

## PHYSIQUE-CHIMIE. DEVOIR SURVEILLÉ 7 (D)

Samedi 31/01/2026. Durée : 2h

### CONSIGNES

- ▷ **La calculatrice est autorisée.** Les autres outils électroniques (téléphone, tablette...) et documents papier sont strictement interdits. Un brouillon est autorisé.
- ▷ Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- ▷ Ne pas utiliser de correcteur.
- ▷ Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
- ▷ Numéroté les pages de votre composition.

Le sujet se compose de trois parties complètement indépendantes.

### Partie I - Un lancer de poids

Raven Saunders s'est qualifiée pour la finale du lancer de poids des Jeux Olympiques 2024 grâce à un lancer qui fait l'objet de cet exercice.

Le « poids » est une boule métallique lisse de masse  $m$ . Le lanceur se trouve dans une aire de lancement délimitée par un cercle métallique et par un butoir B. La portée du jet D est mesurée du butoir B au point de chute M comme indiqué sur la figure 1.

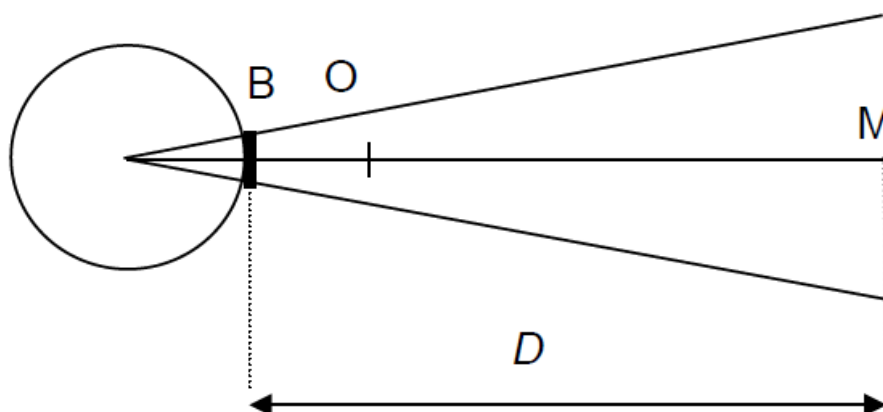


FIGURE 1 – Schéma du secteur de lancer, vue de dessus, sans aucun souci d'échelle

À l'issue d'une phase d'élan, la boule métallique est abandonnée en A, à la hauteur  $OA = h$  au-dessus du sol horizontal, à la distance BO du butoir B, comme représenté sur la figure 2.

Le bras qui lance fait alors un angle  $\alpha$  avec l'horizontale ; cet angle  $\alpha$  est considéré comme étant celui de la direction du vecteur vitesse initial  $\vec{v}_0$  par rapport à l'horizontale.

