

AP1 : Conversions d'unités

Le but de cette séance est de revoir :

- ▷ le vocabulaire lié aux **grandeurs physiques** ;
- ▷ comment écrire la **valeur** d'une grandeur ;
- ▷ les **conversions d'unités**.

1 Valeurs de grandeurs

Une **grandeur** (physique ou chimique) est une propriété de la science à laquelle on peut attribuer une valeur chiffrée accompagnée d'une unité. Elle peut être mesurée, ou calculée à partir d'autres grandeurs.

▷ La masse se mesure avec une balance, un volume de liquide peut se mesurer avec une éprouvette graduée, la masse volumique peut se calculer à partir de la masse et du volume.

Pour écrire mathématiquement la valeur d'une grandeur, on lui attribue un symbole qu'on fait suivre d'un signe =, puis d'un nombre, et enfin du symbole de son unité.

▷ Exemple : un œuf de poule a une masse $m = 60 \text{ g}$.

On emploie la **notation décimale** pour écrire la valeur d'une grandeur (nombre décimal suivi du symbole d'une unité) quand elle n'est ni trop grande, ni trop petite dans l'unité choisie.

▷ Exemples : un grain de sable a une masse $m = 0,01 \text{ g}$; je mesure $L = 1,85 \text{ m}$; sur l'autoroute, je roule à une vitesse $v = 130 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$.

Les **chiffres significatifs** de la valeur d'une grandeur sont ceux en lesquels on a confiance : ils renseignent grossièrement sur la précision avec laquelle cette valeur est donnée.

Bien qu'il n'y ait aucune différence entre les valeurs suivantes d'un point de vue mathématique, en physique 1 m , $1,0 \text{ m}$ et $1,00 \text{ m}$ n'ont pas la même signification. Le nombre de chiffres significatifs vaut respectivement 1, 2 et 3. C'est le nombre de chiffres, sans compter d'éventuels zéros précédant le premier chiffre non nul.

Lors d'un calcul d'une grandeur à partir d'autres en s'appuyant sur une formule, le nombre de chiffres significatifs du résultat est égal à celui de la donnée la moins précise.

Exercice d'application 1 :

Donner le nombre de chiffres significatifs dans chacun des cas suivants :

- a. L'airbus A320 a une envergure de $34,1 \text{ m}$.
- b. Un disjoncteur différentiel détecte les courants dont l'intensité dépasse $0,030 \text{ A}$.
- c. Un steeple (course d'obstacle) se court sur une distance de 3000 m .
- d. Les bouteilles d'eau minérale contiennent en général $1,5 \text{ L}$ d'eau.
5. La tension d'alimentation des prises dans une maison est de 230 V .
6. Certaines pipettes du laboratoire permettent de mesurer avec précision des volumes de $20,0 \text{ mL}$.
7. Certaines baleines ont une masse supérieure à 100 t .

L'**ordre de grandeur** de la valeur d'une grandeur est la puissance de dix la plus proche de cette valeur, ou d'une valeur typique de cette dernière. On l'obtient par un calcul d'arrondi.

Pour indiquer qu'une valeur est donnée en ordre de grandeur, on utilise parfois le symbole $\sim$ à la place de $=$.

▷ Exemple : l'ordre de grandeur de ma masse est $m \sim 100 \text{ kg}$.

Remarque : parfois, au sens plus large, on considère qu'un ordre de grandeur est une valeur indiquée avec un seul chiffre significatif.

On utilise les ordres de grandeur quand :

- ▷ la valeur n'a pas besoin d'être précise ou ne peut pas l'être (impossibilité de faire une mesure précise, par exemple) ;
- ▷ on calcule vite de tête pour avoir une idée du résultat ;
- ▷ le raisonnement repose sur des approximations.

La **notation scientifique** d'une grandeur consiste à écrire sa valeur comme le produit d'un nombre a (la mantisse), compris entre 1 inclus et 10 exclus, et d'une puissance de 10, soit sous la forme $a \times 10^n$, avec n un entier relatif, sans oublier l'unité.

