

CHAPITRE 28

Induction électromagnétique

L'expérience montre que, lorsqu'un circuit est placé dans un champ magnétique variable, ou bien qu'il se déplace ou se déforme dans un champ uniforme, il apparaît dans ce circuit un courant qu'on qualifie de **courant induit**.

On interprète l'apparition de ce courant comme la conséquence de celle d'une **force électromotrice**, modélisée par un générateur de tension fictif.

Ce phénomène est qualifié d'**induction électromagnétique**. Il permet le fonctionnement des **bobines** et des **transformateurs**. La création de courants induits dans le volume d'un conducteur électrique (courants de Foucault) est à la base du fonctionnement des plaques à induction et du dispositif de freinage de certains véhicules.

Couplée à des dispositifs mécaniques, l'induction permet des conversions (ou transductions) électro-mécaniques et mécano-électriques de puissance, qui permettent le fonctionnement des **moteurs électriques**, des propulseurs électromagnétiques, des haut-parleurs ou des alternateurs par exemple.

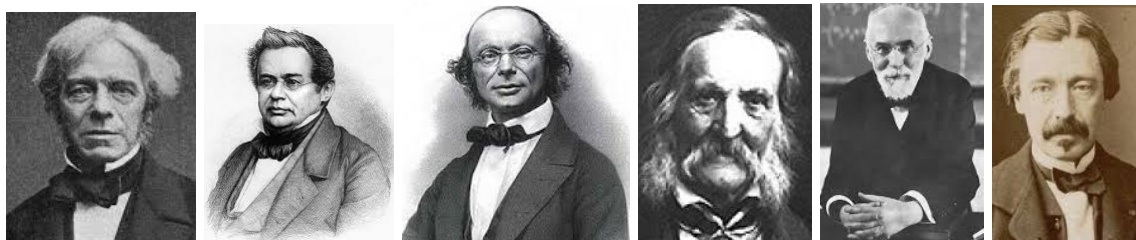


FIGURE 1 – De gauche à droite : Michael Faraday (1791-1867), Heinrich Lenz (1804-1865), Wilhelm Eduard Weber (1804-1891), Franz Ernst Neumann (1798-1895), Hendrik Antoon Lorentz (1853-1928) et Léon Foucault (1819-1868)

L'objectif de ce chapitre est de mettre en équations le phénomène d'induction et d'en étudier la mise en pratique dans des applications concrètes.

1 Lois de l'induction

1.1 Quelques expériences historiques

En 1831, Michael Faraday s'intéresse à différentes manières de faire apparaître un courant dans un matériau.

Dans une de ses expériences, un électroaimant est alimenté par une pile. Un courant électrique, appelé **courant induit**, apparaît dans une bobine enroulée sur cet électroaimant quand on ouvre ou ferme le circuit, c'est-à-dire lorsque le champ magnétique produit par l'électroaimant varie.

Il observe le même phénomène, à savoir l'apparition d'un courant électrique, en déplaçant un aimant au voisinage d'une bobine.

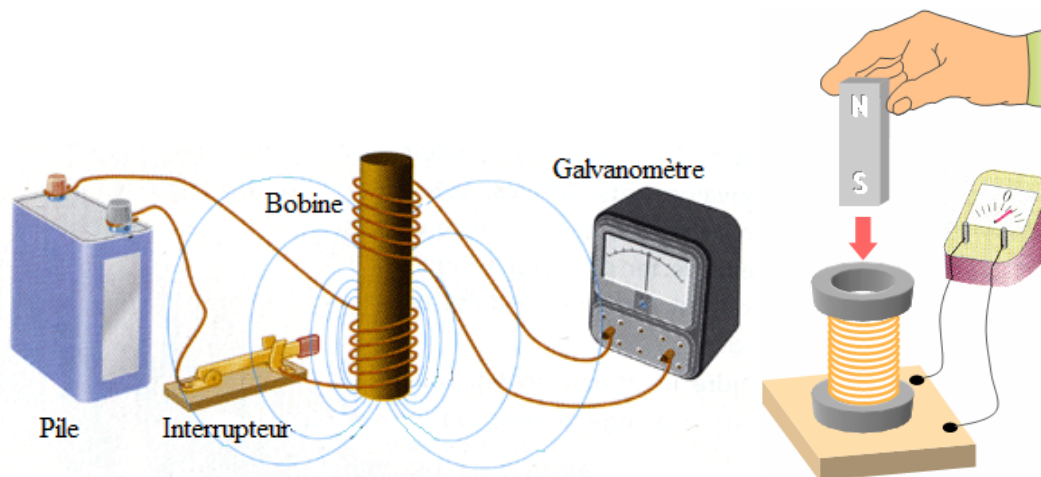


FIGURE 2 – Schéma des deux expériences mises en œuvre par Faraday, qui mettent en évidence le phénomène d'induction électromagnétique.

