

TP23 : Résonance en tension dans un circuit RLC série

CAPACITÉS EXPÉRIMENTALES TRAVAILLÉES :

- ▷ Mesurer une tension à l'oscilloscope numérique.
- ▷ Mesurer une intensité à l'oscilloscope numérique aux bornes d'une résistance adaptée.
- ▷ Produire un signal électrique analogique périodique simple à l'aide d'un GBF.
- ▷ Obtenir un signal de valeur moyenne, de forme, d'amplitude et de fréquence données.
- ▷ Gérer, dans un circuit électronique, les contraintes liées à la liaison entre les masses.
- ▷ Mettre en oeuvre une méthode de mesure de fréquence ou de période.
- ▷ Mettre en oeuvre un dispositif permettant d'étudier le phénomène de résonance.

CAPACITÉ NUMÉRIQUE TRAVAILLÉE :

- ▷ Mettre en évidence le rôle du facteur de qualité pour l'étude de la résonance en tension.

MATÉRIEL :

Boîtes à décades (résistances, capacités et inductances), multimètre, GBF, oscilloscope numérique, fils avec fiches banane, câbles coaxiaux avec adaptateurs BNC-banane

La **résonance** est un phénomène très courant en physique, dont les conséquences doivent être anticipées lors de la conception d'un système électrique ou mécanique. Lorsqu'un système du deuxième ordre fonctionne en régime sinusoïdal forcé, la grandeur électrique ou mécanique d'intérêt prend des valeurs "élevées" au voisinage immédiat d'une fréquence d'excitation particulière, appelée **fréquence de résonance**.

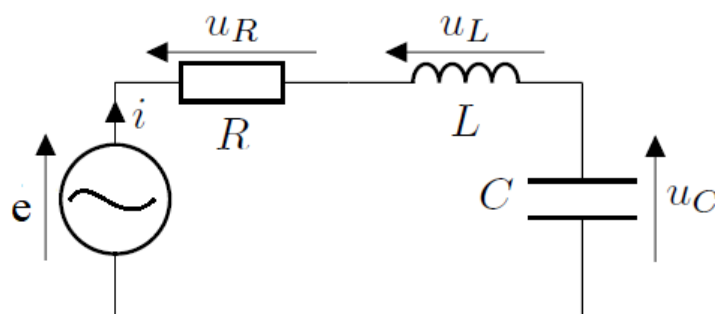
Dans le cas de la résonance en tension ou en élongation, qui sont les plus spectaculaires, la réponse a une amplitude supérieure à celle de l'excitation, d'un facteur d'autant plus élevé que le facteur de qualité est grand, ce qui dans certains cas engendre des risques (surtension ou fort déplacement, ce qui peut causer la destruction du dispositif).

PROBLÉMATIQUE :

Comment le facteur de qualité affecte-t-il la résonance en tension d'un circuit RLC série alimenté par un signal sinusoïdal ?

1 Approche théorique

Un circuit RLC série est alimenté par un générateur de force électromotrice sinusoïdale $e(t) = E_m \cos(\omega t)$, avec $E_m = 5,0\text{V}$.



1.1 Résonance en tension aux bornes du condensateur

Lorsque le régime transitoire est terminé (autrement dit, en régime sinusoïdal établi), la tension aux bornes du condensateur est de la forme $u_c(t) = U_{cm} \cos(\omega t + \phi_u)$. Le déphasage ϕ_u de la réponse $u_c(t)$ par rapport à l'excitation $e(t)$ est pris dans l'intervalle $[-\pi, \pi[$.

Q1. Établir l'expression de l'amplitude complexe $\underline{U}_{cm}$ en fonction de E_m , ω , L , C et R . Poser $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ (pulsation réduite) pour écrire $\underline{U}_{cm}$ sous la forme canonique

$$\underline{U}_{cm}(x) = \frac{E_m}{1 - x^2 + j \frac{x}{Q}}.$$

Identifier la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q .

Q2. Exprimer l'amplitude réelle $U_{cm}(x)$. Introduire alors une fonction $g(x)$ telle que

$$U_{cm}(x) = \frac{E_m}{\sqrt{g(x)}}.$$

Q3. Établir le tableau de variations de $U_{cm}(x)$ en vous appuyant sur celui de $g(x)$. Quelles sont les limites de U_{cm} quand $x \rightarrow 0$ et quand $x \rightarrow +\infty$? Commenter. Vous pourrez distinguer les cas $Q > 1/\sqrt{2}$ et $Q < 1/\sqrt{2}$.

Remarque : le calcul de l'argument de l'amplitude complexe $\underline{U}_{cm}(x)$ donnerait l'expression du déphasage :

$$\phi_u(x) = \arg(\underline{U}_{cm}(x)) = -\frac{\pi}{2} + \arctan\left(\frac{1 - x^2}{\frac{x}{Q}}\right).$$

1.2 Résonance en intensité

En régime sinusoïdal établi, l'intensité du courant qui circule dans le circuit est de la forme $i(t) = I_m \cos(\omega t + \phi_i)$. Le déphasage ϕ_i de l'intensité $i(t)$ par rapport au signal d'entrée $e(t)$ est pris dans l'intervalle $[\pi, \pi[$.

Q4. Écrire I_m sous la forme

$$I_m(x) = \frac{\frac{E_m}{R}}{1 + jQ\left(x - \frac{1}{x}\right)},$$

exprimer $I_m(x)$, établir le tableau de variations de $I_m(x)$, déterminer les limites, commenter.

