v\ (\mathrm{m \cdot s^{-1}})$	$a\ (\mathrm{m \cdot s^{-2}})$
0,00	0,00	9,81
0,50	4,90	9,44
1,00	9,62	8,37
1,50	13,8	a_3
2,00	v_4	5,18

5. Expliquer ce que représente Δt dans l'algorithme.
6. Calculer a_3 et v_4.

Il vient la courbe d'évolution associée à la vitesse v :



7. Le graphique montre que la vitesse du grêlon tend vers une vitesse limite v_{lim}. Retrouver théoriquement sa valeur en exprimant v_{lim} en fonction des constantes A et B.

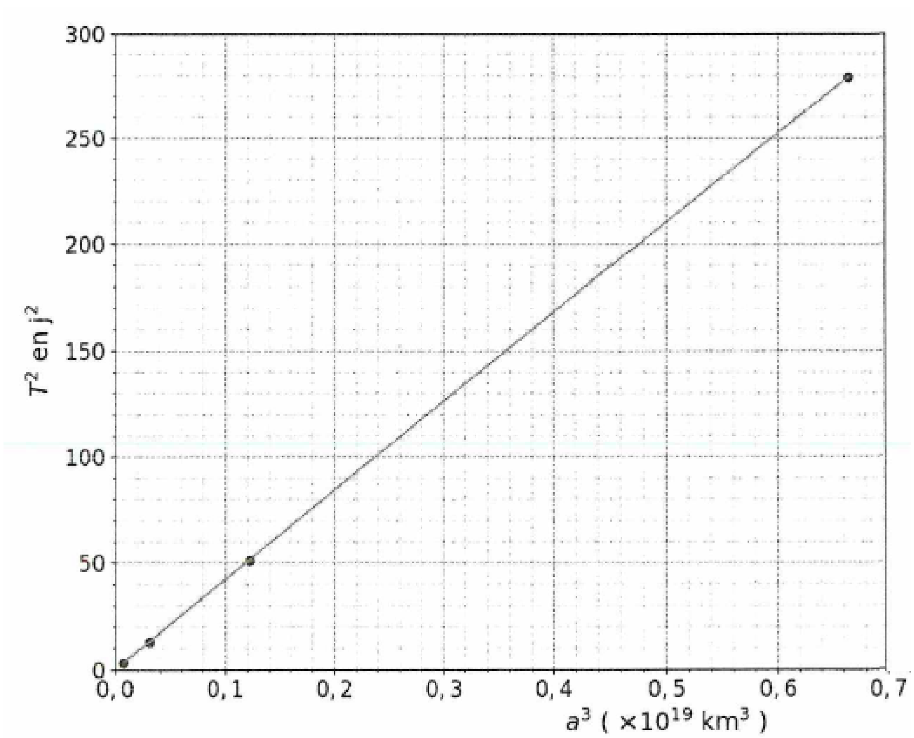
Exercice 3 : mesure de la masse de Jupiter et du Soleil

En 1610, Galilée a été le premier à observer les quatre principaux satellites de la planète Jupiter (Io, Europe, Ganymède et Callisto) en utilisant une lunette astronomique qu'il avait lui-même fabriquée.

À la suite de Galilée, les observations de ces quatre satellites ont permis de réaliser les mesures regroupées dans le tableau ci-dessous :

Satellite	Période de révolution *T* en jours (j)	Demi-grand axe *a* de la trajectoire elliptique ($\times 10^5$ km)
Io	1,75	4,22
Europe	3,55	6,71
Ganymède	7,16	10,7
Callisto	16,7	18,8

À l'aide d'un tableur, on a positionné les mesures dans un graphique donnant les variations de T^2 en fonction de celles de a^3 pour les quatre satellites de Jupiter. Le tableur permet de superposer à ces points de mesure une modélisation par une droite.



Exploitation des résultats expérimentaux :

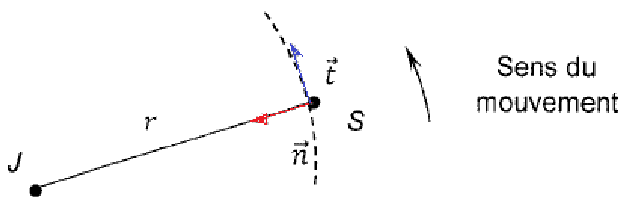
1. À partir des résultats expérimentaux, préciser la relation qui existe entre T^2 et a^3 pour les quatre satellites de Jupiter. Donner le nom de la loi correspondante (établie en 1618).

Modélisation du mouvement d'un satellite de Jupiter

On se place dans le cadre théorique de la mécanique de Newton (publiée en 1687) pour retrouver la relation évoquée dans la question 1 et déterminer la masse M_J de Jupiter.

