

CHAPITRE 4

Propagation d'un signal

En sciences expérimentales, on utilise souvent des **capteurs**, qui permettent d'enregistrer des **signaux**, autrement dit des **grandeurs physiques** dont la valeur varie au cours du temps.

Lorsqu'un signal se propage dans un milieu, il forme une **onde progressive**. Les **phénomènes ondulatoires** sont communs à tous les domaines de la physique : mécanique (propagation d'une perturbation sur une corde tendue), mécanique des fluides (vaguelettes à la surface d'un liquide), thermodynamique (propagation d'un son dans un gaz), électromagnétisme (ondes électromagnétiques), etc. C'est la raison pour laquelle tout.e physicien.ne est amené.e à les étudier.

Un capteur ne peut enregistrer l'évolution temporelle d'un état vibratoire qu'au lieu où il est placé. Pour étudier l'aspect spatial d'un phénomène ondulatoire, il faut donc soit disposer d'un ensemble de capteurs répartis dans la zone à étudier, soit que l'onde soit visualisable, ce qui permet de la photographier.

Dans ce chapitre, nous étudierons les caractéristiques des **signaux**, puis de la **propagation d'une onde** support d'un **signal** physique à transmettre. Nous ferons en particulier le lien entre les aspects spatiaux et temporels d'une onde progressive.

1 Signaux

1.1 Définition et exemples

1.1.1 Grandeur physique associée à un signal

En physique, on appelle **signal** une **grandeur physique** s qui dépend du temps. D'un point de vue mathématique, un signal est modélisé par une fonction de la variable temps, notée $s(t)$ de façon générique.

Remarque : on utilise la même notation $s(t)$ pour désigner la fonction s de la variable t (le signal) et la valeur de la fonction s à un instant t particulier (la **valeur instantanée** du signal). C'est le contexte qui permet de savoir de quoi on parle.

1.1.2 Exemples de signaux

▷ Les **signaux acoustiques** sont associés aux sons audibles ou inaudibles.

Il existe deux façons principales de les caractériser :

- Un son met en vibration la membrane d'un capteur (oreille humaine, microphone). Le déplacement de cette membrane au passage du son par rapport à sa position au repos est un signal mécanique $x(t)$. On peut observer sur l'écran d'un oscilloscope ou d'un ordinateur connecté au microphone une tension $u(t)$ proportionnelle à ce déplacement. Cette tension est un **signal électrique**.

- La **surpression** locale $p(t)$ représente en un point donné la différence de pression en présence d'un son et en l'absence de ce dernier. Elle peut être mesurée avec un manomètre, et transformée en une tension $u(t)$ qui lui est proportionnelle.

▷ Dans les circuits électriques et les systèmes électroniques, les **signaux électriques** sont par exemple une **tension** $u(t)$ ou l'**intensité** $i(t)$ d'un courant électrique.

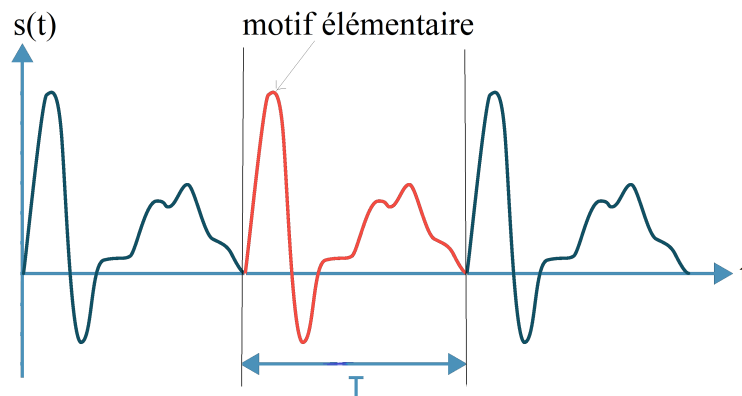
▷ Les **signaux électromagnétiques**, associés à la réception par une antenne ou un capteur d'une onde électromagnétique (lumière, onde radio, micro-onde, etc.), sont par exemple un champ électrique $\vec{E}(t)$ ou un champ magnétique $\vec{B}(t)$, tous deux de nature vectorielle, ou encore une intensité lumineuse $I(t)$.

