

## PHYSIQUE-CHIMIE. DEVOIR SURVEILLÉ 8 (N)

Jeudi 19/02/2026. Durée : 2h

### CONSIGNES

- ▷ **La calculatrice est interdite.** Les autres outils électroniques (téléphone, tablette...) et documents papier sont strictement interdits. Un brouillon est autorisé.
- ▷ Utiliser uniquement un stylo noir ou bleu foncé non effaçable pour la rédaction de votre composition ; d'autres couleurs, excepté le vert, peuvent être utilisées, mais exclusivement pour les schémas et la mise en évidence des résultats.
- ▷ Ne pas utiliser de correcteur.
- ▷ Écrire le mot FIN à la fin de votre composition.
- ▷ Numéroté les pages de votre composition.

Le sujet se compose de trois parties complètement indépendantes.

### Partie I - Étude d'un circuit RLC

On considère un circuit RLC série. Le condensateur est initialement déchargé et le circuit est alimenté par une source de tension continue notée  $E$ . On considérera les valeurs suivantes :  $R = 2,0 \text{ k}\Omega$ ,  $C = 10 \text{ nF}$  et  $L = 40 \text{ mH}$ .

À l'instant  $t = 0$ , on ferme l'interrupteur.

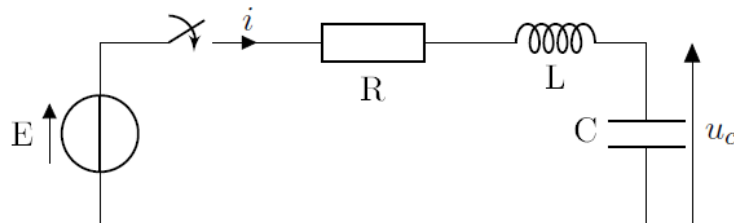


FIGURE 1 – Circuit RLC

**Q1.** Déterminer la tension aux bornes du condensateur  $u_c(0^+)$  et l'intensité dans le circuit  $i(0^+)$  juste après la fermeture de l'interrupteur.

**Q2.** Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur  $u_c(t)$ .

**Q3.** En écrivant cette équation sous la forme canonique :

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_c}{dt} + \omega_0^2 u_c = \omega_0^2 E,$$

en déduire l'expression de la pulsation propre  $\omega_0$  et du facteur de qualité  $Q$ .

**Q4.** Déterminer la valeur de la fréquence propre  $f_0$ .

**Q5.** Déterminer la valeur du facteur de qualité  $Q$ , puis le régime d'oscillation.

On remplace la source de tension continue par une source de tension sinusoïdale

$$e(t) = E \cos(\omega t),$$

où  $\omega$  désigne la pulsation.

**Q6.** Rappeler la définition de l'impédance complexe  $\underline{Z}$  d'un dipôle.

**Q7.** Donner sans justification l'impédance complexe  $\underline{Z}_R$  d'une résistance  $R$ ,  $\underline{Z}_C$  d'un condensateur de capacité  $C$  et  $\underline{Z}_L$  d'une bobine d'inductance  $L$ .

**Q8.** Déterminer l'expression de l'impédance  $\underline{Z}_e$  équivalente à l'association en série des trois dipôles  $R$ ,  $L$  et  $C$ .

**Q9.** Sachant que l'intensité dans le circuit s'écrit  $i(t) = I \cos(\omega t + \phi)$  où  $\phi$  désigne la phase à l'origine, donner l'écriture complexe de la tension aux bornes du générateur  $\underline{e}(t)$  et de l'intensité dans le circuit  $\underline{i}(t)$ .

**Q10.** Déterminer, grâce aux questions précédentes, l'expression de l'amplitude de l'intensité  $I$  en fonction de  $E$ ,  $R$ ,  $L$ ,  $C$  et de  $\omega$ .

**Q11.** En déduire l'expression de la fréquence d'oscillation pour laquelle l'amplitude  $I$  de l'intensité sera maximale. Donner alors l'expression de cette intensité maximale  $I_{max}$  en fonction de  $E$  et de  $R$ .

## Partie II - Une balançoire

Un enfant faisant de la balançoire (figure 2) est modélisé par une masse ponctuelle  $m$  située en  $M$  et suspendue en  $O$  par une tige rigide, de masse négligeable et de longueur  $l$ . Le champ de pesanteur  $\vec{g}$ , de norme  $g$ , est supposé uniforme.