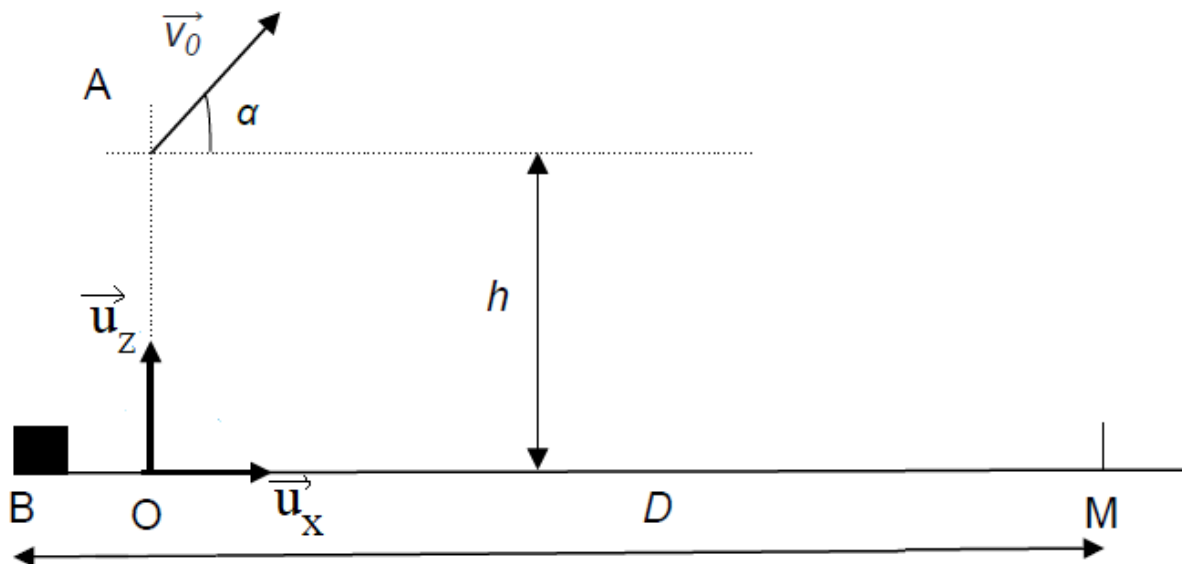


FIGURE 2 – Schéma de la situation de lancer, vue de profil, sans aucun souci d'échelle.

Données :

- ▷ masse de la boule métallique :  $m = 4,00 \text{ kg}$  ;
- ▷ portée du jet :  $D = 18,62 \text{ m}$  ;
- ▷ hauteur :  $OA = h = 1,80 \text{ m}$  ;
- ▷ distance :  $BO = 0,30 \text{ m}$  ;
- ▷ valeur de la vitesse initiale :  $v_0 = 12,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  ;
- ▷ angle entre l'horizontale et le bras de la lanceuse :  $\alpha = 45^\circ$  ;
- ▷ intensité de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  ;
- ▷ la valeur de la force de frottements  $\vec{f}$  exercée par l'air est donnée par l'expression :  $f = \frac{1}{2}\rho C_x S v^2$ , avec  $S$  l'aire de la section équatoriale de la sphère :  $S = 7,62 \times 10^{-3} \text{ m}^2$  ;  $\rho$  la masse volumique de l'air :  $\rho = 1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  ;  $C_x$  un coefficient caractéristique de la forme de l'objet :  $C_x = 0,51$  ;  $v$  la valeur de la vitesse.
- ▷ valeur de vitesse maximale :  $v_{\max} = 14 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**Q1.** Montrer que la force de frottement est négligeable par rapport au poids de la boule métallique pendant toute la durée de la chute.

On négligera l'action de l'air dans la suite du problème.

**Q2.** Montrer que les équations horaires du mouvement de la boule métallique dès l'instant où cette dernière est abandonnée en A sont :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha) t$$

et

$$z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha) t + h.$$

**Q3.** Dans le repère  $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_z)$ , montrer que l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du centre de masse de la sphère métallique est :

$$z(x) = -\frac{g(1 + \tan^2(\alpha))}{2v_0^2} x^2 + \tan(\alpha)x + h.$$

**Q4.** Recopier le schéma de la figure 2 sur votre copie et y représenter l'allure de la trajectoire du centre de masse de la boule métallique.

**Q5.** Montrer que l'abscisse  $x_M$  du point de chute M vaut  $x_M = 18,32$  m.

**Q6.** Déterminer l'expression de la vitesse  $v_M$  au point de chute M ; calculer sa valeur.

## Partie II - Un viscosimètre à chute de bille

Certains équipements mécaniques, comme les moteurs, nécessitent l'utilisation d'huiles dont la valeur de la viscosité est contrôlée pour pouvoir fonctionner correctement.

Le but de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement d'un viscosimètre à chute de bille permettant de mesurer, à température ambiante, la viscosité d'une huile appelée « huile C ».

La mesure de la viscosité de l'huile C repose sur l'exploitation de la chute verticale d'une bille en acier dans un récipient cylindrique, rempli de cette huile, représenté sur la figure 3. Le mouvement du centre de masse de la bille est étudié dans le référentiel terrestre supposé galiléen, muni d'un repère d'origine O, d'axe vertical (Oz) orienté vers le bas et de vecteur unitaire  $\vec{u}_z$ . La situation est schématisée sur la figure 3.