On étudie le mouvement du satellite dans le référentiel joviocentrique (centré sur Jupiter), supposé galiléen. On fait l'approximation que le mouvement du centre S du satellite est circulaire, centré sur le centre J de Jupiter, et on considère que la seule force qui s'applique sur le satellite est la force de gravitation $\vec{F}_{J/S}$ exercée par Jupiter sur le satellite.

On désigne par r la distance entre les centres des deux astres, par M_J la masse de Jupiter et par m la masse du satellite.



2. Sur un schéma, reprendre les éléments donnés sur la figure ci-dessus et représenter sans souci d'échelle :

- Le vecteur vitesse $\vec{v}_S$ du satellite ;
- La force de gravitation $\vec{F}_{J/S}$ exercée par Jupiter sur le satellite.

3. Donner l'expression de la force de gravitation $\vec{F}_{J/S}$ exercée par Jupiter sur le satellite en fonction de M_J, m, G, r et $\vec{n}$.

4. Appliquer la deuxième loi de Newton et en déduire l'expression de la vitesse v_S du satellite en fonction de G, M_J et r.

5. En déduire que, dans le cadre de l'approximation du mouvement circulaire, le quotient $\frac{T^2}{a^3}$ est égal à $\frac{4\pi^2}{GM_J}$.

6. À l'aide des résultats expérimentaux, calculer la masse M_J de Jupiter. Commenter un éventuel écart à la valeur tabulée : $1,8986 \times 10^{27}$kg.

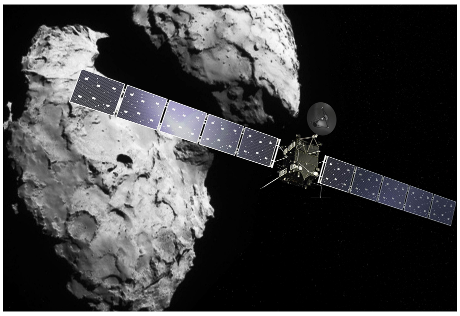
Donnée : Constante de gravitation universelle $G = 6,67 \times 10^{-11}$m^3·kg^{-1}·s^{-2}.

La relation établie à la question 5 pour le système composé de Jupiter et de ses satellites est universelle et est applicable à d'autres systèmes constitués de satellites en orbite autour d'un astre central.

7. Déterminer la masse du Soleil.

Donnée : la distance entre la Terre et le Soleil est de 150 millions de kilomètres.

Exercice 4 : la mission Rosetta



En 2004, la sonde européenne Rosetta a quitté la Terre pour un voyage long de 10 ans. Sa destination était la comète 67P Churyumov-Gerasimenko, dont elle s'est approchée en 2014. Une fois à proximité de cette dernière, Rosetta a été mise en orbite autour de la comète et a débuté ses observations.

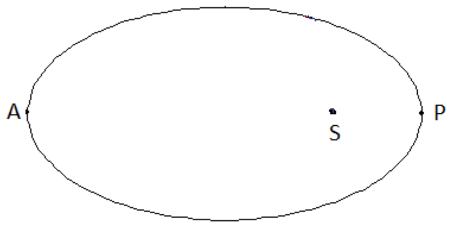
Données :

- constante gravitationnelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}$N·m^2·kg^{-2} ;
- masse de la comète 67P : $M_C = 1,0 \times 10^{13}$kg ;
- masse de Rosetta : $M = 3,0 \times 10^3$kg ;
- distance moyenne Terre-Soleil : une unité astronomique : 1u.a.= $1,50 \times 10^8$km ;
- dans cet exercice, la comète 67P est modélisée par une boule de rayon $R = 2,0$ km ;
- caractéristiques de la trajectoire de la comète autour du Soleil : distance au plus près du Soleil (périhélie P) : $1,24$ u.a. ; distance au plus loin du Soleil (aphélie A) : $5,68$ u.a.

1. La comète 67P Churyumov-Gerasimenko

La comète 67P Churyumov-Gerasimenko a été découverte en septembre 1969. La valeur de la vitesse de la comète varie entre 5 et 35 km·s^{-1} environ dans le référentiel héliocentrique. Sa trajectoire est représentée ci-dessous (S désigne le Soleil).

1. D'après la première loi de Kepler, quelle est la nature de la trajectoire de la comète dans le référentiel héliocentrique ?



2. Expliquer, en utilisant une des lois de Kepler, pourquoi la vitesse de la comète n'est pas constante sur sa trajectoire. Vous compléterez le schéma fourni pour illustrer cette loi.

3. Énoncer la troisième loi de Kepler.

4. Déterminer la valeur de la période de révolution T de la comète autour du Soleil.

2. Satellisation de Rosetta

Au cours des mois d'août et septembre 2014, la sonde Rosetta est arrivée à proximité de la comète et a été mise en orbite autour de celle-ci sur un trajectoire que l'on considère circulaire, à une altitude $h = 20$ km.

