

TP22 : Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension

CAPACITÉS EXPÉRIMENTALES TRAVAILLÉES :

- ▷ Mesurer une tension à l'oscilloscope numérique.
- ▷ Préciser la perturbation induite par l'appareil de mesure sur le montage.
- ▷ Produire un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.
- ▷ Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.
- ▷ Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses.
- ▷ Réaliser l'acquisition d'un régime transitoire pour un système linéaire du deuxième ordre et analyser ses caractéristiques.

CAPACITÉS NUMÉRIQUES TRAVAILLÉES :

- ▷ Utiliser la bibliothèque matplotlib pour tracer la courbe représentative d'une fonction.

MATÉRIEL :

Boîtes à décades (résistances, capacités et inductances), multimètre, GBF, oscilloscope numérique, fils avec fiches banane, câbles coaxiaux avec adaptateurs BNC-banane

De nombreux système physiques peuvent être modélisés par un oscillateur qui satisfait une équation linéaire du deuxième ordre avec second membre constant.

Les mathématiques nous enseignent qu'en **régime libre**, on peut observer trois types de réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité :

- ▷ des oscillations autour de la valeur d'équilibre, qui s'amortissent progressivement, si le facteur de qualité est "élevé" ($Q > 1/2$) : **régime pseudo-périodique** ;
- ▷ un retour rapide, sans oscillation, à la valeur d'équilibre, si le facteur de qualité est "faible" ($Q < 1/2$) : **régime apériodique** ;
- ▷ dans le cas théorique où $Q = 1/2$, le retour à l'équilibre se fait en un temps plus court que dans toute autre situation : **régime critique**.

Un exemple typique d'oscillateur en mécanique est un amortisseur de véhicule, qui peut être simulé par l'association d'une masse et d'un ressort en présence de frottement visqueux. L'inconvénient de ce modèle est que les paramètres qui déterminent le **facteur de qualité** de l'oscillateur (masse m , coefficient de frottement visqueux λ , constante de raideur k) sont fixés : il faut modifier le système pour pouvoir changer le facteur de qualité et étudier expérimentalement l'impact des différents paramètres sur le régime libre.

En électronique, l'utilisation de boîtes à décades permet de modifier très facilement (il suffit de tourner des molettes) les paramètres qui ont une influence sur le facteur de qualité : résistance R , inductance L et capacité C , ce qui facilite grandement l'étude théorique de la réponse libre d'un système du deuxième ordre.

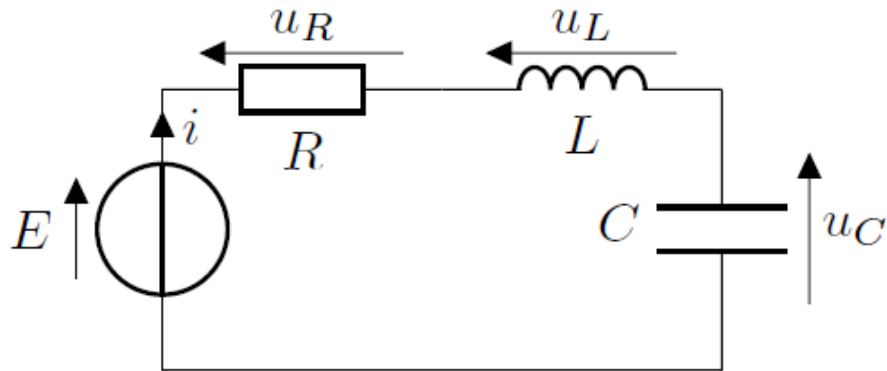
Le circuit RLC série est l'exemple paradigmatique des circuits du deuxième ordre en électronique. Grâce à l'analogie entre mécanique et électricité, il permet de simuler une grande variété de dispositifs mécaniques.

PROBLÉMATIQUE :

Peut-on étudier la réponse libre d'un circuit RLC soumis à un échelon de tension dans les trois régimes d'oscillation possibles ?