Faraday donne à ce phénomène le nom d'**induction** (électromagnétique).

La grandeur clé pour expliquer les résultats des expériences de Faraday s'avère être le **flux du champ magnétique** à travers la section des spires de la bobine, ou plus précisément, sa variation au cours du temps. Nous allons voir comment construire cette grandeur à partir d'autres déjà introduites dans les chapitres précédents.

1.2 Flux d'un champ magnétique

En vue de définir le flux du champ magnétique, on commence par orienter un **contour fermé** qui délimite une surface plane.

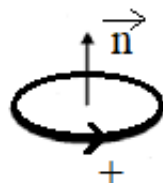


FIGURE 3 – Contour orienté et vecteur unitaire normal à la surface définie par ce contour

On définit un vecteur unitaire perpendiculaire à la surface (ici plane) délimitée par le contour, orienté suivant la règle de la main droite.

La **surface orientée** est décrite par le **vecteur surface** \vec{S}

$$\vec{S} = S\vec{n}$$

où S désigne l'aire de la surface.

Le **flux** d'un champ magnétique \vec{B} uniforme à travers la surface S délimitée par ce contour vaut :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} = \vec{B} \cdot S\vec{n},$$

où \cdot représente le **produit scalaire**.

Si le champ \vec{B} n'est pas uniforme ou que la surface n'est pas plane, on définit localement, en chaque point de la surface, une surface élémentaire dS et un vecteur normal \vec{n} de sorte que le vecteur surface élémentaire vérifie $d\vec{S} = dS\vec{n}$. On somme toutes les contributions infinitésimales, ce qui revient à faire une intégrale :

$$\Phi = \int \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \int \int_S \vec{B} \cdot dS\vec{n}.$$

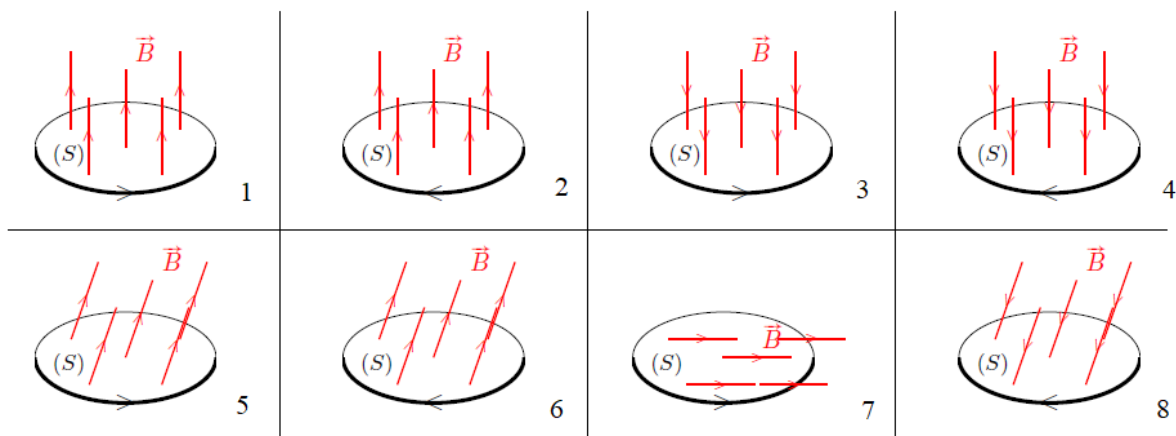
L'unité du flux d'un champ magnétique est le tesla-mètre carré ($T \cdot m^2$) ou encore le **weber** ($1Wb = 1 T \cdot m^2$).

Exercice d'application 1 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Évaluer le flux d'un champ magnétique uniforme à travers une surface s'appuyant sur un contour fermé orienté plan.

