

CHAPITRE 27

Action d'un champ magnétique

Un courant électrique est une source de **champ magnétique**. L'expérience montre que réciproquement, si un courant électrique est plongé dans un champ magnétique externe, il subit une action mécanique. Cette action mécanique d'origine magnétique est modélisée par une **force de Laplace**.

Les forces de Laplace permettent la mise en mouvement de circuits électriques sans intervention mécanique directe : en fournissant de l'énergie électrique (pour permettre le passage du courant dans le circuit) et en se munissant d'une source de champ magnétique, un opérateur peut donc réaliser une **conversion électromécanique d'énergie**.

L'importance pratique des forces de Laplace est considérable puisqu'elles sont mises à profit dans tous les **moteurs électriques**, qu'ils soient linéaires ou rotatifs.



FIGURE 1 – Gauche : Pierre Simon de Laplace (1749-1827) ; droite : Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928, Prix Nobel de Physique 1902)

Le but de ce chapitre est d'apprendre à exprimer et calculer les **forces de Laplace** qui s'exercent sur des circuits électriques de géométrie simple. Les lois de la mécanique permettront alors de décrire les mouvements qu'elles engendrent.

1 Expression de la force de Laplace

1.1 Force magnétique de Lorentz (hors programme en TSI)

Une particule chargée (de charge q) en mouvement (à vitesse \vec{v}) dans un champ magnétique \vec{B} subit à chaque instant la **force de Lorentz magnétique** :

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \wedge \vec{B},$$

où \wedge représente le **produit vectoriel**.

C'est cette loi de la physique qui permet d'étudier la trajectoire des particules dans les portions d'accélérateurs de particules où règne un champ magnétique, car cette

force prédomine très nettement par rapport au poids.

Les lois de la mécanique et les propriétés du produit vectoriel permettent alors de montrer que :

- ▷ la force de Lorentz magnétique ne travaille pas ;
- ▷ le mouvement est uniforme ;
- ▷ si la vitesse initiale est colinéaire à un champ magnétique constant, il n'a aucun effet et la trajectoire est rectiligne ;
- ▷ si la vitesse initiale est orthogonale à un champ magnétique constant, le mouvement est circulaire (mouvement cyclotron), de rayon $R_c = \frac{mv}{|q|B}$, où m est la masse de la particule.

1.2 Force magnétique de Laplace

Un courant est un déplacement ordonné de particules chargées.

Puisqu'une particule chargée en mouvement subit la force de Lorentz magnétique, une portion de conducteur parcouru par un courant subit une **force de Laplace** : la résultante des forces de Lorentz magnétiques qui agissent sur les porteurs de charge.

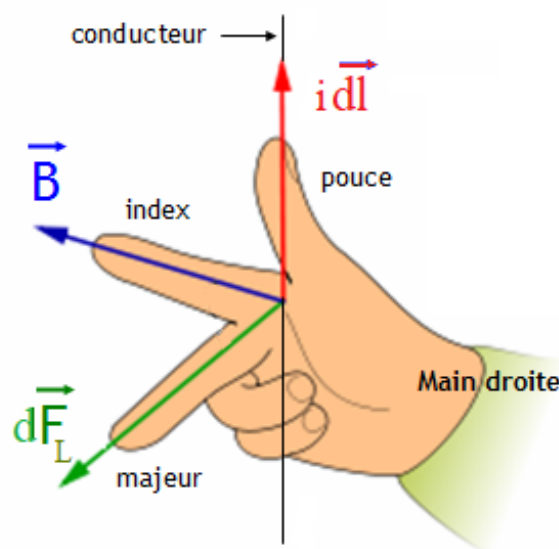
1.2.1 Force de Laplace élémentaire

Une portion infinitésimale de conducteur de longueur dl , parcourue par un courant d'intensité i et placée dans un champ magnétique \vec{B} , subit une **force de Laplace** infinitésimale :

$$\vec{dF}_L = i \vec{dl} \wedge \vec{B},$$

où \vec{dl} est un **déplacement élémentaire** le long du conducteur, dans le sens conventionnel positif du courant, et \wedge désigne le **produit vectoriel**.