1.2 Cas particulier des signaux périodiques

Un signal est **périodique** s'il se répète à l'identique à intervalles de temps réguliers.

1.2.1 Période et fréquence d'un signal périodique

La plus petite durée au bout duquel l'état vibratoire se répète est la **période** du signal $s(t)$, notée T . On détermine sa valeur graphiquement en repérant la durée d'un **motif élémentaire** temporel.



D'un point de vue mathématique, la périodicité se traduit par la relation :

$$s(t + T) = s(t),$$

qui indique que si le signal avait une valeur donnée à un instant t , il reprend la même valeur à l'instant $t + T$. Il en découle la propriété suivante, pour tout entier n :

$$s(t + nT) = s(t).$$

La **fréquence** d'un signal périodique désigne le nombre de fois qu'il se répète par unité de temps. Si la période T est exprimée en seconde, la fréquence f exprimée en hertz (avec $1\text{Hz} = 1\text{s}^{-1}$) se calcule grâce à la relation :

$$f = \frac{1}{T}.$$

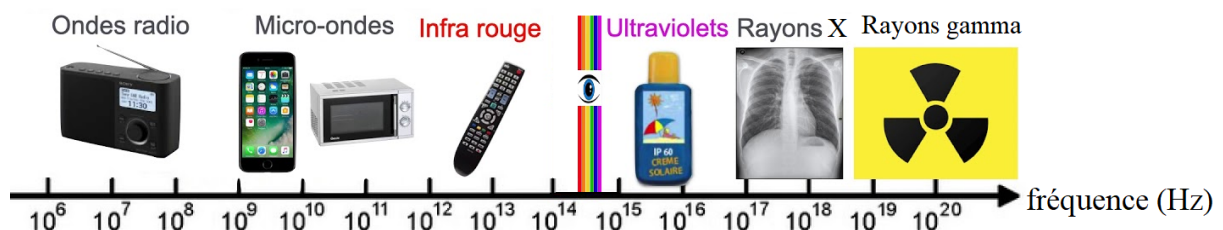
▷ Pour les signaux acoustiques, le domaine audible par l'oreille humaine correspond à des fréquences comprises entre 20 Hz et 20 kHz environ. Dans cet intervalle, la fréquence mesure la hauteur du son : plus elle est élevée, plus le son est aigu.



► Pour les signaux électromagnétiques, le domaine visible par l'œil humain correspond à des fréquences comprises entre 4×10^{14} Hz et 8×10^{14} Hz environ. Dans cet intervalle, la fréquence code la couleur de la lumière.

On retiendra quelques ordres de grandeur :

- ligne à haute tension, four à induction : $f \sim 10^2$ Hz ;
- radio AM : $f \sim 10^6$ Hz = 1 MHz ;
- radio FM, IRM, RMN : $f \sim 10^8$ Hz = 100 MHz ;
- téléphonie mobile : $f \sim 10^9$ Hz = 1 GHz ;
- radar, satellite, four à micro-ondes : $f \sim 10^{10}$ Hz = 10 GHz ;
- appareil de chauffage : $f \sim 10^{14}$ Hz ;
- lampe de bronzage : $f \sim 10^{16}$ Hz.



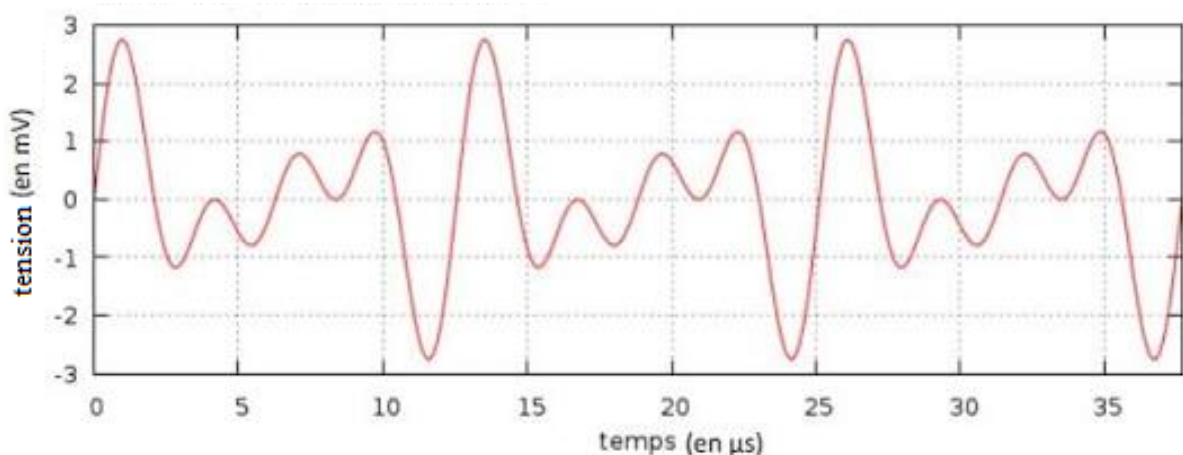
Exercice d'application 1 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Mesurer une période ou une fréquence.