Dans les situations numérotées de 1 à 8 schématisées ci-dessous, le champ \vec{B} est uniforme à l'échelle de la spire (de rayon $R = 3 \text{ cm}$), de valeur $B = 0,1T$. L'angle entre le champ magnétique et la spire, s'il n'a pas une valeur triviale, sera pris égal à 15° dans les applications numériques.



1. Sans calcul, classer les flux du champ magnétique du plus faible au plus élevé.
2. Évaluer le flux du champ magnétique à travers la spire dans chacune des huit situations.

1.3 Loi de Faraday (1831)

La spire est un circuit électrique. En tant que tel, on peut lui appliquer les lois de l'électricité.

Le dipôle qui modélise le phénomène d'induction est une source de tension idéale, dont la tension est appelée **force électromotrice induite** et notée e . Elle est orientée dans le sens du courant induit (d'intensité i).

Un fil conducteur possède une résistance R . La loi d'Ohm et la loi des mailles conduisent alors à la relation

$$i = \frac{e}{R}.$$

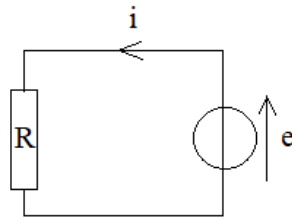


FIGURE 4 – Schéma électrique modélisant le phénomène d'induction dans une spire

L'expérience montre que la force électromotrice e est proportionnelle à la variation instantanée de flux du champ magnétique, décrite par la dérivée temporelle $\frac{d\Phi}{dt}$. Par ailleurs, c'est une diminution de flux qui provoque l'apparition d'un courant induit dans le sens positif.

Ces observations se traduisent par la **loi de Faraday** :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

1.4 Loi de modération de Lenz (1834)

Quelques années après l'introduction de la loi de Faraday, Lenz donne une nouvelle interprétation qualitative de l'induction, sous la forme d'une **loi de modération**.

De manière très générale, une loi de modération indique qu'en réponse à une sollicitation externe provoquant la variation d'une grandeur caractéristique de l'équilibre, un système évolue de manière à modérer (c'est-à-dire à atténuer) la variation initiale.

Dans le cas particulier de la loi de modération de Lenz, une modification du flux d'un champ magnétique à travers la section d'un circuit a pour conséquence l'apparition d'un courant induit. Ce courant génère un champ magnétique, dont le flux s'oppose à la modification de flux qui a donné naissance au courant induit.

Reprenons l'expérience au cours de laquelle on approche un aimant d'une spire, pour comprendre en quoi la **loi de modération de Lenz** permet de l'interpréter.

En approchant l'aimant de la spire, on provoque une augmentation du flux du champ magnétique généré par l'aimant à travers la surface de la spire. Un courant induit apparaît dans la spire, qui provoque l'apparition d'un champ magnétique propre au circuit électrique. Son flux à travers la spire tend à diminuer le flux total.

Le sens d'orientation de i qui en découle est en accord avec la loi de Faraday.

Exercice d'application 2 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Utiliser la loi de Lenz pour prédire/interpréter les phénomènes physiques observés.

1. Illustrer schématiquement le raisonnement décrit dans le paragraphe ci-dessus.
2. Reprendre et adapter le raisonnement quand on éloigne l'aimant de la spire.

2 Circuit fixe dans un champ magnétique variable : induction de Neumann

On parle d'**induction de Neumann** quand on étudie le phénomène d'induction dans un référentiel où le circuit est fixe, indéformable, et où la variation de flux du champ magnétique est due à une variation temporelle du champ magnétique.

2.1 Flux propre et inductance propre

On considère un circuit filiforme orienté, parcouru par un courant d'intensité $i(t)$. Ce courant est à l'origine d'un champ magnétique, dont le flux à travers le circuit est qualifié de **flux propre**.

Comme l'intensité du champ magnétique est proportionnelle à l'intensité du courant i du fait de la linéarité du milieu, il y a proportionnalité entre le flux propre Φ_p et l'intensité i . Le coefficient de proportionnalité, noté L , est appelé **inductance propre** du circuit :

$$\Phi_p = Li.$$

L'inductance propre s'exprime en henry, de symbole H.

Exercice d'application 3 :

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

Vérifier la compatibilité du signe de l'inductance propre avec la loi de modération de Lenz.