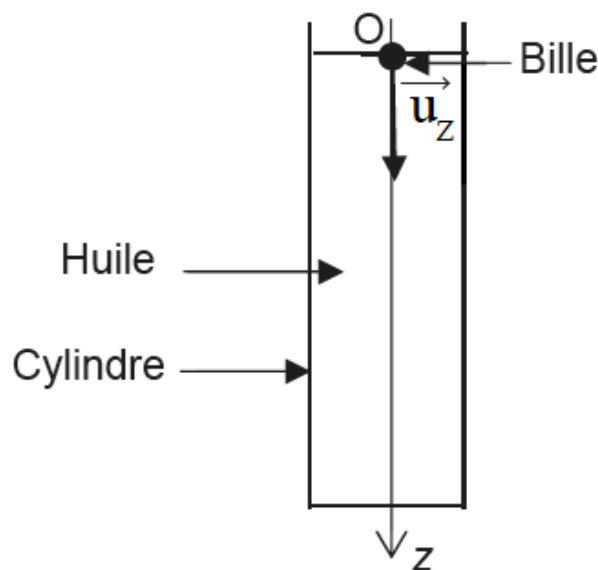


FIGURE 3 – Schéma du dispositif expérimental de mesure

### Données :

- ▷ masse volumique de l'huile C :  $\rho_h = 8,31 \times 10^2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  ;
- ▷ masse volumique de la bille :  $\rho_b = 1,06 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  ;
- ▷ rayon de la bille :  $r = 0,993 \text{ mm}$  ;
- ▷ intensité de la pesanteur terrestre :  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  ;
- ▷ pour discuter de l'accord du résultat d'une mesure avec une valeur de référence, on peut utiliser le quotient  $z = \frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$ , avec  $x$  la valeur mesurée,  $x_{\text{ref}}$  la valeur de référence et  $u(x)$  l'incertitude-type associée à la valeur mesurée  $x$ .

Lors de sa chute verticale dans l'huile C, la bille de masse  $m$  est soumise à trois forces :

- ▷ son poids :  $\vec{P}$  ;
- ▷ la poussée d'Archimède, exercée par l'huile :  $\vec{\Pi}_A = -\rho_h V_b g \vec{u}_z$ , où  $V_b$  désigne le volume de la bille ;
- ▷ la force de frottement exercée par l'huile sur la bille :  $\vec{f} = -\alpha \eta_C v \vec{u}_z$  avec  $\alpha$  une constante homogène à une distance, dépendant des paramètres géométriques du système,  $\eta_C$  la viscosité de l'huile C et  $v$  la valeur de la vitesse du centre de masse de la bille. On donne  $\alpha = 1,92 \times 10^{-2} \text{ m}$ .

**Q7.** Par analyse dimensionnelle, montrer que la viscosité  $\eta_C$  s'exprime en  $\text{N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$ .

À la date  $t = 0$ , la bille est lâchée avec une vitesse initiale nulle depuis le point O, situé dans l'huile, en haut du récipient cylindrique. Au bout de quelques instants, le mouvement de la bille devient rectiligne uniforme, la bille atteint alors une vitesse limite notée  $v_{\text{lim}}$ .

**Q8.** Représenter sur un schéma, sans calcul et en justifiant, l'ensemble des forces appliquées au système {bille}, lorsque la vitesse limite est atteinte.

**Q9.** Montrer que la vitesse limite vérifie l'équation :

$$\alpha \eta_C v_{\text{lim}} = \frac{4\pi r^3 g (\rho_b - \rho_h)}{3}.$$

**Q10.** La valeur limite de la vitesse de la bille vaut  $v_{\text{lim}} = 5,37 \text{ mm}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calculer la valeur de la viscosité  $\eta_C$  de l'huile C.

L'huile C a une viscosité de référence qui vaut  $\eta_{\text{réf}} = 0,093 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$  et l'incertitude-type sur la valeur de la viscosité  $\eta_C$  obtenue vaut  $u(\eta_C) = 0,003 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}$ .

**Q11.** Déterminer si la valeur de la viscosité  $\eta_C$  obtenue expérimentalement est en accord avec la valeur de référence.

**Q12.** Montrer que l'évolution de la coordonnée  $v$  du vecteur vitesse  $\vec{v}$  de chute de la bille au cours du temps obéit à l'équation différentielle sous forme canonique suivante :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = \frac{v_{\text{lim}}}{\tau},$$

où vous préciserez les expressions de  $\tau$  et  $v_{\text{lim}}$  en fonction des données du problème.