2 Approche expérimentale

Dans cette partie, on étudie expérimentalement la tension $u_c(t)$, caractérisée par son amplitude U_{cm} et sa phase ϕ_u , en fonction de la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ de l'excitation $e(t)$.

Pour ce faire, on visualise simultanément sur l'écran d'un oscilloscope la tension d'entrée $e(t)$ et la tension de sortie $u_c(t)$.

Q5. Recopier et compléter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscilloscope.

2.1 Protocole 1 - Allure des signaux $e(t)$ et $u_c(t)$

- Construire le circuit schématisé à la question **Q5**. Appeler l'enseignant pour qu'il vous évalue.
- Régler le générateur de signaux basse fréquence pour qu'il délivre un signal sinusoïdal $e(t)$ d'amplitude $E_m = 5,0$ V. Prendre $R = 100\ \Omega$, $L = 100$ mH et $C = 100$ nF sur les boîtes à décades. Estimer numériquement le facteur de qualité $Q = \frac{1}{R_{\text{tot}}} \sqrt{\frac{L}{C}}$ (expression valable pour un circuit RLC série de résistance totale R_{tot}) et commenter. Calculer la pulsation propre $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ de l'oscillateur.
- En partant approximativement d'une fréquence $f = 100$ Hz, augmenter la fréquence jusqu'à approximativement 100 kHz. Visualiser l'amplitude U_{cm} et le déphasage ϕ_u de la tension u_c . Noter la fréquence f_r (fréquence de résonance) pour laquelle l'amplitude U_{cm} semble maximale.
- Qualitativement, au voisinage de la résonance, visualiser l'influence du paramètre R . Par exemple, regarder ce qui se passe en faisant augmenter R jusqu'à la valeur $R = 10$ k Ω .

Q6. Représenter l'allure des signaux $e(t)$ et $u_c(t)$ pour $f \ll f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. Commenter.

Q7. Même chose pour $f \gg f_0$.

Q8. Conclure quant à l'existence ou non d'une résonance selon la valeur de R (100 Ω ou 10 k Ω), et donc la valeur du facteur de qualité Q .

Q9. Rédiger un protocole pour recueillir les données qui permettraient de construire le graphe de U_{cm} en fonction de f . Même chose pour ϕ_u .

Q10. En quelques lignes, expliquer comment modifier ce protocole pour étudier la résonance en intensité.

3 Approche numérique

3.1 Rôle du facteur de qualité dans la résonance en tension

Le script Python à compléter est fourni en annexe et est disponible sur Cahier de Prépa.

Q11. Recopier et compléter les lignes incomplètes du script Python en utilisant les données de l'énoncé et les questions précédentes.

Q12. Commenter les différentes courbes obtenues.

Q13. Pour $\omega = \omega_0$, montrer que $\phi_u = -\frac{\pi}{2}$ et $U_{cm} = QE_m$. Décrire alors la méthode pour déterminer le facteur de qualité Q en exploitant les courbes expérimentales (ici simulées) de phase ϕ_u et d'amplitude U_{cm} . Illustrer cette méthode sur l'une des courbes obtenues précédemment avec Python.

3.2 Rôle du facteur de qualité dans la résonance en intensité

Q14. Proposer un script Python pour mettre en évidence le rôle du facteur de qualité dans la résonance en intensité. Le graphe concernant le déphasage ϕ_i n'est pas attendu.

Q15. Commenter les différentes courbes obtenues : pulsations de coupure, bande passante...

4 Annexe - Script Python à compléter

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt # pour les graphiques
from scipy.integrate import odeint # pour obtenir un module contenant
différentes méthodes d'intégration
from math import sin, cos, pi

##### Constantes et conditions expérimentales #####


---


R = ..... # résistance totale du circuit, en  $\Omega$ 
L = ..... # inductance de la bobine, en H
C = ..... # capacité du condensateur, en F
w0 = ..... # pulsation propre de l'oscillateur
T0 = ..... # période propre de l'oscillateur
Q = ..... # Facteur de qualité de l'oscillateur
Em = ..... # amplitude de la force électromotrice de la source de tension, en V
wi = ..... # borne inférieure en pulsation, en rad/s
wf = 3*w0 # borne supérieure en pulsation, en rad/s
N = 10000 # nombre de points de discrétisation pour le tracé
w = np.linspace(wi,wf,N) # liste des pulsations (N+1 pulsations) réparties
régulièrement entre wi et wf
x = w / w0 # pulsation réduite, sans dimension

##### Graphiques #####


---


plt.figure(1)
for Q in [0.5, 1.0, 2.0, 3.0, 5.0, Q]:
    g = (1-x**2)**2 + (x/Q)**2
    Ucm = Em/(np.sqrt(g)) # amplitude (réelle) de la tension aux bornes du
condensateur
    plt.plot(x, Ucm/Em, label='Q='+str(round(Q,2)), linewidth=1)
plt.legend(loc='right')
plt.title(r'Résonance (ou non) en tension aux bornes du condensateur dans un
circuit $RLC$ série') # titre du graphique
plt.xlabel(r'$x = \dfrac{\omega}{\omega_0}$')
plt.ylabel(r'$\dfrac{U_c}{E} \mathrm{m}$')
plt.show()
plt.grid() # affichage d'une grille
```