Pour chasser, un dauphin émet une onde acoustique, qui se réfléchit sur ses proies et les solides qui l'environnent. La durée qui sépare l'émission de la réception du signal acoustique le renseigne sur la distance qui le sépare des obstacles.

Le signal acoustique émis par un dauphin a été enregistré par un microphone puis converti en un signal électrique qui lui est proportionnel :



1. Justifier que ce signal est périodique.
2. Déterminer la valeur de sa période T , aussi précisément que possible.
3. En déduire la valeur de sa fréquence f . Commenter.

1.2.2 Signaux sinusoïdaux

Certains signaux, comme la tension électrique du secteur, sont **sinusoïdaux** : leur graphe à la même forme que celui de la fonction cosinus (ou sinus). Plus précisément, il peut être obtenu en dilatant horizontalement et verticalement celui de la fonction cosinus, et en le translatant horizontalement.

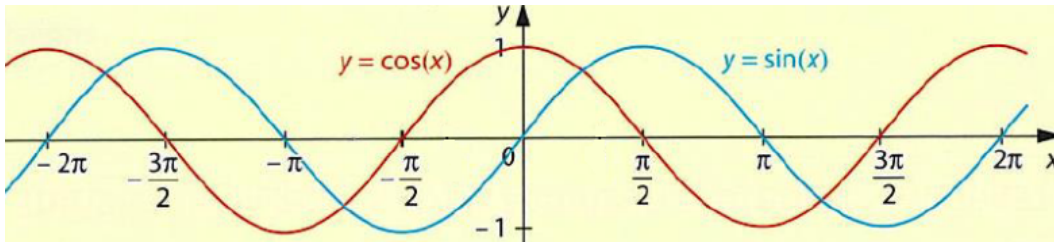


FIGURE 1 – Représentation graphique des fonctions cosinus et sinus

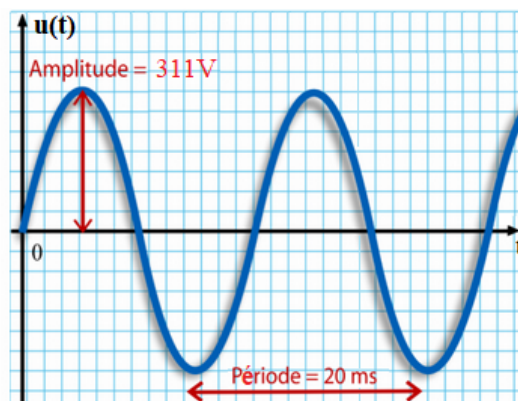


FIGURE 2 – Représentation graphique de la tension $u(t)$ du secteur

Ainsi, l'expression mathématique d'un **signal sinusoïdal** est de la forme :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi).$$

où $\cos$ désigne la fonction cosinus. Elle fait intervenir trois paramètres : A , ω et ϕ .

Pour visualiser leur effet, on peut s'appuyer sur une simulation numérique disponible en ligne : <https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/sinus.php>

► A est l'**amplitude** du signal. Quand l'amplitude augmente, la valeur maximale prise par le signal augmente car $s(t) \in [-A; A]$.

De manière générale, si on note $s_{\max}$ et $s_{\min}$ les valeurs maximale et minimale prises par un signal, alors son amplitude est définie par la relation

$$A = \frac{s_{\max} - s_{\min}}{2}.$$

▷ ω (lettre grecque "oméga" minuscule) est la **pulsation** du signal (en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$). Quand la pulsation augmente, la période diminue et le signal se répète plus souvent.