▷ Exemples : la charge élémentaire vaut $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$; la célérité de la lumière dans le vide vaut $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Utiliser la notation scientifique a deux principaux avantages :

- ▷ pour les très petits et les très grands nombres, lors de l'écriture, on a moins de chance de se tromper dans le nombre de chiffres, notamment les zéros ; lors de la lecture, on sait du premier coup d'œil le nombre de chiffres.
- ▷ le nombre de chiffres de la mantisse est égal au nombre de chiffres significatifs, ce qui permet de les compter sans ambiguïté : en écriture décimale, on ne sait parfois pas si un nombre rond est un ordre de grandeur ou pas.

On utilise souvent des préfixes pour remplacer les puissances de 10. Les plus utiles sont récapitulés dans le tableau ci-dessous.

Préfixe	exa	péta	téra	giga	méga	kilo	hecto	déca
Symbole	E	P	T	G	M	k	h	da
Facteur	10^{18}	10^{15}	10^{12}	10^9	10^6	10^3	10^2	10^1
Préfixe	déci	centi	milli	micro	nano	pico	femto	atto
Symbole	d	c	m	μ	n	p	f	a
Facteur	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-6}	10^{-9}	10^{-12}	10^{-15}	10^{-18}

Exercice d'application 2 :

Compléter le tableau ci-dessous.

Grandeur physique	Unité de la grandeur		Valeur de la grandeur			
	Nom de l'unité	Symbole de l'unité	Notation décimale	Notation scientifique	Notation avec préfixe	Ordre de grandeur
Longueur	mètre	m	0, 000 000 000 05 m			
Masse	kilogramme	kg	88 kg			
Temps	seconde	s	9,58 s			
Energie	joule	J	587 000 000 000 000 J			
Tension électrique	volt	V	63 000 V			
Température	kelvin	K	273,16 K			

2 Conversions d'unités

Comparer les valeurs de deux grandeurs revient à calculer leur **quotient**.

Si ce quotient est plus grand que 1, il indique combien de fois la grandeur au numérateur est plus grande que celle au dénominateur.

S'il est plus petit que 1, il indique quelle fraction de la grandeur au dénominateur représente la grandeur au numérateur.

Exercice d'application 3 :

En aviation, le nombre de Mach (noté M) compare la vitesse d'un appareil volant à la vitesse du son.

La vitesse de propagation (ou célérité) du son est $c_{\text{son}} = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

1. Calculer la vitesse d'un avion de chasse qui se déplace à Mach 2.

En astrophysique des phénomènes extrêmes ou en physique des particules, on compare les vitesses à celle de la lumière dans le vide, qui vaut $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2. La vitesse d'un muon vaut $v = 298000000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. La comparer à la célérité de la lumière.

3. La vitesse v d'un trou noir sur son orbite lors de la coalescence de deux trous noirs est telle que $\frac{v}{c} = 0,5$. Calculer la vitesse de ce trou noir.

Pour comparer efficacement les valeurs de deux grandeurs de même nature, il faut les exprimer dans la même unité. On effectue au préalable une **conversion d'unité** sur l'une des deux pour l'exprimer dans l'unité de l'autre. Si on a utilisé des préfixes plutôt que l'écriture scientifique, on remplace ces préfixes par les puissances de 10 correspondantes afin de faciliter le calcul.

Exercice d'application 4 :

Un marathonien a parcouru 42 kilomètres. Convertir cette distance en mètre, en centimètre, puis en millimètre.