L'angle que fait la tige de suspension avec la verticale est noté  $\theta$  (figure 3). Les vecteurs unitaires  $\vec{u}_r$ ,  $\vec{u}_\theta$  et  $\vec{u}_z = \vec{u}_r \wedge \vec{u}_\theta$ , tels que définis sur la figure 3, définissent un trièdre orthonormé direct lié à la balançoire.

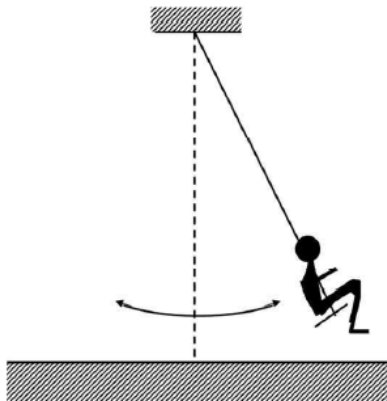


Figure 2 : enfant assis sur sa balançoire

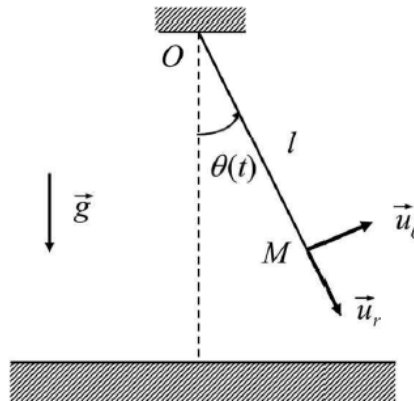


Figure 3 : schématisation de la balançoire et repère mobile associé

On néglige tout frottement de la tige sur son axe de rotation et tout frottement fluide dû à la résistance de l'air.

**Q12.** Etablir l'équation différentielle du mouvement vérifiée par  $\theta(t)$  en utilisant une méthode au choix parmi les suivantes :

- a. en appliquant la deuxième loi de Newton ;
  - b. en appliquant le théorème de la puissance cinétique ;
  - c. en appliquant le théorème de la puissance mécanique ;
  - d. en appliquant le théorème du moment cinétique scalaire.
- Mettre cette équation sous la forme

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega_0^2 \sin(\theta) = 0 \quad (1)$$

en précisant l'expression de  $\omega_0$  en fonction des paramètres du problème.

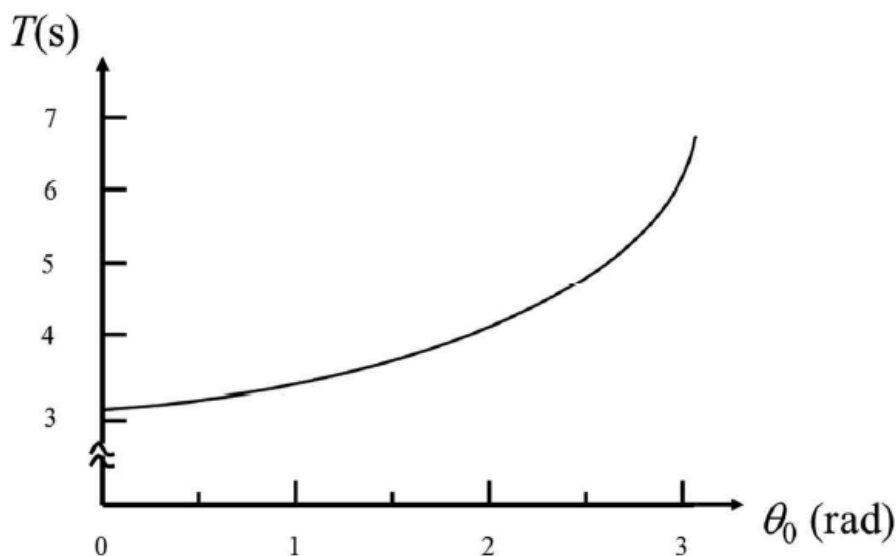
**Q13.** Expliquer ce qui rend l'équation différentielle (1) difficile à résoudre.

