

TD5 : Phénomènes ondulatoires

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

- ▷ Reconnaître une avance ou un retard de phase. Passer d'un décalage temporel à un déphasage et inversement : TLB1.
- ▷ Repérer précisément le passage par un déphasage de 0 ou π en mode XY : ex1.
- ▷ Identifier une ellipse avec sa représentation paramétrique ($x = a \cos(\omega t)$, $y = b \cos(\omega t - \phi)$) et la tracer dans les cas particuliers $\phi = 0$, $\phi = \pi/2$ et $\phi = \pi$: ex1.
- ▷ Exprimer les conditions d'interférences constructives ou destructives : TLB2,5, ex3.
- ▷ Utiliser la relation $\theta \simeq \frac{\lambda}{a}$ entre l'échelle angulaire du phénomène de diffraction et la taille caractéristique de l'ouverture : TLB3,4, ex2.
- ▷ Utiliser l'expression reliant l'énergie d'un photon à la fréquence : ex4.
- ▷ Caractériser une source lumineuse par son spectre. Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur : ex2,4.
- ▷ Relever des longueurs d'onde sur un spectre : ex4.

1 Questions de cours

QC1 : Déphasage entre deux signaux sinusoïdaux de même pulsation ; valeurs particulières

QC2 : Diffraction ; conditions d'observation

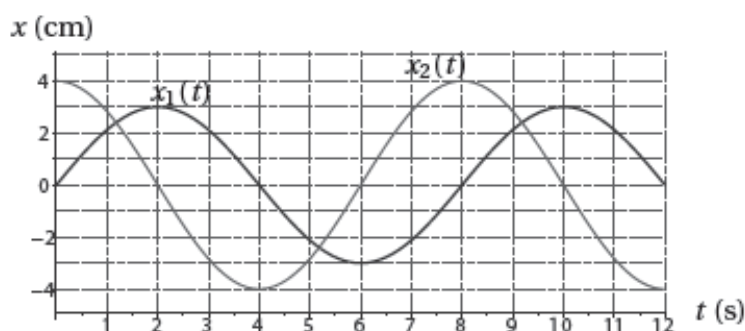
QC3 : Interférences constructives ou destructives ; conditions d'observation

QC4 : Modélisations de la lumière

2 Tester les bases

TLB1 : Déphasage entre deux signaux sinusoïdaux

On représente graphiquement les signaux d'équation $x_1(t) = X_1 \sin(\omega t)$ et $x_2(t) = X_2 \cos(\omega t)$, qui correspondent chacun à la position algébrique d'un point d'un objet oscillant sans amortissement le long d'un axe (Ox) par rapport à sa position d'équilibre O.

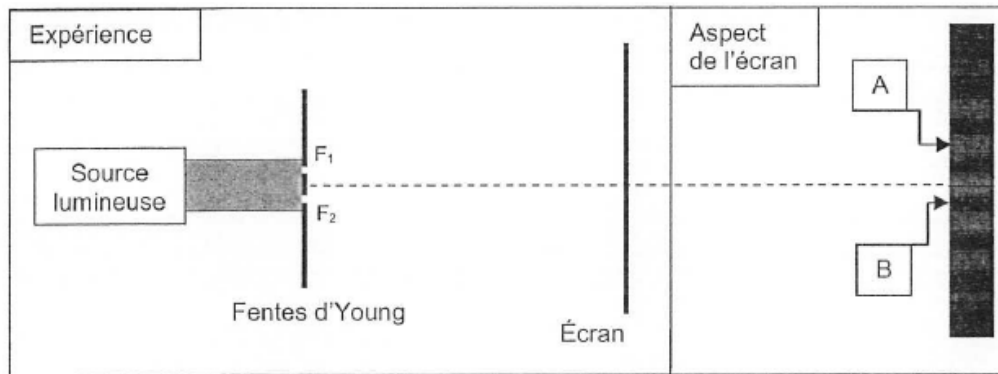


1. Déterminer la période T ainsi que les amplitudes X_1 et X_2 des signaux $x_1(t)$ et $x_2(t)$.
2. Déterminer si le signal $x_2(t)$ est en avance ou en retard de phase par rapport à $x_1(t)$.
3. Calculer le déphasage du signal $x_2(t)$ par rapport au signal $x_1(t)$, en radian puis en degré.

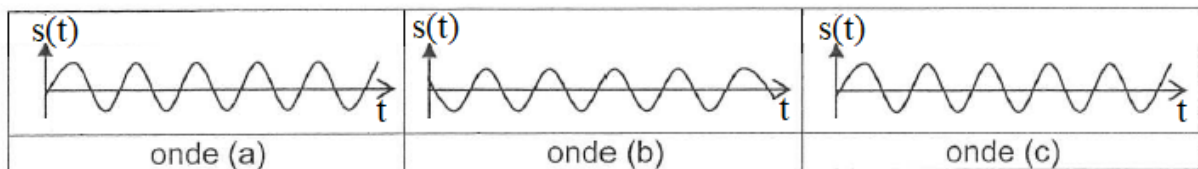
TLB2 : Expérience des fentes d'Young

Dans le dispositif des fentes d'Young, on éclaire deux fentes F_1 et F_2 fines et parallèles à l'aide d'un laser, qui est modélisé par une source lumineuse directive et monochromatique. On observe sur un écran une alternance de franges brillantes et de franges sombres.

L'aspect de l'écran vu de face, quand l'expérience est réalisée dans un environnement sombre, est représenté ci-dessous à droite :



1. Qualifier les interférences en A et en B sur l'écran.
2. Ci-dessous sont représentées les évolutions temporelles du signal $s(t)$ associé à trois ondes (a), (b) et (c) au niveau d'un point de l'écran. Choisir, en justifiant, les deux ondes qui interfèrent en A et les deux ondes qui interfèrent en B.