**Q13.** Résoudre cette équation différentielle en tenant compte de la condition initiale et représenter graphiquement  $v = f(t)$ . Représenter sur ce graphique la tangente à l'origine, l'asymptote aux temps longs et la constante de temps  $\tau$ .

**Q14.** Calculer la valeur de  $\tau$  en utilisant la valeur de la viscosité de référence de l'huile étudiée. Justifier que l'on peut considérer que la vitesse de la bille est pratiquement égale à sa valeur limite durant tout le mouvement, sachant que le tube du viscosimètre a une hauteur d'environ 15 cm.

### Partie III - Le Blue Fire

Le Blue Fire est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009.

Cette montagne russe fait partie de la famille des montagnes russes lancées (launched coaster) : en effet, l'accélération principale du train a lieu dans la zone de départ, à l'aide d'une longue zone accélératrice rectiligne.

Une fois accéléré, le train aborde la première figure, représentée sur la figure 4 :



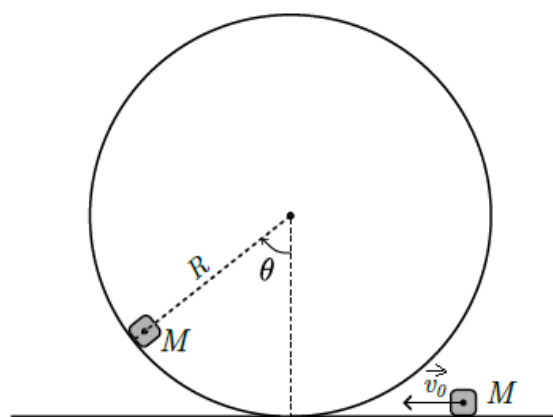
FIGURE 4 – La première figure : le « fer à cheval »

**Q15.** En vous appuyant sur les informations à votre disposition dans les données en fin d'énoncé, justifier clairement que le train peut a priori franchir cette première figure. On explicitera les hypothèses adoptées et les lois utilisées.

Juste après cette première figure, le train aborde un looping. On cherche à estimer à l'aide d'un modèle le temps mis par le train pour effectuer le looping. Pour cela, on va réduire l'étude du mouvement du train à celui de son centre de gravité, et on modélisera sa trajectoire par une trajectoire circulaire de rayon  $R$ . Cela revient donc à étudier le mouvement d'un point matériel  $M$  confondu avec  $G$ . On suppose dans ce modèle que l'action des rails sur  $M$  est normale aux rails pendant tout le mouvement, et on négligera tous les frottements. Au moment d'aborder le looping, le train possède la vitesse  $v_0 = 27 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  orientée comme sur la figure 5. On prendra  $\theta(t=0) = 0$ .