**Q14.** À quelle condition l'enfant assis sur la balançoire sera-t-il un oscillateur harmonique ?

Application numérique : l'enfant part d'un angle  $\theta_0 = 30^\circ$  sans vitesse initiale. Avec les valeurs numériques suivantes :  $l = 2,5 \text{ m}$ ,  $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  et  $m = 20 \text{ kg}$ , calculer la période  $T_0$  de l'oscillateur harmonique, ainsi que la vitesse maximale  $v_{max}$  de l'enfant.

**Q15.** Toujours dans le cadre de l'oscillateur harmonique, déterminer l'expression littérale de  $\theta(t)$  en tenant compte des conditions initiales.

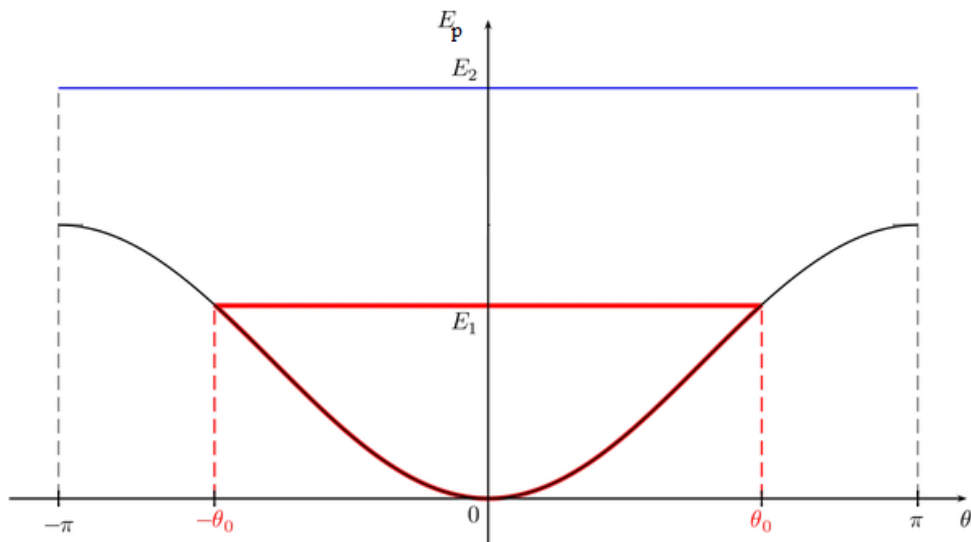
Une intégration numérique de l'équation différentielle (1) permet de dessiner la courbe représentative de la fonction  $T(\theta_0)$  ci-dessous, où  $T$  représente la période des oscillations.



**Q16.** Commenter cette courbe. Par rapport au mouvement harmonique, la courbe  $\theta(t)$  relative au mouvement réel a-t-elle une plus grande ou une plus petite période ?

**Q17.** On prend l'origine de l'énergie potentielle de pesanteur pour un angle  $\theta = 0$ . Donner l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur en fonction de  $m$ ,  $g$ ,  $l$  et  $\theta$ .

Une représentation graphique de l'énergie potentielle de pesanteur  $E_p$  en fonction de l'angle  $\theta$  est donnée ci-dessous.



**Q18.** Après avoir justifié que le mouvement est conservatif à un degré de liberté, déterminer graphiquement les positions d'équilibre et discuter de leur stabilité.

**Q19.** L'énergie mécanique peut valoir au choix  $E_1$  ou  $E_2$ . Expliquer laquelle des deux possibilités correspond à la situation étudiée dans ce problème.

### Partie III - Sécurisation de la zone d'arrivée d'un toboggan aquatique

Un enfant modélisé par un point matériel  $M$ , de masse  $m = 50 \text{ kg}$ , glisse sur un toboggan dont le schéma est donné en figure 2.