Pour que la période vaille T (au lieu de 2π pour la fonction cosinus), il faut faire en sorte que $s(t+T) = s(t)$ pour chaque instant t . Cela impose à la pulsation ω de vérifier :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f,$$

et conduit à trois expressions équivalentes d'un signal sinusoïdal :

$$s(t) = A \cos(\omega t + \phi) = A \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \phi\right) = A \cos(2\pi f t + \phi).$$

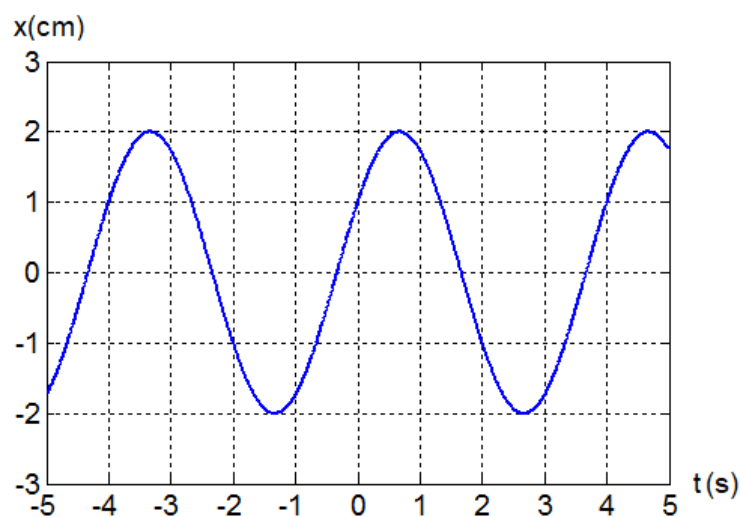
▷ ϕ (lettre grecque minuscule qui se prononce "phi") est la **phase à l'origine** du signal. Modifier sa valeur permet de décaler temporellement le signal : si ϕ augmente, la courbe "recule" en bloc.

Une variation de la phase à l'origine de 2π radians décale le signal d'une période, ce qui en pratique est indétectable. C'est pourquoi on impose parfois $\phi \in]-\pi; \pi]$.

Exercice d'application 2 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Caractériser l'évolution en utilisant les notions d'amplitude, de phase à l'origine, de période, de fréquence, de pulsation.



On enregistre le signal sinusoïdal ci-dessus, qui représente le déplacement du centre de masse d'un objet accroché à un ressort vertical, par rapport à sa position d'équilibre O, le long de l'axe (Ox).

1. Déterminer son amplitude, sa période, sa fréquence, sa pulsation et sa phase à l'origine.
2. Écrire explicitement l'expression mathématique de ce signal.

1.2.3 Intérêt du modèle du signal sinusoïdal

Certains signaux sont très bien modélisés par des signaux sinusoïdaux, par exemple :

- ▷ la tension électrique aux bornes d'un générateur de signaux basse fréquence (GBF), couramment utilisé dans les montages en électronique ;
- ▷ le champ électrique ou magnétique associé à l'onde lumineuse émise par un laser polarisé ;
- ▷ la surpression associée à un son pur, par exemple la note la_3 ($f = 440\text{Hz}$) obtenue avec un diapason ;
- ▷ certains signaux associés à des systèmes oscillants non amortis.

Toutefois, la raison profonde pour laquelle on attribue tant d'importance aux signaux sinusoïdaux est un théorème : un signal périodique quelconque peut être décomposé en une somme, éventuellement infinie, de signaux sinusoïdaux (une **série de Fourier**).