L'élément de courant $i\vec{dl}$, le champ magnétique \vec{B} et la force infinitésimale de Laplace \vec{dF}_L forment un **trièdre direct** en vertu des propriétés du produit vectoriel. On peut le visualiser avec la main droite.



1.2.2 Force de Laplace macroscopique

La force de Laplace s'exerçant à l'échelle macroscopique sur une portion de conducteur délimitée par deux points M et N (point de départ et point d'arrivée) s'obtient en sommant les contributions élémentaires. Comme on somme par rapport à une variable continue, il s'agit d'une intégrale :

$$\vec{F}_L = \int_M^N \vec{dF}_L = \int_M^N i \vec{dl} \wedge \vec{B}.$$

Les conditions expérimentales permettent parfois de faire deux hypothèses simplificatrices :

- ▷ le courant est **continu** : son intensité i est constante, et notée I ;
- ▷ le champ \vec{B} est **uniforme** et **stationnaire**, donc **constant**, dans la zone d'espace où se situe le conducteur électrique.

Dans ce cas, la force de Laplace a pour expression :

$$\vec{F}_L = I \left(\int_M^N \vec{dl} \right) \wedge \vec{B} = I \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}.$$

Les deux situations les plus simples sont les suivantes :

- ▷ le circuit est filiforme de longueur $L = MN$, de vecteur unitaire directeur \vec{u} :

$$\vec{F}_L = IL \vec{u} \wedge \vec{B}.$$

- ▷ le circuit est fermé ($M = N$) :

$$\vec{F}_L = I \left(\oint \vec{dl} \right) \wedge \vec{B} = \vec{0}.$$

Dans le cas d'un circuit fermé, l'action du champ magnétique n'est donc pas modélisée par une force, mais par un couple.

Remarquons enfin que si le courant n'est pas continu, mais qu'on peut se placer dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires, alors

$$\vec{F}_L = i(t) \left(\int_M^N \vec{dl} \right) \wedge \vec{B} = i(t) \overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}$$

si les points M et N appartiennent à la même branche du circuit.

2 Effet des forces de Laplace sur un circuit

2.1 Forces de Laplace sur des portions de circuit filiformes : exemple des rails de Laplace

Dans l'expérience des **rails de Laplace**, deux rails conducteurs fixes sont reliés aux bornes d'un générateur. On place une tige mobile, elle aussi conductrice, perpendiculairement aux rails de façon à fermer le circuit et y faire circuler un courant i . Un dispositif permet de plonger la tige dans un champ magnétique stationnaire et uniforme (donc constant) \vec{B} .