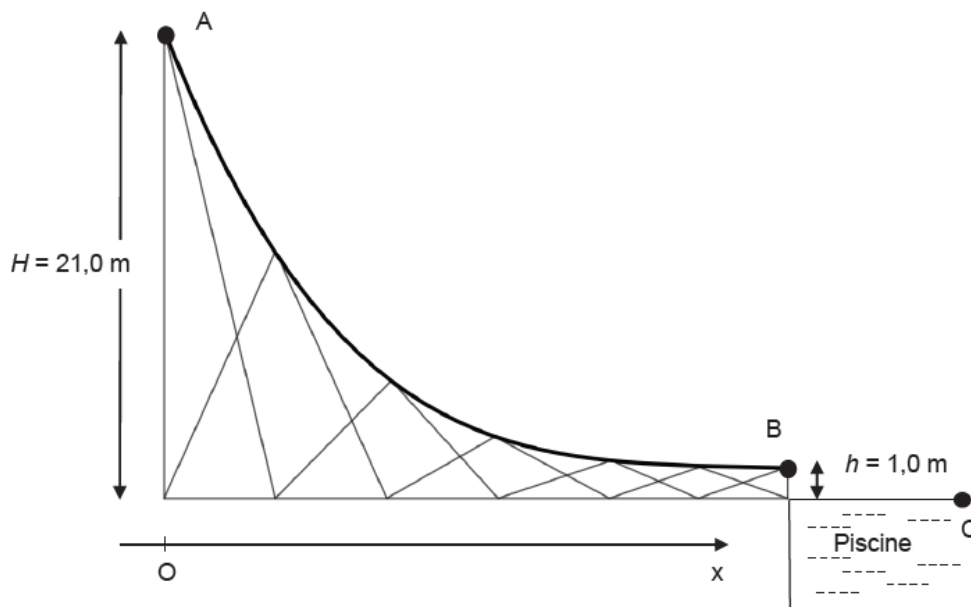


FIGURE 2 – Schéma d'implantation du toboggan par rapport à la piscine

L'enfant se laisse glisser sur le toboggan depuis le point A d'altitude  $H = 21,0 \text{ m}$  sans vitesse initiale. Il termine sa glissade au point B d'altitude  $h = 1,0 \text{ m}$  avec une vitesse horizontale qui lui permet d'atteindre un point C à la surface de l'eau de la piscine.

Une discussion s'engage lors de la conception du toboggan pour savoir dans quelle zone de la piscine il faudra interdire les baigneurs pour éviter toute collision avec l'enfant qui arrive dans la piscine. On suppose tout d'abord qu'un filet d'eau annule les frottements de l'enfant sur toute la longueur  $L = 37,5$  m de la piste du toboggan.

**Q20.** Exprimer, puis calculer, le travail  $W_{AB}(\vec{P})$  du poids de l'enfant lors de cette descente de A vers B.

**Q21.** Citer le théorème de l'énergie cinétique. L'appliquer à l'enfant qui glisse sans frottement entre les points A et B et en déduire l'expression de la vitesse  $v_{B,sf}$  atteinte au point B en fonction des données. Calculer la valeur de cette vitesse  $v_{B,sf}$ .

Du fait des frottements, la vitesse au point B, horizontale, vaut  $v_B = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

**Q22.** Faire figurer sur le schéma de l'annexe (à rendre avec la copie), sans souci d'échelle, les forces appliquées sur le point M en un endroit quelconque de la glissade.

**Q23.** Exprimer, puis calculer, le travail  $W_{AB}(\vec{F})$  de cette force de frottement  $\vec{F}$  sur le trajet de A à B (vous vous appuyerez, pour ce faire, sur le théorème de l'énergie cinétique).

**Q24.** Donner l'expression du travail élémentaire de la force de frottement  $\delta W(\vec{F})$  pour en déduire une expression du travail  $W_{AB}(\vec{F})$  sur le trajet de A à B, en supposant la force de frottement de norme  $F$  constante sur le trajet.

**Q25.** Déduire ainsi la norme  $F$  de la force de frottement.

On s'intéresse maintenant à la localisation du point de chute C dans l'eau avec une vitesse horizontale en B,  $v_B = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Le mouvement de l'enfant dans l'air est supposé sans frottements. On rappelle que la hauteur entre B et C vaut  $h = 1,0$  m.

**Q26.** En détaillant votre raisonnement, exprimer, puis calculer, la distance horizontale  $d$  depuis B parcourue par l'enfant lorsqu'il arrive au contact avec l'eau au point C.

Lorsqu'il arrive dans l'eau au point C, l'enfant, toujours assimilé à un point matériel M de masse  $m$ , subit une force de frottement fluide  $\vec{f}$  telle que  $\vec{f} = -k\vec{v}$ . On s'intéresse uniquement à la composante horizontale  $v_x(t)$  de la vitesse  $\vec{v}$  de l'enfant dans l'eau.