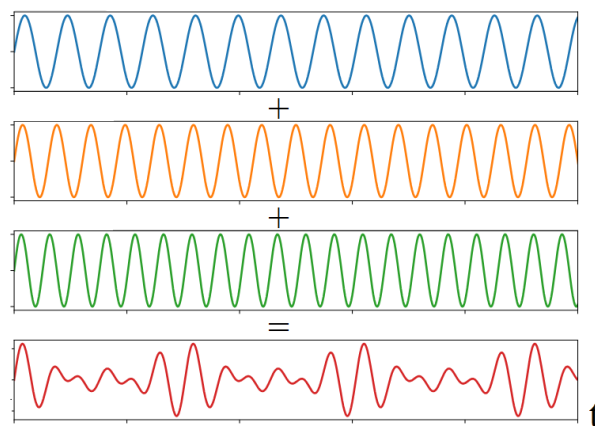
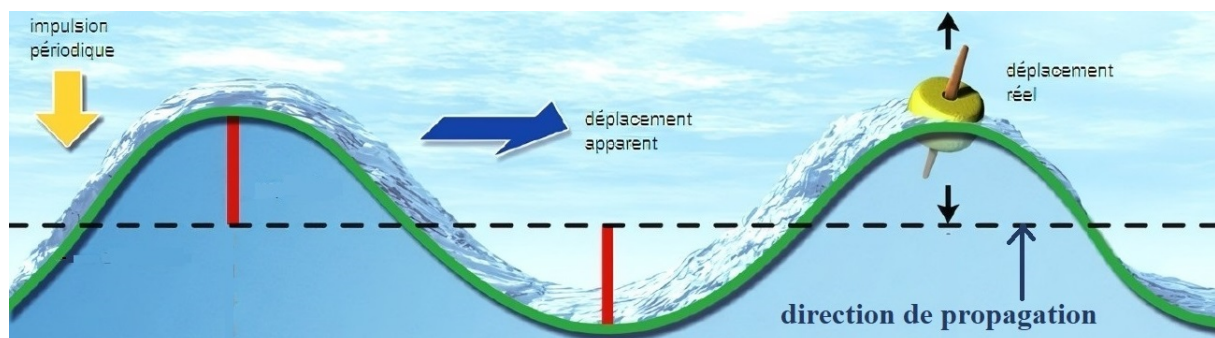


FIGURE 3 – Décomposition d'un signal périodique en somme de signaux sinusoïdaux

2 Ondes progressives

2.1 Ondes, phénomènes de transport de signaux

Le mot **onde** est issu du latin unda qui désigne une eau qui se déplace en se soulevant et en s'abaissant. Il se traduit en anglais par wave, hérité de l'ancien scandinave pour désigner la houle formée par le vent à la surface de la mer ou d'un lac.



Les vagues schématisées ci-dessus sont caractérisées par la propagation d'un mouvement oscillatoire de la surface de l'eau par rapport à un niveau de référence, qu'on pourrait modéliser par un signal sinusoïdal.

Elles sont **transversales**, comme les ondes le long d'une corde ou les ondes sismiques de type S : la direction de vibration (ici, verticale) est orthogonale à la direction de propagation (ici, horizontale).

Il existe aussi des **ondes longitudinales**, comme les ondes le long d'un ressort en compression, les ondes sismiques de type P, ou encore les ondes acoustiques : les vibrations ont lieu dans la même direction que celle de propagation.

Ces **ondes mécaniques** nécessitent toutes un milieu matériel pour se propager.

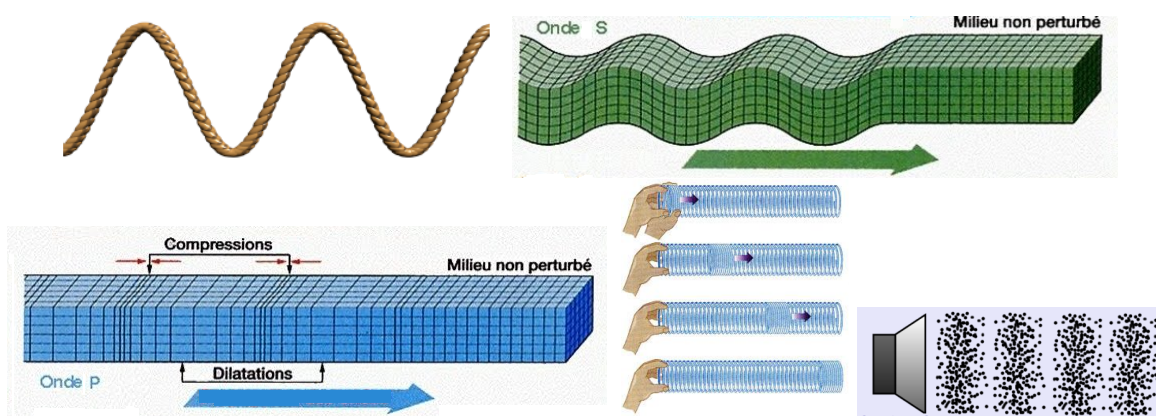


FIGURE 4 – Exemples d'ondes mécaniques

Les **ondes électromagnétiques**, qui désignent le phénomène de propagation simultanée d'un champ électrique $\vec{E}$ et d'un champ magnétique $\vec{B}$, sont une autre grande catégorie d'ondes. Elles sont transversales. Contrairement aux ondes mécaniques, elles peuvent aussi se propager dans le vide.