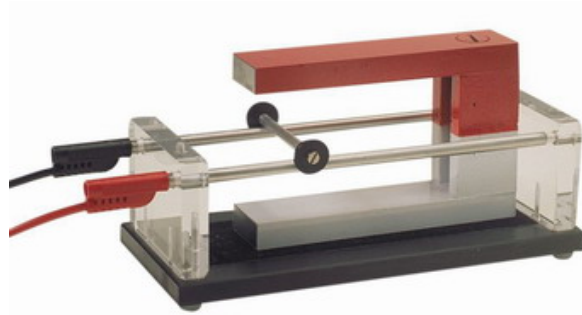


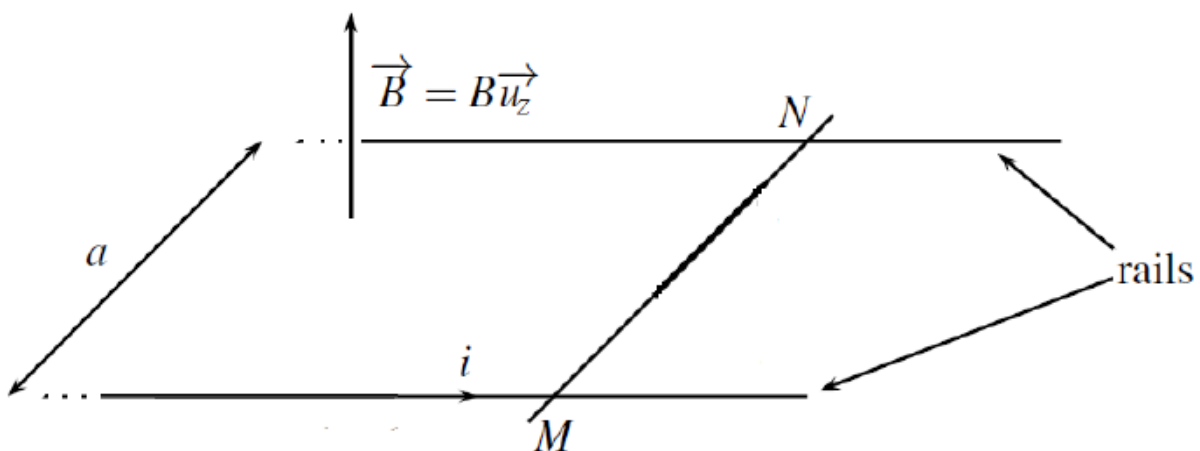
FIGURE 2 – Photographie d'un dispositif expérimental permettant de réaliser l'expérience des rails de Laplace

Exercice d'application 1 :

On étudie l'expérience des rails de Laplace décrite ci-dessus.

1. Donner un exemple de dispositif permettant de créer un champ magnétique (quasi-)uniforme pour les besoins de l'expérience.

On néglige, par rapport au champ \vec{B} , les champs magnétiques créés par le courant qui circule dans le circuit. On prend $\vec{B} = B\vec{u}_z$ avec $B = 0,15 \text{ T}$; les points M et N de la tige reposent sur les rails, et $\overline{MN} = L\vec{u}_y$ avec $L = 10 \text{ cm}$; l'intensité du courant est constante, de sorte que $i = I = 300 \text{ mA}$.



2. Compléter le schéma pour y représenter un élément de courant $i\vec{dl}$ et la force de Laplace \vec{F}_L .

3. Décrire qualitativement l'effet de cette force sur la tige. Commenter.

4. Déterminer l'expression et la valeur de la force de Laplace qui s'exerce sur la tige mobile.

5. Exprimer la puissance de la force de Laplace fournie algébriquement à la barre. Commenter.

On retiendra que le dispositif des rails de Laplace décrit ci-dessus permet d'accélérer une tige conductrice mobile (ou la ralentir suivant le sens de sa vitesse initiale) : c'est un prototype de **moteur linéaire**.

2.2 Forces de Laplace sur des circuits filiformes fermés : exemple d'une spire rectangulaire

On s'intéresse à présent à l'action des forces de Laplace sur un circuit filiforme fermé.

On adoptera le modèle d'une **spire rectangulaire** parcourue par un courant continu. Un dispositif non représenté autorise sa rotation autour d'un axe de symétrie $\Delta = (Oz)$ que nous représenterons vertical, passant par le centre O de la spire. Cette dernière est placée dans un champ magnétique stationnaire et uniforme.

Le **vecteur surface** \vec{S} de la spire est défini par la règle de la main droite. On note θ l'angle formé par le vecteur surface et le champ magnétique.

Pour des raisons de symétrie, les forces de Laplace qui s'exercent sur les arêtes de la spire ont pour point d'application les milieux de ces arêtes.