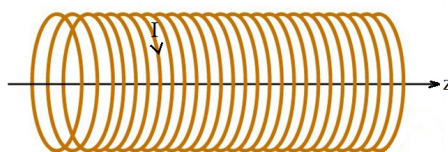
Évaluer l'ordre de grandeur de l'inductance propre d'une bobine de grande longueur, le champ magnétique créé par la bobine étant donné.

Mesurer la valeur de l'inductance propre d'une bobine.

Réaliser un bilan de puissance et d'énergie dans un système siège d'un phénomène d'autoinduction en s'appuyant sur un schéma électrique équivalent.

1. En vous appuyant sur un schéma de la spire, du courant d'intensité i , du vecteur surface et du champ magnétique, montrer que le signe de l'inductance propre est toujours positif.

2. On modélise une bobine longue de section S constante par un solénoïde infini. Le champ qui règne à l'intérieur de cette bobine est uniforme, de valeur $B = \mu_0 nI$, où μ_0 est la perméabilité magnétique du vide et $n = N/l$ la densité linéique de spires (nombre de spires par unité de longueur) et I l'intensité du courant qui la parcourt.



- a. Déterminer la direction et le sens du champ magnétique.

- b. Exprimer le flux propre Φ_p à travers une des spires, puis le flux propre total Φ_p .
- c. En déduire l'expression de l'inductance propre L . Faire l'application numérique pour une bobine de longueur $l = 50$ cm, de rayon $R = 3$ cm, comportant 1000 spires. On donne la perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{H}\cdot\text{m}^{-1}$.
3. En appliquant la loi de Faraday, retrouver la loi de comportement de la bobine.
4. Proposer un protocole pour mesurer l'inductance propre d'une bobine.
5. Dans un circuit RL en régime libre, comment évolue l'intensité du courant ? Interpréter ce résultat en vous appuyant sur la loi de modération de Lenz.
6. On admet l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique dans la bobine : $u_m = \frac{B^2}{2\mu_0}$.
- a. Exprimer l'énergie magnétique totale U_m stockée dans la bobine.
- b. Rappeler l'expression de U_m établie dans le cours d'électrocinétique en régime variable.
- c. Retrouver alors l'expression de l'inductance propre de la bobine.

2.2 Induction mutuelle entre deux bobines

Lorsque deux circuits électriques parcourus respectivement par des courants d'intensité i_1 et i_2 sont à proximité l'un de l'autre, le champ magnétique qui règne dans la zone où ils se situent est la somme des champs créés par chacun des circuits, d'après le théorème de superposition.

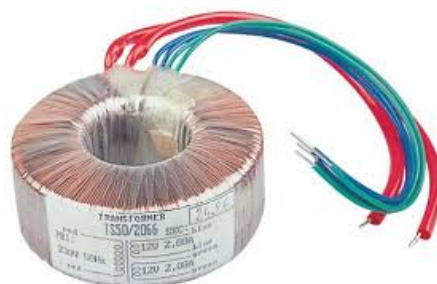
Un phénomène d'induction apparaît lorsque le flux du champ total à travers l'un ou l'autre des circuits varie. Ce peut être par la suite de la variation de l'intensité d'un courant dans le même circuit (phénomène d'**auto-induction** décrit plus haut) ou dans l'autre circuit : on parle alors de **phénomène d'induction mutuelle**.

On se restreint pour le moment à un cas particulier, dit d'**influence totale** : toutes les lignes de champ magnétique d'un circuit coupent l'autre circuit. Cette situation peut être réalisée en prenant pour circuits deux bobines de même axe, de grande longueur, et dont les spires ont même rayon, ou alors en enroulant les spires de deux bobines sur un même tore comme sur la photographie ci-dessous. On peut aussi enrouler les deux bobines sur deux parties différentes d'un tore matérialisé par un matériau magnétique qui sert de guide aux lignes de champ.

On définit alors une **inductance mutuelle**, notée M , telle que :

$$\Phi_1 = L_1 i_1 + M i_2$$

$$\Phi_2 = L_2 i_2 + M i_1.$$



On note ϕ le flux commun à chaque spire. On a alors $\Phi_1 = N_1\phi$ et $\Phi_2 = N_2\phi$, où Φ_1 et Φ_2 désignent respectivement les flux à travers les circuits 1 et 2.