**Q27.** Montrer que cette composante horizontale de vitesse  $v_x(t)$  répond à l'équation différentielle :

$$\frac{dv_x}{dt} + \frac{k}{m} v_x = 0$$

avec comme condition initiale  $v_x(0) = v_B$ . En déduire l'expression d'un temps caractéristique de ralentissement  $\tau$ .

Une analyse vidéo a permis d'obtenir en figure 3 page suivante la courbe d'évolution de  $v_x(t)$  qui confirme l'existence d'une force de frottement.

**Q28.** Proposer un modèle mathématique pour cette courbe dans le cadre de l'hypothèse précédente sur l'expression de la force de frottement. En déduire alors graphiquement, en estimant la valeur du temps caractéristique  $\tau$ , celle de  $k$ , coefficient de force de frottement fluide. La construction graphique sera faite sur la reproduction de la figure 5 en annexe, à rendre avec votre copie.

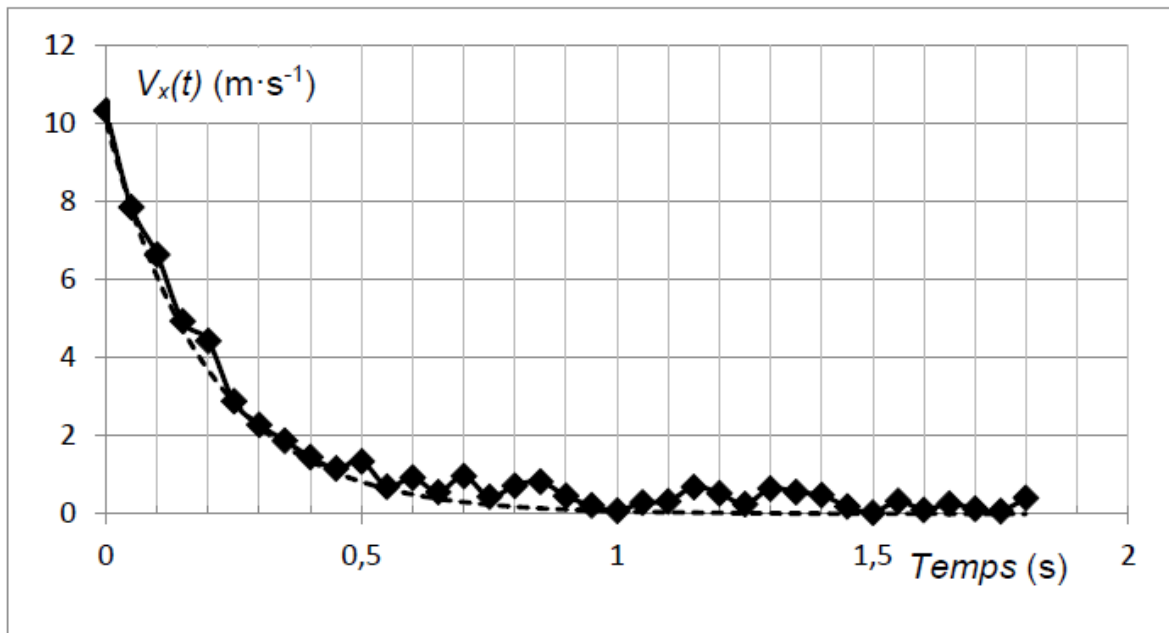


FIGURE 3 – Évolution de la composante horizontale de la vitesse en fonction du temps

**Q29.** Déterminer la distance horizontale, notée  $d'$  et mesurée à partir du point C, parcourue sous l'eau par le point M. Conclure vis-à-vis des consignes de sécurité de la piscine.

**FIN**

**Annexe à rendre avec la copie**

▷ Schéma pour la question **Q22**.