1 Approche théorique

On utilisera dans toute la suite les conventions du schéma suivant :



Q1. Établir l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur, et la mettre sous la forme canonique :

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{du_C}{dt} + \omega_0^2 u_C = \omega_0^2 E.$$

Vous préciserez les expressions de la pulsation propre ω_0 et du facteur de qualité Q en fonction de R , L et C .

Q2. Résoudre cette équation différentielle :

- a. en régime pseudo-périodique ;
- b. en régime apériodique.

On ne tiendra pas compte pour le moment de la valeur des conditions initiales.

Q3. On s'intéresse au cas où on branche soudainement le générateur de tension à l'instant $t = 0$. Déterminer les conditions initiales : $u_C(t = 0^+)$ et $\dot{u}_C(t = 0^+)$. En déduire qu'en régime pseudo-périodique, la tension aux bornes du condensateur vérifie :

$$u_C(t) = E \left[1 - \left(\cos \left(\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t \right) + \frac{1}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \sin \left(\omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}} t \right) \right) e^{-\frac{\omega_0}{2Q} t} \right].$$

2 Approche expérimentale

2.1 Préparation du montage

Le GBF ne peut pas délivrer un unique échelon, il sera donc réglé pour lui faire délivrer une tension périodique en créneaux $e(t)$ (de valeur alternant périodiquement entre 0 et E), de fréquence f .

Il faut visualiser à la fois la tension d'entrée $e(t)$ et la tension de sortie u_C .

Q4. Recopier et compléter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscilloscope, et en plaçant la masse du GBF.

Construire le circuit et appeler l'enseignant pour qu'il vérifie les branchements.

2.2 Confrontation entre résultats expérimentaux et modèle

L'objectif est à présent de confronter les résultats expérimentaux avec les résultats de la modélisation.

Protocole 1 - Allure des signaux $e(t)$ et $u_C(t)$

- Délivrer un signal créneau $e(t)$ compris entre 0V et $E = 5,0V$.
- Prendre $R = 10\Omega$, $L = 1,0 \text{ mH}$ et $C = 1,0 \text{ nF}$. Calculer la durée caractéristique de l'amortissement de la tension u_C aux bornes du condensateur, $\tau = \frac{2Q}{\omega_0}$, en déduire une fréquence f pertinente pour que les signaux soient bien visibles sur l'ensemble de l'écran et régler le générateur basse fréquence en conséquence.
- Qualitativement, visualiser l'influence des paramètres R , L et C .

Q5. Représenter l'allure des signaux obtenus pour $R = 10\Omega$ puis pour $R = 5,0 \text{ k}\Omega$. Commenter. Dans chaque cas, estimer la durée du régime transitoire.

Q6. Estimer expérimentalement la valeur critique de la résistance R entre un régime pseudo-périodique et un régime apériodique. Commenter.

Q7. Que dire des oscillations effectivement obtenues quand $R = 0$? Pourquoi ces résultats expérimentaux ne correspondent-ils pas aux résultats théoriques du circuit LC série ?

Q8. Le nombre N d'oscillations « visibles » correspond approximativement à la valeur du facteur de qualité Q . En déduire une estimation de la valeur de la résistance interne R_{GBF} du GBF. Commenter.

Q9. Recopier, compléter et exécuter le script Python. Vous écrirez les lignes de codes complétées sur votre compte rendu. Comparer les résultats expérimentaux et ceux de la simulation. Commenter.

3 Annexe - Programme Python

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

E = .....
R = .....
L = .....
C = .....

Q=1/R*np.sqrt(L/C)
omega0=1/sqrt(L*C)
tau=2*Q/omega0

t = np.linspace(0, 5*tau, 100)
uc = .....

plt.plot(t,uc,'r+')
plt.xlabel("t(s)")
plt.ylabel("uc(V)")
plt.grid()
plt.show()
```