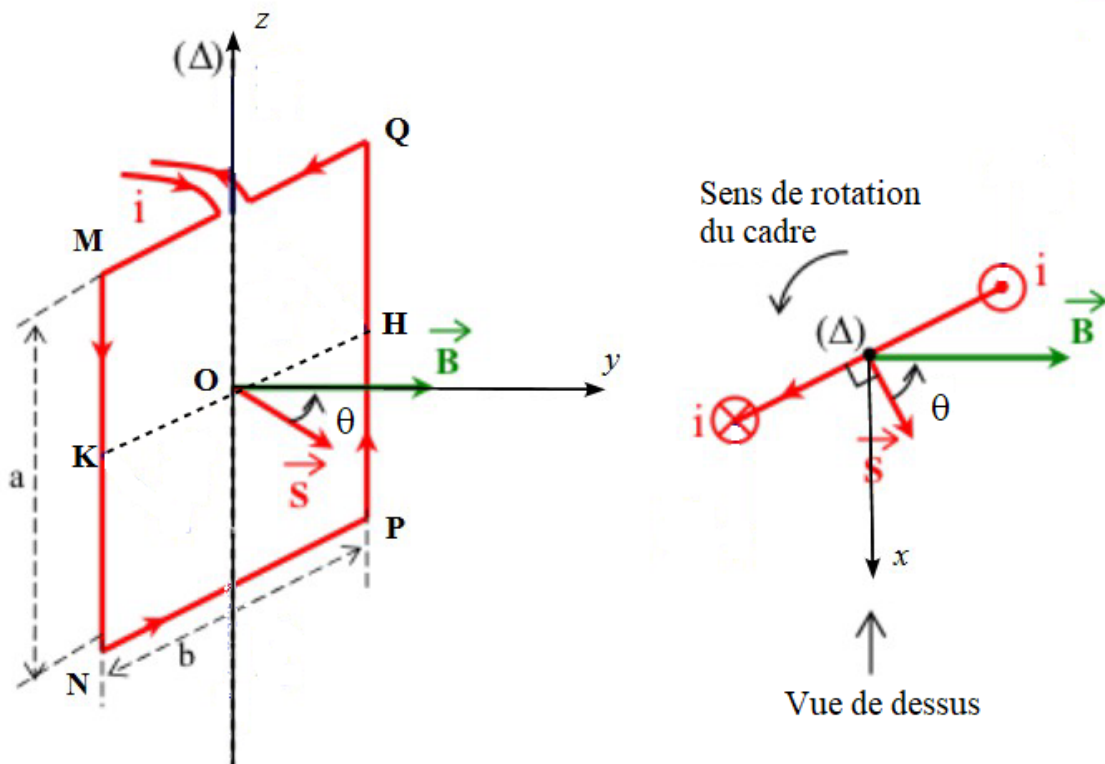


FIGURE 3 – Schéma annoté de la situation.

Exercice d'application 2 :

1. Justifier brièvement que la résultante des forces de Laplace s'exerçant sur la spire est nulle.
2. Retrouver ce résultat en exprimant la force exercée sur chacune des quatre portions filiformes rectilignes de la spire et en calculant la somme explicitement.
3. Représenter ces forces sur un schéma, puis justifier l'existence d'un couple de forces s'exerçant sur la spire. Décrire, sans calcul, l'effet de ce couple sur la spire.
4. Montrer que le couple de Laplace a pour expression

$$\vec{\Gamma}_L = iabB \sin(\theta) \vec{u}_\Delta,$$

où \vec{u}_Δ est un vecteur unitaire qui oriente l'axe Δ .

3 Effet d'un champ magnétique sur un dipôle magnétique

3.1 Couple de Laplace

En reprenant l'exemple de la spire rectangulaire parcouru par un courant et baignant dans un champ magnétique traité plus haut, on remarque que l'expression du couple des forces de Laplace peut s'écrire de façon plus compacte sous la forme :

$$\vec{\Gamma}_L = i \vec{S} \wedge \vec{B} = \vec{m} \wedge \vec{B}$$

en définissant un **moment magnétique**

$$\vec{m} = i \vec{S}.$$

Une spire étant un exemple de **dipôle magnétique** quand on l'observe à grande distance, nous admettons que ce résultat se généralise à toutes les situations qui entrent dans le cadre du modèle du dipôle magnétique.