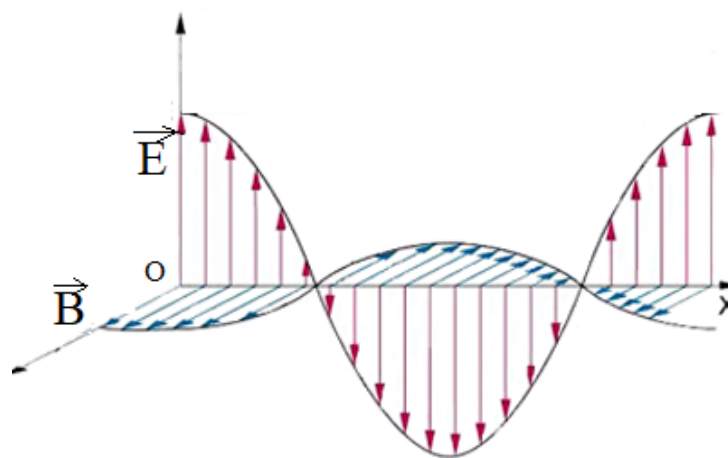


FIGURE 5 – Représentation spatiale d'une onde électromagnétique de direction de propagation (Ox)

2.2 Ondes progressives

2.2.1 Définition et hypothèses de travail

Une **onde progressive** désigne la propagation de proche en proche d'une vibration, sans déplacement global de matière mais accompagnée d'un transport d'énergie.

La valeur du signal s associé à la vibration qui se propage dépend à la fois du point M de l'espace où on la mesure (aspect spatial), et de l'instant t où a lieu cette mesure (aspect temporel).

Pour limiter au maximum les difficultés mathématiques, on s'intéresse uniquement à une **propagation unidimensionnelle** selon un axe (Ox), de sorte que l'onde est décrite mathématiquement par une **fonction de deux variables** $s(x, t)$, où x désigne la coordonnée du point M le long de l'axe (Ox) et t le temps.

On fera aussi les hypothèses d'une propagation :

- ▷ **linéaire** : la fréquence du signal, s'il est périodique, se conserve au cours de la propagation (elle ne change pas de valeur) ;
- ▷ **non dispersive** : comme la **célérité** (vitesse de propagation) ne dépend pas de la fréquence, l'allure spatiale de l'onde ne se déforme pas au cours de sa propagation.

Nous admettrons par ailleurs que si le milieu de propagation est **homogène**, la propagation a lieu à célérité constante. Par exemple, dans l'air le son se propage à une célérité proche de $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, et dans le vide une onde électromagnétique se propage avec une célérité de $3,00 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

2.2.2 Représentations graphiques et lien entre aspects spatiaux et temporels

Pour représenter graphiquement l'onde $s(x, t)$, on peut par exemple tracer :

- $s(t)$ à x fixé. Cela revient à placer un capteur au point d'abscisse x et à visualiser le signal enregistré par ce capteur sur un écran.
- $s(x)$ à t fixé. C'est comme si un réseau de capteurs synchronisés était implanté sur la trajectoire de l'onde sans la perturber, ou si on photographiait l'onde vue de côté.

Pour une onde progressive, ces deux représentations sont intimement liées.

Supposons que l'onde est émise au point O (origine de l'axe (Ox)) et que le signal correspondant est décrit par la fonction $f(t) = s(0, t)$.

Cette onde parvient au point M d'abscisse x avec un certain **retard** lié à la propagation, qui correspond à la durée Δt mise par l'onde pour se propager de O à M. Comme l'onde se propage à vitesse constante c , le retard temporel Δt s'écrit, pour $x > 0$ (propagation dans le sens de l'axe) : $\Delta t = \frac{x}{c}$.

