

## TD26 : Champ magnétique

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

- ▷ Exploiter une représentation graphique d'un champ vectoriel, identifier les zones de champ uniforme, de champ faible, et l'emplacement des sources : TLB1,2
- ▷ Tracer l'allure des cartes de champs magnétiques pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue : TLB1,3
- ▷ Évaluer l'ordre de grandeur d'un champ magnétique à partir d'expressions fournies : TLB4,6
- ▷ Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre : TLB4,5
- ▷ Citer un ordre de grandeur du moment magnétique associé à un aimant usuel : TLB6
- ▷ Définir le moment magnétique associé à une boucle de courant plane. Associer un moment magnétique à un aimant, par analogie avec une boucle de courant. : TLB6
- ▷ Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme : ex1

### 1 Questions de cours

**QC1** : Tracer l'allure des cartes de champ magnétique pour un aimant droit, une spire circulaire et une bobine longue.

**QC2** : Décrire un dispositif permettant de réaliser un champ magnétique quasi uniforme.

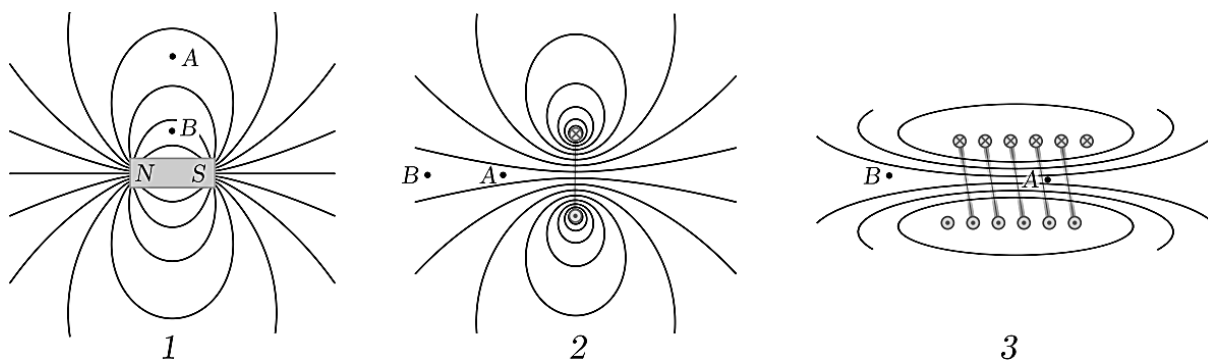
**QC3** : Citer des ordres de grandeur de champs magnétiques : au voisinage d'aimants, dans une machine électrique, dans un appareil d'IRM, dans le cas du champ magnétique terrestre.

**QC4** : Notion de moment magnétique.

### 2 Tester les bases

**TLB1 : Cartes de champ magnétique**

Les schémas ci-dessous représentent les lignes du champ magnétique produit par (1) un aimant droit, (2) une bobine plate et (3) un solénoïde long.



1. Orienter quelques lignes de champ, en justifiant.
2. Dans chacun des cas, déterminer si le champ est plus intense au point A ou au point B.
3. Repérer les zones où le champ peut être considéré comme uniforme.
4. Expliquer comment on aurait pu retrouver l'emplacement des sources si elles n'étaient pas représentées.