Ainsi, on retiendra que lorsqu'un dipôle magnétique de moment magnétique \vec{m} est placé dans un champ magnétique extérieur \vec{B} , il est soumis à un couple de forces

$$\vec{\Gamma}_L = \vec{m} \wedge \vec{B}.$$

Le **théorème du moment cinétique scalaire** nous apprend que l'existence d'un couple engendre une rotation du dipôle.

Or, les propriétés du produit vectoriel nous enseignent que ce couple s'annule si le vecteur moment dipolaire et le champ magnétique sont colinéaires.

En conséquence, le moment dipolaire d'un dipôle magnétique a tendance à s'aligner avec le champ magnétique externe auquel il est soumis.

C'est ce qui explique l'orientation de l'aiguille d'une boussole et la possibilité de la dévier avec un aimant créant un champ plus intense que le champ magnétique terrestre.

Voilà aussi pourquoi il est possible de réaimanter un aimant en le soumettant à un champ de valeur intense : les boucles de courant microscopiques de ses atomes ont tendance à s'aligner avec le champ qui lui est imposé.

3.2 Énergie potentielle magnétique

La mécanique nous enseigne que la puissance associée à un couple est

$$P = \vec{\Gamma}_L \cdot \vec{\omega}$$

avec $\vec{\omega}$ le vecteur rotation.

Pour la spire, avec les conventions utilisées dans l'exercice d'application 2, $\vec{\omega} = -\dot{\theta} \vec{u}_\Delta$ car la spire tourne dans le sens trigonométrique et θ est une fonction décroissante, ce qui donne $P = -ISB \sin(\theta) \dot{\theta} = -\frac{d}{dt} (-IBS \cos(\theta))$. On peut donc définir une énergie potentielle d'interaction magnétique $E_p = -ISB \cos(\theta) + \text{cste}$. En prenant comme origine des énergies potentielles la position $\theta = \pi/2$, et en se rendant compte que $\vec{m} \cdot \vec{B} = ISB \cos(\theta)$, on a finalement l'énergie potentielle d'une spire de moment magnétique \vec{m} plongée dans un champ magnétique \vec{B} : $E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}$.

On admet la généralité de ce résultat : un dipôle magnétique de moment magnétique \vec{m} placé dans un champ magnétique uniforme possède une énergie potentielle magnétique

$$E_p = -\vec{m} \cdot \vec{B}.$$

On peut analyser cette formule au regard du cours d'énergétique sur les mouvements à un degré de liberté, car ici l'énergie potentielle peut être vue comme une fonction de la variable θ , qui est l'angle entre les vecteurs \vec{m} et \vec{B} .

Exercice d'application 3 :

On note θ l'angle formé par le moment dipolaire et la champ magnétique extérieur dans lequel le dipôle magnétique se trouve plongé.

1. Commenter le graphe de $E_p(\theta)$ ci-dessous (valeurs particulières, domaine de définition, variations) en lien avec l'expression de l'énergie potentielle magnétique.