Par conséquent, l'onde au point M à l'instant t prend la même valeur qu'au point O à l'instant antérieur $t - \Delta t$, ce qui se traduit mathématiquement par cette suite d'égalités :

$$s(x, t) = s(0, t - \Delta t) = s\left(0, t - \frac{x}{c}\right) = f\left(t - \frac{x}{c}\right).$$

En reprenant le raisonnement précédent, on peut montrer que si l'onde se propage en sens inverse de l'orientation de l'axe (Ox), soit vers les x décroissants, alors

$$s(x, t) = f\left(t + \frac{x}{c}\right).$$

Enfin, plutôt que d'exprimer les ondes progressives comme des fonctions de la variable $t \pm \frac{x}{c}$, on peut raisonner sur les variables $x \pm ct$, qui ont la dimension d'une longueur (la fonction f est alors remplacée par une autre fonction g).

Ainsi, les aspects spatiaux et temporels sont intimement liés, et une onde progressive peut s'écrire sous la forme d'une fonction :

- ▷ $f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ ou $g(x - ct)$ si elle se propage dans le sens positif de l'axe (Ox) ;
- ▷ $f\left(t + \frac{x}{c}\right)$ ou $g(x + ct)$ si elle se propage dans le sens négatif de l'axe (Ox).

Notons enfin qu'il existe aussi des méthodes pour visualiser les deux aspects (spatial et temporel) simultanément :

- ▷ On peut par exemple superposer des représentations de $s(x, t_i)$ à différents instants t_i pour obtenir l'équivalent d'une chronophotographie, ou les faire défiler pour obtenir un film : https://phyanim.sciences.univ-nantes.fr/Ondes/general/evolution_temporelle.php
- ▷ On peut aussi travailler sur une représentation graphique tridimensionnelle, avec un axe temporel, un axe spatial, et un axe représentant la valeur de l'onde.

Exercice d'application 3 :

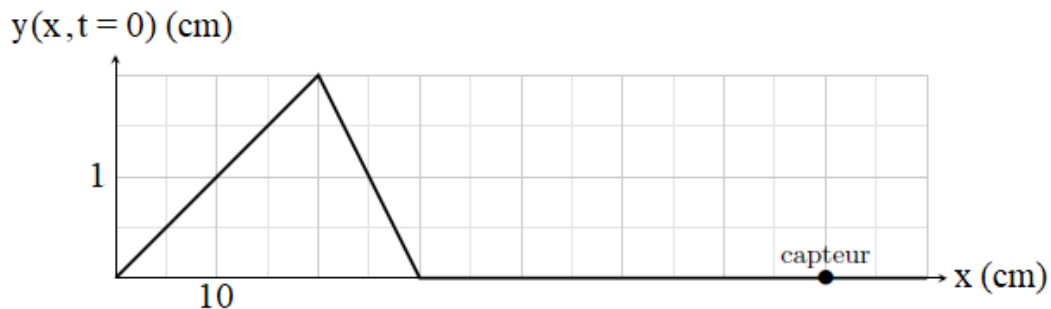
CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution temporelle à position fixée.

On donne ci-dessous la représentation spatiale à l'instant $t = 0$ d'une onde progressive le long d'une corde (le modèle retenu est simpliste).

Elle se propage dans le sens des x croissants, sa célérité vaut $c = 20 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Un capteur est situé à la position $x_c = 70 \text{ cm}$.



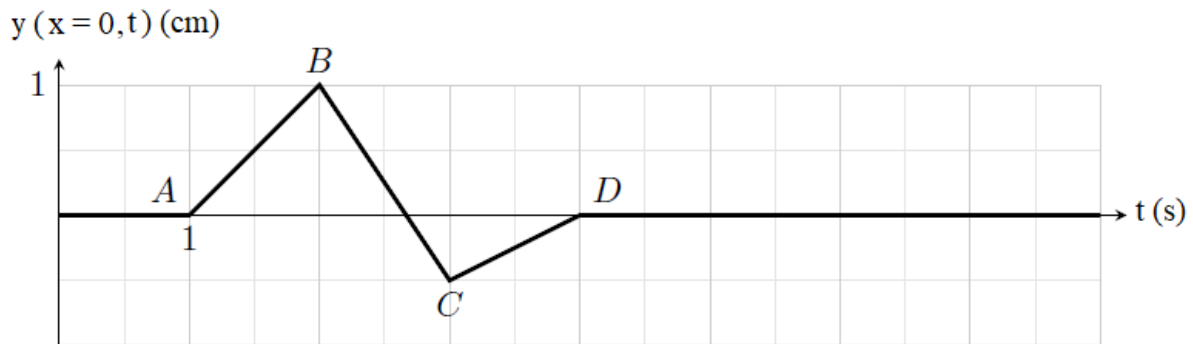
1. Déterminer à quel instant t_c le **front d'onde** (point le plus avancé atteint par l'onde) arrive au niveau du capteur.
2. Déterminer la durée Δt pendant laquelle on observe une perturbation en un point donné au passage de l'onde.
3. Construire la représentation temporelle de l'onde au point x_c . Commenter.