looping réel



modélisation

FIGURE 5 – Paramétrage du mouvement pour le looping

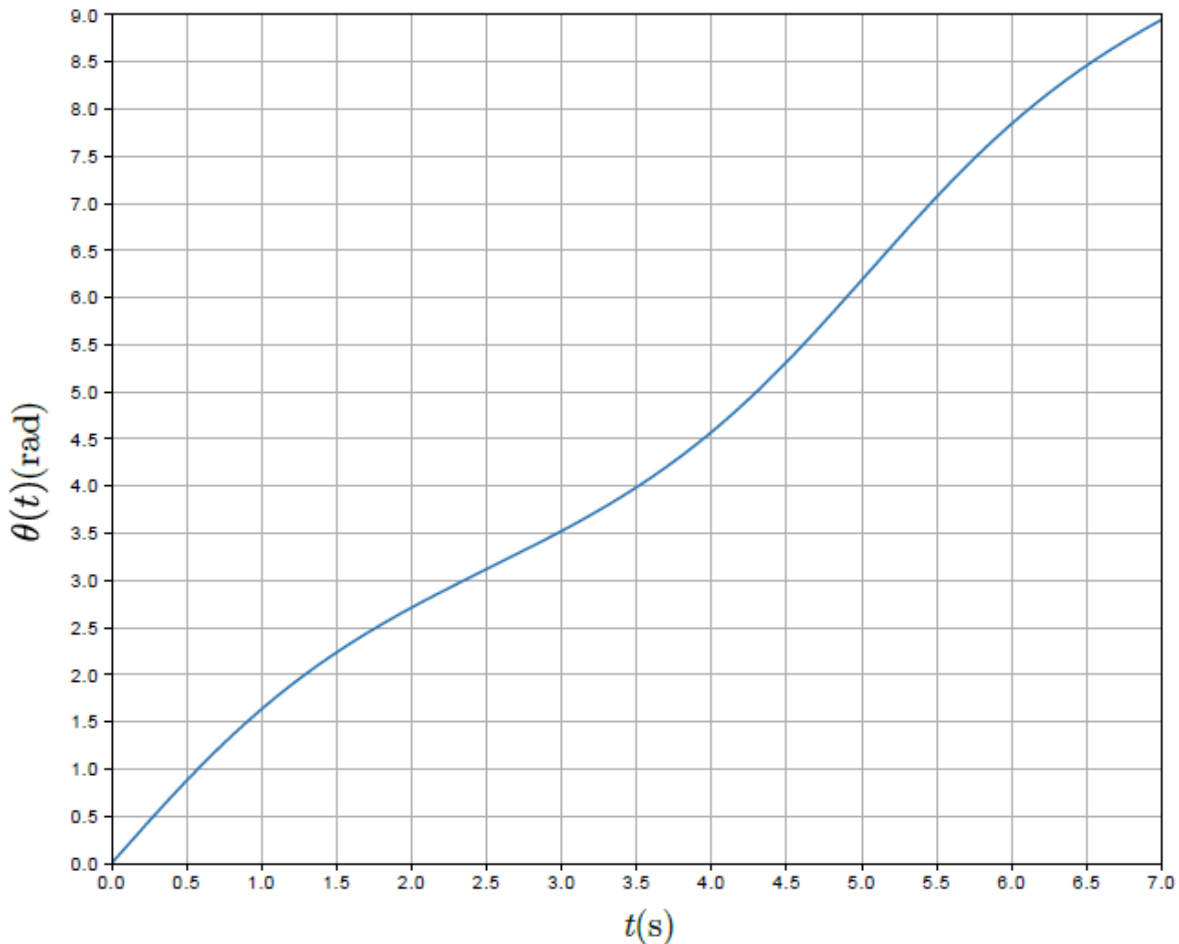
**Q16.** Reproduire le schéma simplifié du looping sur votre copie, et y représenter en  $M$  la base polaire  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ . Établir l'expression du vecteur accélération de  $M$  dans la base polaire  $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ . On l'exprimera en fonction de  $v = \|\vec{v}\|$ ,  $\dot{v}$  et  $R$ .

**Q17.** Sur le schéma de la question précédente, représenter qualitativement le vecteur accélération de M pour  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $\theta = \pi$  et  $\theta = \frac{3\pi}{2}$ . On justifiera la construction.

**Q18.** Établir l'équation différentielle liant  $\ddot{\theta}$  à  $g$ ,  $R$  et  $\theta$  au cours du looping. Peut-on déterminer  $\theta(t)$  de manière analytique (c'est-à-dire « à la main ») facilement à partir de cette équation ? Pourquoi ?

Pour estimer le temps nécessaire à la réalisation complète du looping, on propose de résoudre cette équation différentielle par un programme python.

En exécutant ce programme, on obtient le graphe suivant pour  $\theta(t)$  :



**Q19.** En déduire la valeur numérique du temps nécessaire pour effectuer le looping.

Données :

- ▷ Accélération de la pesanteur :  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .
- ▷ Accélération moyenne du train pendant la phase d'accélération :  $a = 1,15 \text{ g}$  ;
- ▷ Durée de la phase d'accélération :  $t_a = 2,5 \text{ s}$  ;
- ▷ Hauteur maximale de la première figure (« fer à cheval ») par rapport à la zone de lancement :  $h = 37 \text{ m}$  ;
- ▷ Rayon du looping :  $R = 15 \text{ m}$  ;
- ▷ Masse totale d'un train et de ses passagers :  $m = 10 \text{ tonnes}$ .

**FIN**