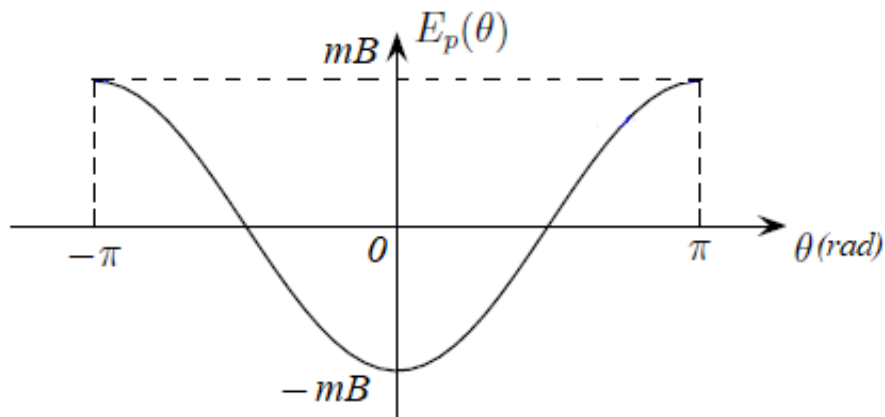


FIGURE 4 – Schéma annoté de la situation

2. Déterminer les positions d'équilibre et discuter leur stabilité.
3. Représenter schématiquement les orientations relatives du moment magnétique et du champ magnétique dans les différentes positions d'équilibre et commenter.

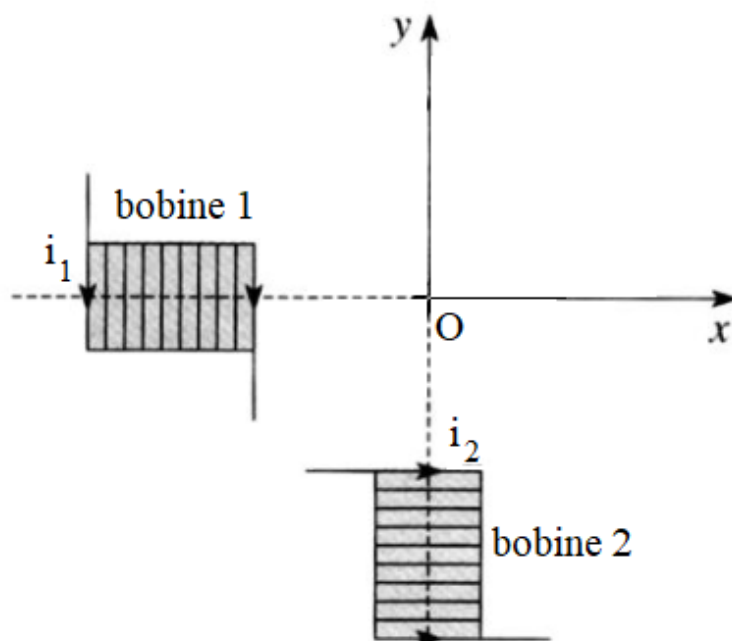
3.3 Effet moteur d'un champ magnétique tournant

Une des conséquences des résultats généraux énoncés ci-dessus est que si un dispositif permet de générer un **champ magnétique tournant**, alors un dipôle magnétique plongé dans ce champ va lui aussi tourner de façon à (essayer d')aligner son moment dipolaire avec ce champ, sous l'effet du couple magnétique de Laplace.

C'est le principe des machines électriques dites « à champ tournant » tels que les moteurs **synchrone** et **asynchrone**.

Exercice d'application 4 :

On s'intéresse au dispositif schématisé ci-dessous.



Deux bobines identiques sont placées de sorte que leurs axes soient orthogonaux et se croisent en un point O, origine d'un repère cartésien (Oxy). Elles sont alimentées par des courants alternatifs de même amplitude I_m , de même pulsation $\omega = 2\pi f$, tels que $i_1(t) = I_m \cos(\omega t)$ et $i_2(t) = I_m \sin(\omega t)$.

1. Les deux bobines sont identiques. Qu'entend-on par là ?
2. Quel est le déphasage entre les deux courants ?
3. Montrer que le champ magnétique généré par ces deux bobines au point O a une norme constante, et qu'il tourne à une vitesse angulaire Ω constante, dont on précisera le sens et la valeur.
4. À quoi peut servir un tel champ tournant ?

On retiendra le principal résultat de cet exercice : deux champs magnétiques en quadrature spatiale et temporelle donnent lieu à un champ tournant.