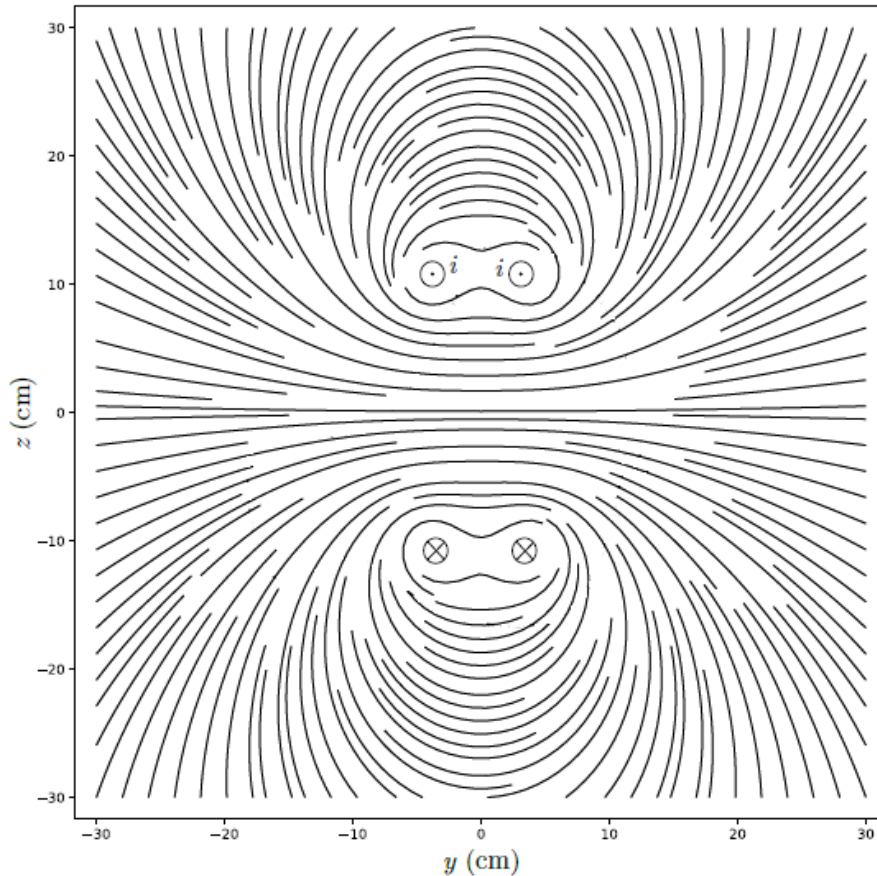


FIGURE 1 – Allure des lignes de champ créées par une paire de spires

**TLB2 : Carte de champ de deux spires (CCS25)**

1. Reproduire rapidement cette figure avec quelques lignes de champ et représenter leur orientation en supposant  $i > 0$ .
2. On constate que dans certaines zones, les lignes de champ s'éloignent les unes des autres, et que dans d'autres zones, elles se rapprochent les unes des autres. Que peut-on en déduire dans chaque cas ?

**TLB3 : Perturbations d'un compas (CCINP22)**

Chaque bateau est équipé d'un compas indiquant la direction suivie.



FIGURE 2 – Compas de type marin

Ce compas doit se situer loin des câbles électriques parcourus par un courant, afin d'éviter

certaines perturbations qui pourraient fausser l'indication.

1. De quelles perturbations s'agit-il ?

Supposons qu'il y ait un câble relié à la batterie du bateau, parcouru par un courant continu  $I$  et assimilable à un fil rectiligne de section négligeable et de longueur infinie.

2. Déterminer la direction du champ magnétique  $\vec{B}$  créé par ce fil et les paramètres d'espace influents.
3. Représenter l'allure des lignes de champ magnétique sur un schéma.
4. Quelles solutions peuvent être envisagées pour ne plus perturber le compas ?

#### TLB4 : Calculs de champs magnétiques

Un fil rectiligne illimité, de section négligeable et coïncidant avec l'axe (Oz) est parcouru par un courant continu d'intensité  $I$ . L'expression du champ magnétique produit en coordonnées cylindriques est :

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \vec{u}_\theta.$$

1. Calculer  $B$  à une distance  $r = 1\text{cm}$  pour  $I = 1\text{A}$ . Commenter. Comment peut-on compenser le champ magnétique terrestre ?

Au cours d'un orage, un éclair peut être assimilé à un courant rectiligne d'intensité  $I = 10^5\text{A}$  de rayon  $r = 10\text{cm}$ .

2. Jusqu'à quelle distance du point de chute de l'éclair l'aiguille d'une boussole risque-t-elle d'être désaimantée sachant que cela se produit lorsqu'elle est placée dans un champ supérieur à  $B_s = 2,4 \times 10^{-3}\text{T}$  ?

On rappelle l'expression de l'intensité du champ créé par un solénoïde infini d'axe (Oz), parcouru par un courant d'intensité  $I$ , à l'intérieur de ce dernier :

$$B = \mu_0 n I,$$

où  $n$  la densité linéique de spires.

3. Calculer l'intensité du champ magnétique à l'intérieur d'un solénoïde de 10 cm de long, 1 cm de diamètre, formé de 1000 spires parcourues par un même courant d'intensité 500 mA. Commenter.

Donnée :

> perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$ .

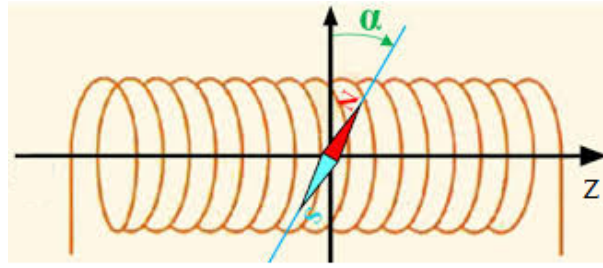
#### TLB5 : Mesure du champ magnétique terrestre

Pour mesurer approximativement la composante horizontale du champ magnétique terrestre, on utilise le dispositif suivant : une petite aiguille aimantée est placée à l'intérieur d'un solénoïde (pour les calculs, on se place dans l'approximation du solénoïde infini), de manière à ce que, en l'absence de courant dans le solénoïde, l'aiguille soit orthogonale à son axe.