Les conversions d'unités d'aires et de volumes requièrent une attention accrue. En effet, un volume de 1 centimètre cube est en fait le volume d'un cube d'un centimètre de côté, ce qui donne $1 \text{ cm}^3 = 1(\text{cm})^3 \neq 1 \text{ c}(\text{m}^3) !$

Pour ne pas se tromper, deux méthodes fonctionnent bien :

- ▷ imaginer par la pensée le nombre de petits cubes (ou de carrés dans le cas d'une surface) à aligner dans chaque direction pour obtenir le gros cube (ou le gros carré) et faire la multiplication : comme $1\text{ m} = 100\text{ cm}$, 1 m^3 est obtenu en alignant 100 cubes de 1 cm^3 dans les trois directions, soit $100 \times 100 \times 100 = 1000000 = 10^6$ au total ;
- ▷ utiliser les opérations sur les puissances de 10 : $1\text{ cm}^3 = (10^{-2}\text{ m})^3 = (10^{-2})^3\text{ m}^3 = 10^{-6}\text{ m}^3$.

Certaines grandeurs sont obtenues comme des quotients de deux grandeurs. Par exemple, une vitesse est le quotient d'une distance et d'un temps.

On convertit alors séparément l'unité du numérateur et celle du dénominateur.

Exercice d'application 5 :

1. Rappeler la définition de la masse volumique d'un corps.
2. Rappeler l'ordre de grandeur de celle de l'eau liquide, en $\text{kg}\cdot\text{L}^{-1}$.
3. Convertir cette valeur en $\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$, en $\text{g}\cdot\text{L}^{-1}$, en $\text{g}\cdot\text{mL}^{-1}$ puis en $\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$.

Enfin, on utilise parfois des **unités pratiques**, qu'il suffit de remplacer par leur signification dans les conversions. En voici quelques exemples :

- ▷ l'angström : $1\text{ Å} = 10^{-10}\text{ m}$;
- ▷ le fermi : $1\text{ f} = 10^{-15}\text{ m}$;
- ▷ l'unité astronomique, qui représente la distance entre le Soleil et la Terre : $1\text{ u.a.} = 1,5 \times 10^{11}\text{ m}$;
- ▷ l'année-lumière, qui représente la distance parcourue par la lumière dans le vide en un an : $1\text{ a.l.} \approx 9,5 \times 10^{15}\text{ m}$;
- ▷ l'électron-volt, qui est la valeur absolue de l'énergie potentielle d'un électron soumis à une tension de 1 volt : $1\text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19}\text{ J}$;
- ▷ une tonne vaut $1\text{ t} = 1000\text{ kg}$;
- ▷ les températures en degré Celsius ($^{\circ}\text{C}$) sont décalées par rapport aux températures absolues en kelvin : $\theta(^{\circ}\text{C}) = \theta(\text{K}) - 273,15$;
- ▷ un litre est le volume occupé par un cube d'un décimètre de côté : $1\text{ L} = 1\text{ dm}^3$;
- ▷ la calorie est l'énergie nécessaire pour augmenter la température d'un gramme d'eau liquide de 1°C . Elle vaut $1\text{ cal} = 4,184\text{ J}$;
- ▷ le bar est une unité de pression telle que $1\text{ bar} = 10^5\text{ Pa}$;
- ▷ un tour désigne un angle plein dans le plan : $1\text{ tr} = 2\pi\text{ rad} = 360^{\circ}$.

Exercice d'application 6 :

1. Exprimer une année en seconde, puis une année-lumière en mètre.
2. Exprimer les grandeurs suivantes dans une unité pratique adaptée :
 - a. un atome d'uranium a un rayon de 175 pm ;
 - b. le noyau d'un atome d'uranium mesure $2,8 \times 10^{-14}\text{ m}$;
 - c. la planète Jupiter se situe à 778 millions de kilomètres du Soleil ;
 - d. l'étoile Proxima du Centaure est située à $4,017 \times 10^{16}\text{ m}$ de la Terre ;
 - e. un photon de lumière verte a une énergie $E = 3,7 \times 10^{-19}\text{ J}$;
 - f. un éléphant d'Afrique mâle pèse 6000 kg à l'âge adulte ;
 - g. le diazote est liquide à la température de 77 K ;
 - h. un aquarium d'eau de mer contient un volume d'eau salée de $0,7\text{ m}^3$;
 - i. consommer 100 g de cacahouètes apporte 2580 kJ ;
 - j. par beau temps, la pression atmosphérique peut valoir 1013 hPa ;