Ainsi, le rapport des flux vérifie :

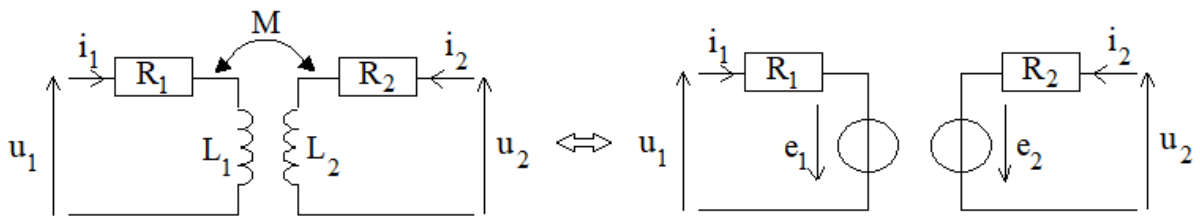
$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{N_2}{N_1}.$$

Cette égalité prouve que les deux équations du système ci-dessus sont liées, ce qui se traduit par la nullité du déterminant de la matrice représentative du système, soit :

$$M^2 = L_1L_2.$$

Cette relation traduit mathématiquement le **couplage total** entre les deux circuits.

Le schéma électrique équivalent, et celui qui traduit les phénomènes d'induction propre et mutuelle de façon simplifiée, sont les suivants :



Exercice d'application 4 :

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

Établir le système d'équations en régime sinusoïdal forcé en s'appuyant sur des schémas électriques équivalents.

Réaliser un bilan de puissance et d'énergie.

1. En raisonnant sur les deux circuits schématisés ci-dessus, écrire le système d'équations différentielles qui traduit le couplage magnétique entre ces derniers.

On envisage à présent le cas du régime sinusoïdal forcé où $u_1 = U_1 \cos(\omega t)$ et $u_2 = 0$.

2. Montrer que $u_1 = L_{eq} \frac{di_1}{dt}$, où vous exprimerez l'inductance équivalente L_{eq} .

On prolonge l'étude électrique par des considérations énergétiques, afin de déterminer l'expression de l'énergie magnétique U_m emmagasinée dans le circuit. Dans ce qui suit, u_1 et u_2 sont quelconques.

3. Exprimer la puissance totale $p(t)$ entrant dans le circuit par ses deux accès. Regrouper les termes du résultat pour les analyser physiquement.

4. En déduire l'expression de l'énergie magnétique totale U_m emmagasinée dans le circuit.

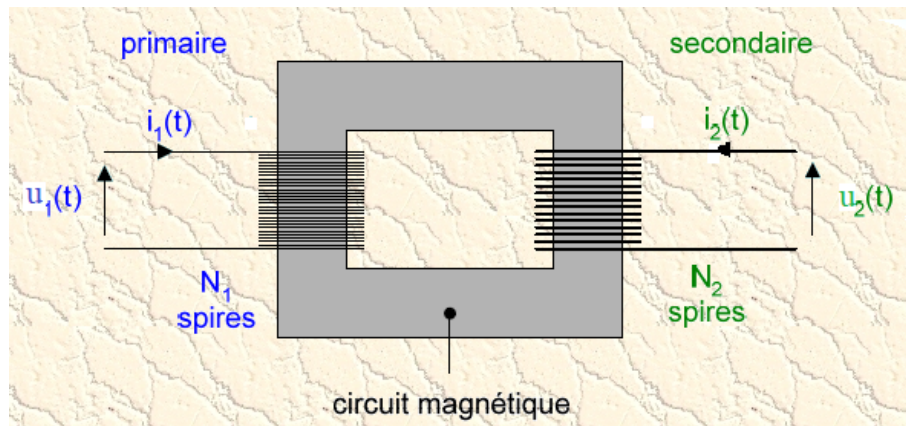
5. On définit le coefficient de couplage $k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1L_2}}$. En posant $x = i_2/i_1$, déduire de la réponse à la question 4 que $k \leq 1$. Commenter les cas particuliers $k = 0$ et $k = 1$.

2.3 Application au transformateur électrique

Le couplage entre deux circuits électriques à une maille est mis en œuvre dans un dispositif appelé **transformateur** (électrique).

Une structure torique où les lignes de champ sont guidées par un matériau magnétique est souvent retenue : on parle de circuit magnétique.