Exercice d'application 4 :

CAPACITÉ TRAVAILLÉE :

Prévoir, dans le cas d'une onde progressive, l'évolution spatiale à un instant donné.

Ci-dessous est donnée la représentation temporelle à la position $x = 0$ d'une onde progressive. Elle se propage dans le sens des x croissants, à la célérité $c = 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.



1. Déterminer la largeur spatiale Δx de la perturbation.
2. Construire la représentation spatiale de l'onde à l'instant $t = 7,0$ s. Commenter.

3 Ondes progressives sinusoïdales

3.1 Propagation d'un signal sinusoïdal

Une **onde progressive sinusoïdale** est un cas particulier d'onde progressive pour lequel la fonction f de l'expression $s(x, t) = f\left(t - \frac{x}{c}\right)$ est sinusoïdale : $f(t) = A \cos(\omega t + \phi)$.

Ainsi, si elle se propage vers les x croissants, son expression mathématique est :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi),$$

où on a posé $k = \frac{\omega}{c}$. Physiquement, k représente la norme du **vecteur d'onde**, $\vec{k} = k\vec{u}$, avec $\vec{u}$ un vecteur unitaire de la direction de propagation (soit ici, $\vec{u} = \vec{u}_x$).

On appelle **phase** d'une onde sinusoïdale la grandeur $\Phi = \omega t - kx + \phi$.

3.2 Double périodicité d'une onde sinusoïdale

Une onde sinusoïdale possède une périodicité :

- ▷ temporelle : en un point d'abscisse x fixée, le signal est sinusoïdal donc périodique, sa **période** (temporelle) vaut $T = \frac{2\pi}{\omega}$;
- ▷ spatiale : à un instant donné t , la représentation spatiale de l'onde est sinusoïdale, et possède une période (spatiale) :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}.$$

On appelle **longueur d'onde** cette grandeur λ (lettre grecque "lambda"), qui représente la plus petite distance sur laquelle l'onde se répète identique à elle-même à un instant fixé. On peut la déterminer graphiquement sur le graphe de $s(x)$, en mesurant la longueur d'un motif élémentaire spatial.

Ainsi, une onde sinusoïdale possède une double périodicité, à la fois spatiale et temporelle.

L'expression mathématique d'une onde sinusoïdale se propageant dans le sens de l'axe (Ox) peut être mise sous une des trois formes équivalentes suivantes :

$$s(x, t) = A \cos(\omega t - kx + \phi) = A \cos\left(2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) + \phi\right) = A \cos(2\pi(ft - \sigma x) + \phi),$$

la dernière faisant apparaître le **nombre d'onde** σ (cette lettre grecque se prononce "sigma"), qu'on peut interpréter comme la fréquence spatiale de l'onde.

3.3 Célérité d'une onde sinusoïdale

Pour une onde progressive sinusoïdale, il existe un lien entre la longueur d'onde λ , la période T et la célérité c :

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda f.$$

Cette relation traduit le fait que chaque fois qu'une période T s'écoule, une onde sinusoïdale se propage sur une distance égale à la longueur d'onde λ .

Elle découle de la **relation de dispersion** :

$$k = \frac{\omega}{c}.$$

3.4 Bilan des analogies temps-espace

On a mis en évidence dans les paragraphes précédents un certain nombre d'analogies entre les aspects spatiaux et temporels pour une onde progressive sinusoïdale :

Temps	période T	fréquence $f = \frac{1}{T}$	pulsation $\omega = \frac{2\pi}{T}$
Espace	longueur d'onde λ	nombre d'onde $\sigma = \frac{1}{\lambda}$	norme du vecteur d'onde $k = \frac{2\pi}{\lambda}$