On donne le champ à l'intérieur d'un solénoïde infini :

$$\vec{B}_s = \frac{\mu_0 N I}{L} \vec{u}_z.$$

1. Indiquer qualitativement ce qui se produit lorsqu'un courant circule dans le solénoïde.
2. Avec un courant  $I = 96\text{mA}$ , on relève  $\alpha = 37^\circ$  (voir schéma page suivante). Sachant que le solénoïde est constitué de  $N = 130$  spires et que sa longueur est de  $L = 60\text{cm}$ , calculer la valeur de la composante horizontale du champ terrestre.



3. On estime l'incertitude sur l'angle  $\alpha$  à  $2^\circ$ , et on néglige les incertitudes sur les autres grandeurs. Quelle est l'incertitude sur la valeur du champ ?

### TLB6 : Magnéton de Bohr

On adopte le modèle de Bohr pour décrire un atome d'hydrogène.

Dans ce modèle, l'électron orbite autour du proton avec un mouvement circulaire uniforme de rayon  $a_0$ , et le moment cinétique (orbital) associé à ce mouvement est quantifié :  $L = n\hbar$ , où  $\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,055 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$  est la constante de Planck réduite et  $n$  un entier naturel non nul. On note  $m_e = 9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$  la masse d'un électron et  $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$  la charge élémentaire.

1. Montrer qu'on peut associer au mouvement orbital de l'électron un courant d'intensité  $I = \frac{ev}{2\pi a_0}$  et en déduire la valeur du moment magnétique  $m$  associé.

2. Relier le moment magnétique au moment cinétique orbital de l'électron, et en déduire l'expression du magnéton de Bohr  $\mu_B$ , qui est le moment magnétique de l'électron dans son état fondamental dans le cadre du modèle de Bohr.

3. Calculer numériquement  $\mu_B$  et commenter.

## 3 Exercices

### Exercice 1 : Bobines de Helmholtz (d'après CCS16 filière PC)

Une spire de rayon  $R$ , d'axe  $(Ox)$  et centrée sur  $x = 0$  est parcourue par un courant électrique continu d'intensité  $I$ . Elle crée en un point  $M$  d'abscisse  $x$  de son axe un champ magnétique  $\vec{B}_{\text{spire}}(x)$  dont l'amplitude a pour expression :

$$B_{\text{spire}}(x) = \frac{\mu_0 I}{2R} \left( 1 + \left( \frac{x}{R} \right)^2 \right)^{-3/2}.$$

1. Sur un schéma, préciser la direction de ce champ magnétique et discuter de son sens. En déduire une expression vectorielle  $\vec{B}_{\text{spire}}$  si la spire est orientée positivement par rapport à l'axe de la spire, lui-même orienté par  $\vec{u}_x$ .

2. Déterminer alors le champ magnétique  $\vec{B}_{\text{bobines}}(x)$  créé en un point  $M$  d'abscisse  $x$  de l'axe commun à deux bobines d'épaisseur négligeable, comportant chacune  $N$  spires, parcourues par des courants de même sens et de même intensité et situées respectivement en  $x = -e/2$  et en  $x = +e/2$ . Faire un schéma représentant le système.

3. Tracer qualitativement l'amplitude  $B_{\text{bobines}}(x)$  du champ  $\vec{B}_{\text{bobines}}(x)$  en fonction de  $x$ , en faisant apparaître la contribution de chaque bobine. On distinguera différents cas selon que  $e$  est plus grand ou plus petit qu'une valeur critique  $e_0$  (qu'on ne cherchera pas à déterminer). Quel est l'intérêt pratique du cas  $e = e_0$  (configuration dite des **bobines de Helmholtz**) ?

4. À partir de l'étude de la parité de la fonction  $B_{\text{bobines}}(x)$  et de la nature (maximum ou minimum) de  $B_{\text{bobines}}(x=0)$ , justifier sans aucun calcul que, pour cette valeur particulière  $e_0$  de  $e$ , la fonction  $B_{\text{bobines}}(x)$  puisse être considérée comme constante à l'ordre 3 au voisinage de 0. On ne cherchera pas à calculer  $e_0$ , mais uniquement à décrire les variations de  $B_{\text{bobines}}(x)$  au voisinage de 0 pour  $e = e_0$ .