On qualifie de **primaire** et **secondaire** les deux circuits électriques respectivement en entrée et en sortie du transformateur.



Pour en étudier facilement les principales propriétés, on fait les deux hypothèses suivantes, qui correspondent au **modèle du transformateur parfait** :

- ▷ le couplage est parfait : $L_1 L_2 = M^2$;
- ▷ les résistances des enroulements des bobines sont négligeables.

Exercice d'application 5 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Établir la loi des tensions.

1. Écrire les deux équations électriques sous leur forme simplifiée, en tenant compte des hypothèses du modèle du transformateur parfait.

2. On appelle **rapport de transformation** le coefficient de proportionnalité $m = \frac{u_2}{u_1}$ entre les tensions de sortie et d'entrée. L'exprimer en fonction de L_2 et L_1 , puis en fonction de N_2 et N_1 . Ce résultat constitue la **loi des tensions**.

Il existe différentes applications du transformateur, qu'on peut répartir en deux catégories :

- ▷ transformer une tension lors du **transport de l'énergie électrique** ;
- ▷ **isoler galvaniquement** le circuit primaire et le circuit secondaire.

Exercice d'application 6 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Citer des applications du transformateur de tension pour le transport d'énergie électrique.

On s'intéresse au transport d'électricité depuis une centrale électrique jusqu'aux consommateurs.

Le réseau électrique qui permet ce transport est schématisé de façon très simplifiée ci-dessous. Le circuit électrique qui modélise le réseau est également représenté.

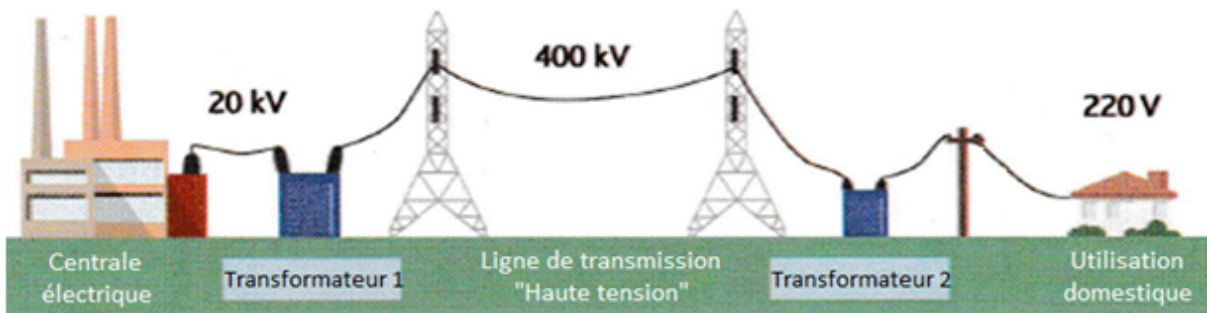


FIGURE 5 – Schéma simplifié du réseau électrique, de la centrale au consommateur.

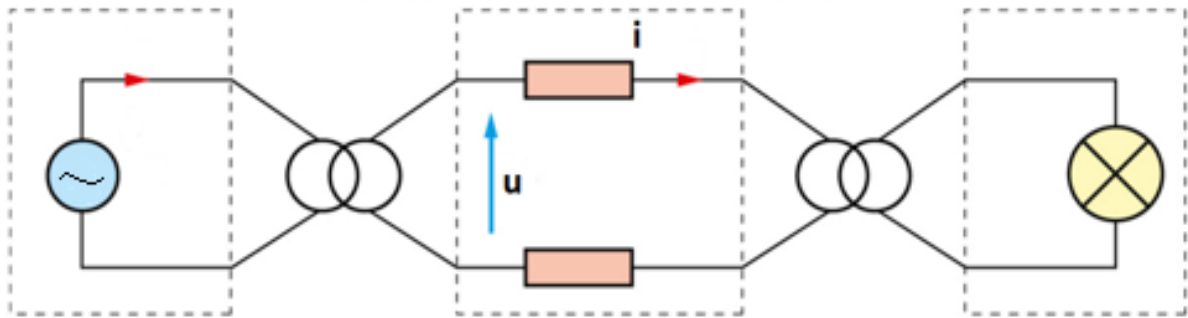


FIGURE 6 – Schéma d'un circuit modélisant le réseau électrique.