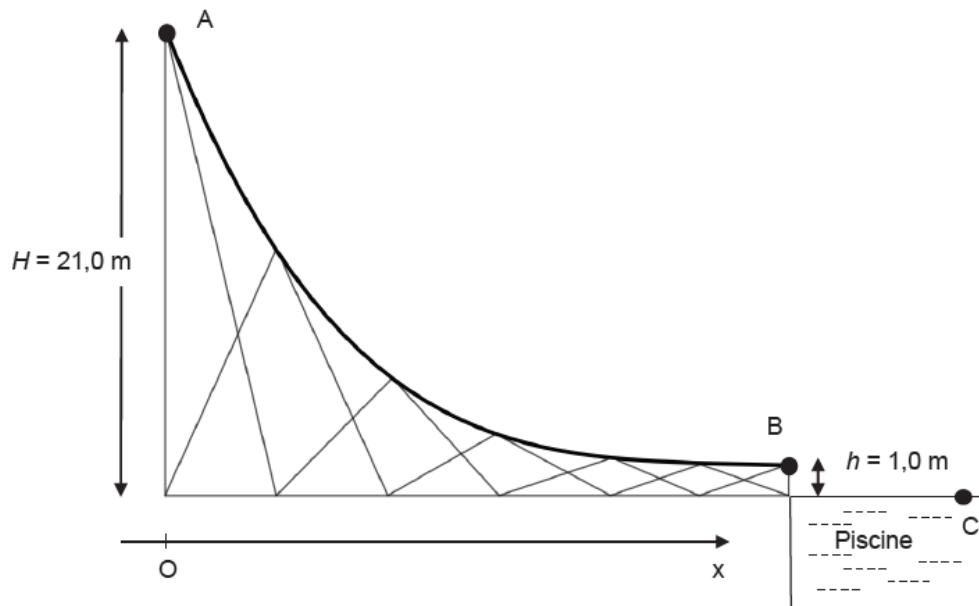


FIGURE 4 – Schéma d'implantation du toboggan par rapport à la piscine

▷ Schéma pour la question **Q28**.

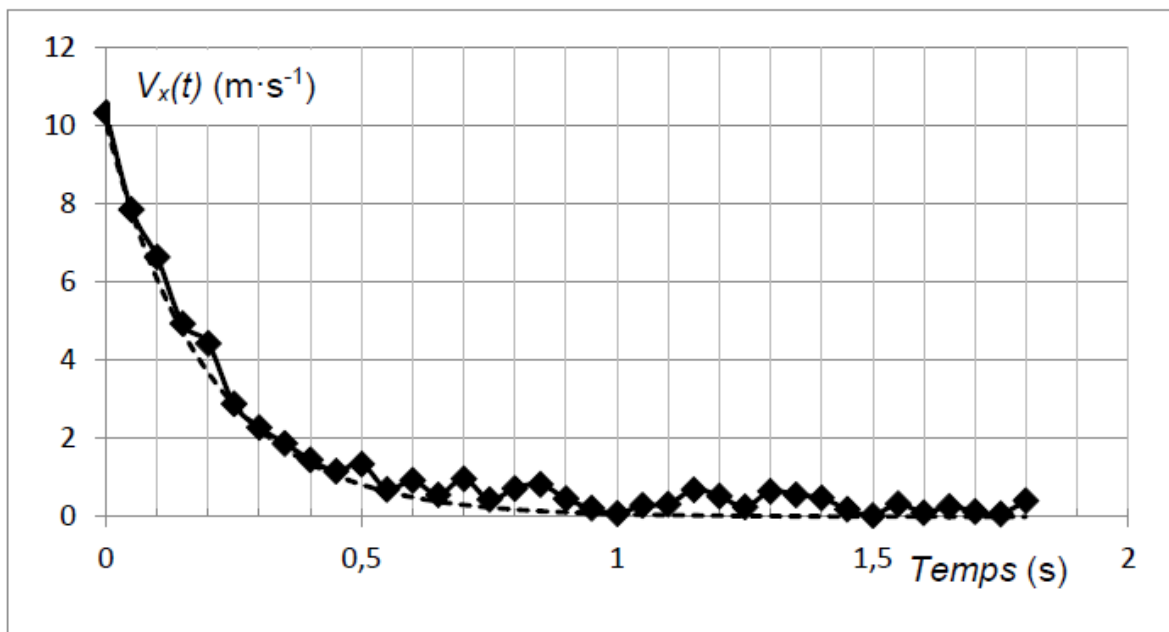


FIGURE 5 – Évolution de la composante horizontale de la vitesse en fonction du temps