Indication pour la question 4 :

On donne la **formule de Taylor** : au voisinage de 0 (autrement dit pour  $x \simeq 0$ ), une fonction  $f(x)$  suffisamment régulière vérifie :

$$f(x) = f(0) + x f'(0) + \frac{x^2}{2} f''(0) + \frac{x^3}{6} f'''(0) + \dots = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{x^k f^{(k)}(0)}{k!}$$

Si on tronque cette somme infinie (série) à l'ordre  $n$ , on obtient un **développement limité à l'ordre  $n$**  de la fonction  $f$  au voisinage de 0.

### **Exercice 2 : Méthode pour calculer un champ magnétique (vers la TSI2)**

Cet exercice présente une méthode pour calculer un champ magnétique créé par un courant, au programme en TSI2.

Pour l'illustrer, on la met en pratique dans le cadre du modèle de fil rectiligne infiniment fin et infiniment long, parcouru par un courant continu d'intensité  $I$ . On note (Oz) l'axe du fil.

Étape 1 : Détermination des invariances de la distribution de courant, puis des coordonnées dont dépend le champ.

On appelle **distribution de courant** la géométrie des courants qui sont les sources du magnétisme. Ici, cette distribution est une droite orientée.

On appelle **invariance** une transformation géométrique (**translation** ou **rotation autour d'un axe**) qui n'affecte pas la distribution de courant.

Concrètement, si on imagine qu'on voit la distribution de courant, qu'on nous bande les yeux et qu'on nous déplace sans indication sensorielle permettant de savoir comment suivant cette transformation géométrique, puis qu'on nous laisse à nouveau regarder la distribution, elle est invariante si on ne voit aucune différence avec la situation précédente en retirant le bandeau.

Le champ magnétique ne dépend pas des coordonnées associées aux invariances de la distribution de courant.

1. Déterminer les invariances de la distribution de courant. Expliquer quelle hypothèse du modèle justifie chacune de ces invariances.

2. Identifier le système de coordonnées adapté pour décrire la situation, et déterminer de quelles coordonnées le champ ne dépend pas au vu des invariances.

Étape 2 : Détermination des symétries de la distribution de courant, puis de la direction du champ.

Un **plan de symétrie** de la distribution de courant est un plan tel qu'une symétrie miroir par rapport à ce plan n'affecterait pas le sens de circulation des courants. Un **plan d'antisymétrie** est un plan tel que cette même symétrie miroir changerait le sens du courant observé.

On considère un plan passant par le point M où on veut évaluer le champ. Si ce plan est un plan de symétrie, le champ magnétique lui est orthogonal. S'il s'agit d'un plan d'antisymétrie, le champ est inclus dans ce plan.

3. Soit un point M quelconque situé en-dehors de l'axe du fil. Identifier un ou plusieurs plan(s) de symétrie et/ou d'antisymétrie de la distribution de courant passant par le point M, puis en déduire la direction du champ. Déterminer son sens en appliquant la règle de la main droite.

Étape 3 : Application du théorème d'Ampère : choix d'un contour d'Ampère et calcul de la norme du champ.

Un **contour fermé** est une courbe qui se referme sur elle-même : si on part d'un point M donné, on revient à ce point M après avoir parcouru le contour toujours dans le même sens.

La **circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé** est définie par  $\mathcal{C} = \oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ , où  $d\vec{l}$  est un **déplacement élémentaire** tangent au contour. Le signe 0 sur le symbole intégrale  $\oint$  sert à insister sur le fait qu'on intègre sur un contour fermé.

Le **théorème d'Ampère** indique que dans un milieu ayant les propriétés magnétiques du vide, la circulation du champ magnétique le long d'un contour fermé (que nous appellerons **contour d'Ampère**) vaut

$$\mathcal{C} = \mu_0 I_{\text{enlacé}},$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité magnétique du vide et I l'intensité algébrique totale des courants enlacés par le contour.

Pour faciliter le calcul de la circulation, il faut choisir intelligemment le contour. Dans l'idéal (ce qui est possible si la distribution de courant est fortement symétrique) : en chaque point du contour, le champ magnétique doit être colinéaire ou orthogonal au vecteur déplacement élémentaire afin que le produit scalaire soit simple. Dans l'idéal, le champ magnétique doit être de norme constante le long du contour, ce qui permet de la sortir de l'intégrale. Dans ce cas, la circulation est égale au produit de la norme du champ et de la longueur L du contour :  $\mathcal{C} = BL$ .

4. Déterminer le contour d'Ampère le plus adapté à la situation étudiée.
5. Déterminer la norme du champ magnétique grâce au théorème d'Ampère.
6. Conclure en donnant l'expression du champ magnétique  $\vec{B}$  au point M.