1. Chaque dipôle du circuit (générateur, lampe et résistances) modélise un élément du réseau électrique (installation électrique, centrale électrique et ligne électrique). Les associer deux à deux.
2. Identifier le symbole d'un transformateur parfait. De quel type de composant électrique s'agit-il ? Identifier le rôle de chacun des deux transformateurs et calculer leurs rapports de transformation.
3. Que devient la puissance électrique délivrée par une centrale ?
4. Exprimer la puissance p_J dissipée par effet Joule dans un câble conducteur de résistance R , d'abord en fonction de la tension à ses bornes u_{ligne} et de l'intensité i du courant qui le traverse, puis en fonction de R et i . Quelle(s) stratégie(s) peut-on adopter pour minimiser les pertes par effet Joule ?
5. Rappeler l'expression de la puissance électrique p transportée dans une ligne sous la tension u avec une intensité i . Expliquer alors l'intérêt des lignes à haute tension.
6. Identifier l'intérêt d'un transformateur pour abaisser ou élever une tension par rapport à l'utilisation d'un simple pont diviseur de tension.

Exercice d'application 7 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Citer des applications du transformateur de tension pour l'isolement.

On souhaite relever la caractéristique courant-tension d'un dipôle D .

1. Décrire un mode opératoire permettant de mesurer la caractéristique du dipôle D . Vous représenterez le schéma du circuit électrique utilisé ainsi que les appareils de mesure.
2. En régime variable, on souhaite déterminer la loi de comportement du dipôle D . Indiquer les modifications à apporter au circuit. Les appareils de mesure sont rempla-

cés par un oscilloscope bicourbe. Comment faudrait-il le brancher et quel problème cela pose-t-il (penser aux masses du générateur et de l'oscilloscope) ?

3. Montrer que l'utilisation d'un transformateur permet de régler le problème. Vous préciserez la valeur du rapport de transformation et la position du transformateur dans le montage, ainsi que les branchements de l'oscilloscope.

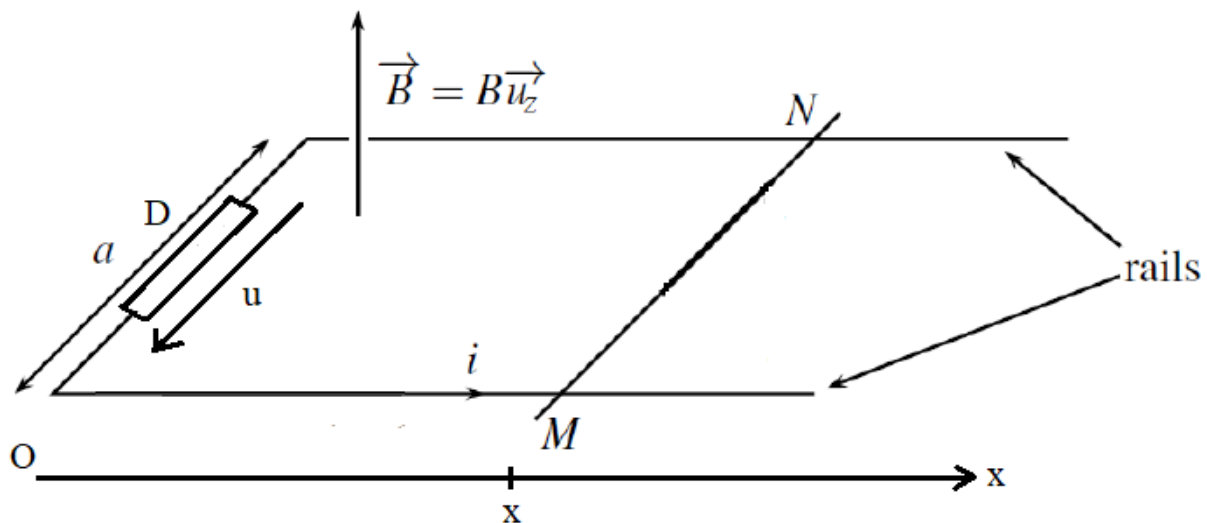
3 Circuit mobile dans un champ magnétique stationnaire : induction de Lorentz

On parle d'**induction de Lorentz** lorsque le champ est stationnaire. La variation du flux peut se faire de deux façons :

- ▷ Le circuit se déplace dans le champ (cas d'une spire en rotation dans un champ magnétique) ;
- ▷ Le circuit se déforme, ce qui conduit à une variation du vecteur surface (cas des rails de Laplace par exemple).