5. Faire un schéma de Rosetta en orbite autour de la comète et y représenter le vecteur modélisant la force gravitationnelle exercée par la comète sur Rosetta.

6. Donner l'expression vectorielle de cette force gravitationnelle.

7. Montrer que dans l'approximation d'un mouvement circulaire, la norme de la vitesse de Rosetta est constante et s'écrit : $v = \sqrt{\frac{GM_C}{R+h}}$. Calculer sa valeur.

8. Combien de temps Rosetta met-elle pour faire un tour de la comète ?

Exercice 5 : un camion qui accélère

Un camion roule en ligne droite sur une route plate.

Pendant toute la durée de l'étude, son accélération est constante dans un référentiel terrestre, supposé galiléen. La norme de l'accélération vaut $||\vec{a}|| = 0,5$ m·s^{-2}.

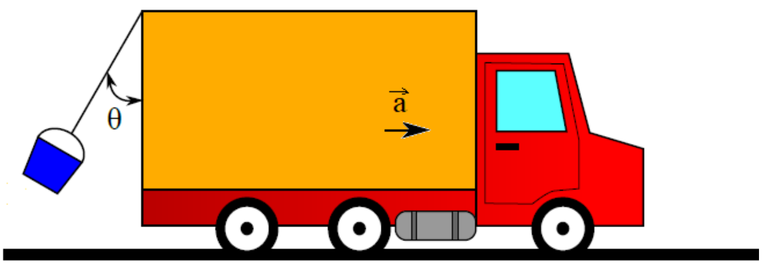
Une corde est accrochée à l'arrière du toit du camion. À son autre extrémité est accroché un seau de masse $m = 1,0$ kg.

Le seau est secoué violemment lorsque le camion se met à accélérer, puis atteint un régime stationnaire au cours duquel il reste à distance fixe du camion. La corde est alors tendue et forme un angle θ, fixe, avec la verticale descendante.

On supposera que le camion protège le seau du vent, on ne tiendra donc pas compte d'une éventuelle force de frottement fluide.

On rappelle que l'accélération de la pesanteur a pour norme $g = ||\vec{g}|| = 9,8$ m·s^{-2}.

Pour paramétrer le mouvement, on considère un axe des abscisses (Ox) parallèle à la route, orienté vers la droite, et un axe des ordonnées (Oy) perpendiculaire à cette dernière, orienté vers le haut.



Le système étudié est le seau, modélisé par un point matériel.

1. Caractériser le mouvement du système dans le référentiel terrestre.

2. Faire le bilan des principales forces s'exerçant sur le système et donner leur expression ou, à défaut, leurs principales caractéristiques. Les représenter sur un schéma sans souci d'échelle.

3. Appliquer la relation fondamentale de la dynamique au système pour obtenir une équation vectorielle. La projeter sur les axes (Ox) et (Oy) pour obtenir deux équations scalaires.

4. Exprimer $\tan(\theta)$ en fonction de a et g, puis θ en fonction de a et g.

5. Quelle serait la valeur de l'angle θ si le camion avait un mouvement rectiligne et uniforme ? Commenter.

6. Quelle serait la valeur approximative de l'angle θ si le camion avait une accélération très grande devant celle de la pesanteur ? Commenter.

7. Exprimer puis calculer la valeur de la tension T de la corde.

8. Énoncer le principe d'inertie. L'appliquer pour montrer que le référentiel dans lequel le seau est immobile n'est pas galiléen.

9. On peut définir une force d'inertie d'entraînement $\vec{F}_{ie}$, qui est une force fictive à ajouter aux forces réelles pour que le principe d'inertie soit valide dans le référentiel où le seau est immobile. Établir l'expression de cette force.

4 Résolution de problème

Etretat est une ville normande connue pour ses falaises. On laisse tomber un gros galet depuis le sommet de l'une d'elles. On entend le choc du caillou avec le pied de la falaise environ cinq secondes après l'avoir lâché sans vitesse initiale.

Estimer la hauteur de la falaise.

FIGURE 5 – Gauche : vue de la falaise ; droite : photographie du galet

Données :

▷ intensité de l'accélération de la pesanteur : $g = 10$ m·s^{-2} ;

▷ célérité du son dans l'air : $c_{son} = 340$ m·s^{-1} ;

▷ masse volumique du galet : $\rho = 3,2$ g·cm^{-3} ;

▷ la formule de Stokes s'applique pour un système en forme de boule de rayon R, si la force de frottement fluide est linéaire en la vitesse : $\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}$;

▷ viscosité dynamique de l'air : $\eta = 1,8 \times 10^{-5}$ kg·m^{-1}·s^{-1}.