3.1 Les rails de Laplace revisités

Un dispositif permettant d'illustrer simplement l'**induction de Lorentz** est celui des **rails de Laplace**, schématisé ci-dessous.



À l'extrémité des rails est placé un dipôle D.

Le barreau posé sur les rails est mobile, on se trouve donc dans la situation d'un circuit déformable, ce qui entraîne une variation du flux du champ magnétique à travers sa surface orientée, et donc l'apparition d'un phénomène d'induction. La force électromotrice e est donnée par la loi de Faraday, elle doit être ajoutée dans le schéma équivalent du circuit électrique pour l'étudier.

Exercice d'application 8 :
CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

Interpréter qualitativement les phénomènes créés lors du mouvement d'une barre sur des rails de Laplace.

Établir les équations électrique et mécanique en précisant les conventions de signe.

Établir et interpréter la relation entre la puissance de la force de Laplace et la puissance électrique.

Effectuer un bilan énergétique.

1. Exprimer le flux Φ du champ magnétique externe à travers le circuit.
2. Exprimer la force électromotrice générée par la variation de ce flux en fonction de B , a et de la vitesse du barreau $v = \frac{dx}{dt}$.
3. Tracer le schéma du circuit électrique équivalent au dispositif des rails de Laplace.
4. Exprimer la loi des mailles. L'équation (1) obtenue est appelée "équation électrique du circuit".
5. En appliquant la deuxième loi de Newton au barreau et en la projetant sur l'axe (Ox), obtenir une seconde équation notée (2) appelée "équation mécanique".
6. Exprimer la puissance $P_e = ei$ cédée au circuit par le phénomène d'induction. Commenter son signe.
7. Exprimer la puissance mécanique P_m de la force de Laplace. Commenter son signe.
8. Relier P_e et P_m et commenter.

3.2 Différents régimes de fonctionnement

On vient de mettre en évidence une **conversion de puissance électro-mécanique** de rendement unité. Outre la conservation de la puissance lors de la conversion, il y a réversibilité des échanges.

3.2.1 Fonctionnement en moteur

Lorsqu'un **moteur électrique** est alimenté par un générateur, le moteur absorbe de la puissance électrique et cède de la puissance mécanique.

Le dispositif des rails de Laplace illustre ce principe. Si le dipôle terminal D est un générateur, il fait circuler un courant dans le circuit, qui est à l'origine d'une force de Laplace. Elle met la tige en mouvement, cette dernière peut ensuite entraîner une charge mécanique.

La puissance cédée sous forme électrique par le générateur est en partie convertie en puissance thermique par effet Joule, et en partie en puissance mécanique qui pourra :

- ▷ augmenter l'énergie cinétique du système (phase de démarrage, d'accélération d'un mobile) ;
- ▷ être dissipée par transfert thermique en raison des frottements mécaniques ;
- ▷ être cédée à une charge mécanique (puissance acoustique dans un haut-parleur).

3.2.2 Fonctionnement en générateur

La production d'énergie électrique par un alternateur dans une centrale ou une voiture par exemple met en jeu une conversion de puissance mécanique en puissance électrique.

Dans le dispositif des rails de Laplace, ce principe est à l'œuvre quand un opérateur extérieur met en mouvement la tige. Il apparaît une force électromotrice d'induction, qui crée un courant si le circuit est fermé sur un dipôle électrique, une résistance par exemple.

3.3 Courants de Foucault

Le mouvement d'un corps conducteur dans un champ magnétique permet la conversion de puissance mécanique en puissance électrique. Dans certains cas, les courants induits circulent au sein du corps lui-même, on les qualifie alors de **courants de Foucault**.

La puissance électrique est alors dissipée par effet Joule au sein même du corps en mouvement. On peut citer les applications suivantes :

- ▷ le **chauffage par induction** : les cuisinières à induction fonctionnent avec des casseroles dont le fond est siège de courants induits ;
- ▷ le **ralentisseur à courants de Foucault** dont sont obligatoirement équipés les véhicules lourds. La conversion de puissance mécanique en puissance électrique impose l'apparition d'un couple mécanique, qui s'oppose au mouvement (couple résistant) et provoque le **freinage par induction**.