TLB3 : Acoustique d'une salle de spectacle

Une salle de concert est généralement un espace clos. Cependant, si sa porte est ouverte, le concert peut être entendu par une personne située à l'extérieur, même lorsque l'orchestre reste hors de sa vue.

En se plaçant devant la porte, on peut entendre toute la gamme des sons. Cependant, si on se place sur le côté, on entend surtout les sons graves, et très peu les sons aigus.

Dans les questions suivantes on s'intéresse au phénomène de diffraction d'ondes sonores sinusoïdales. On modélise la situation décrite ci-dessus par le schéma suivant :

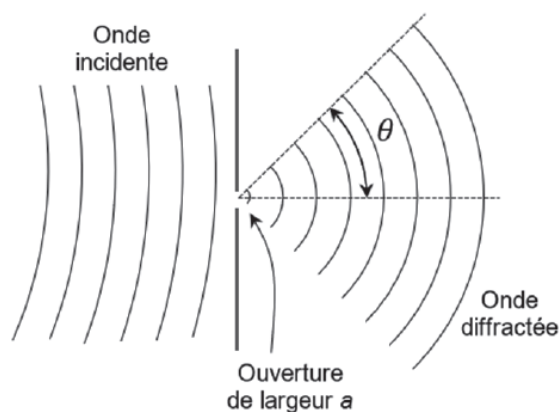


FIGURE 1 – Diffraction d'une onde sonore par une ouverture de largeur a

On rappelle que l'expression de l'angle θ caractéristique de la diffraction en fonction de la largeur de l'ouverture, notée a , et de la longueur d'onde λ de l'onde sonore est : $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$.

1. Montrer que l'expression de l'angle d'ouverture θ en fonction de la largeur de l'ouverture a , de la fréquence f de l'onde et de sa vitesse de propagation c est : $\theta = \arcsin\left(\frac{c}{f \times a}\right)$, où $\arcsin$

désigne la fonction arcsinus, fonction réciproque de la fonction sinus.

Deux ondes sonores sont produites par un orchestre. Elles sont caractérisées par deux fréquences typiques : $f_1 = 440 \text{ Hz}$ et $f_2 = 4 \times f_1 = 1760 \text{ Hz}$.

2. Calculer les angles θ_1 et θ_2 correspondant respectivement aux fréquences f_1 et f_2 .

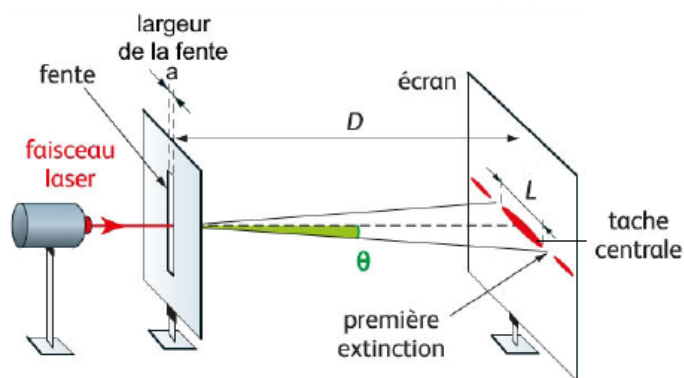
3. Schématiser de façon cohérente la situation, en représentant les angles correspondants θ_1 et θ_2 après passage du son par l'ouverture. Commenter alors la phrase : « Cependant, si on se place sur le côté, on entend surtout les sons graves, et très peu les sons aigus ».

Données :

- fréquences f audibles par l'oreille humaine : $20 \text{ Hz} < f < 20 \text{ kHz}$;
- célérité dans l'air d'une onde sonore ou ultrasonore $c = 343 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ à 20°C ;
- largeur de la porte de l'auditorium : $a = 1,0 \text{ m}$.

TLB4 : Mesure de la longueur d'onde d'un laser

Le montage schématisé ci-dessous, qui permet d'étudier la diffraction par une fente rectangulaire d'une onde lumineuse émise par un laser, est réalisé avec une fente de largeur connue.



Une série de mesures est effectuée avec une distance $D = (1800 \pm 2) \text{ mm}$ entre la fente et l'écran. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau suivant :

$a \text{ (}\mu\text{m)}$	30	40	60	80	100	150	200
$L \text{ (mm)}$	77	59	40	30	24	16	12

Données :

- approximations des petits angles, exprimés en radians : $\sin(\theta) \simeq \theta$ et $\tan(\theta) \simeq \theta$;
- relation théorique entre l'angle de diffraction θ et la valeur de la largeur a de la fente : $\sin(\theta) = \frac{\lambda}{a}$;
- accord d'une mesure avec une valeur de référence : on compare, le cas échéant, le résultat d'une mesure x à une valeur de référence $x_{\text{réf}}$ en utilisant le quotient $z = \frac{|x - x_{\text{réf}}|}{u(x)}$ où $u(x)$ est l'incertitude-type associée au résultat. Si $z \leq 2$, on considère que le résultat de la mesure est en accord avec la valeur de référence.

1. En vous appuyant sur un raisonnement géométrique et l'approximation des petits angles, exprimer l'angle de diffraction θ en fonction de la largeur L de la tache centrale et de la distance D . Compléter alors le tableau avec une troisième ligne contenant la valeur de l'angle θ en radian.

Un script écrit en langage python permet de tracer $\theta = f(1/a)$. On obtient la figure ci-dessous dans laquelle θ est noté θ et $1/a$ est noté inv_a :

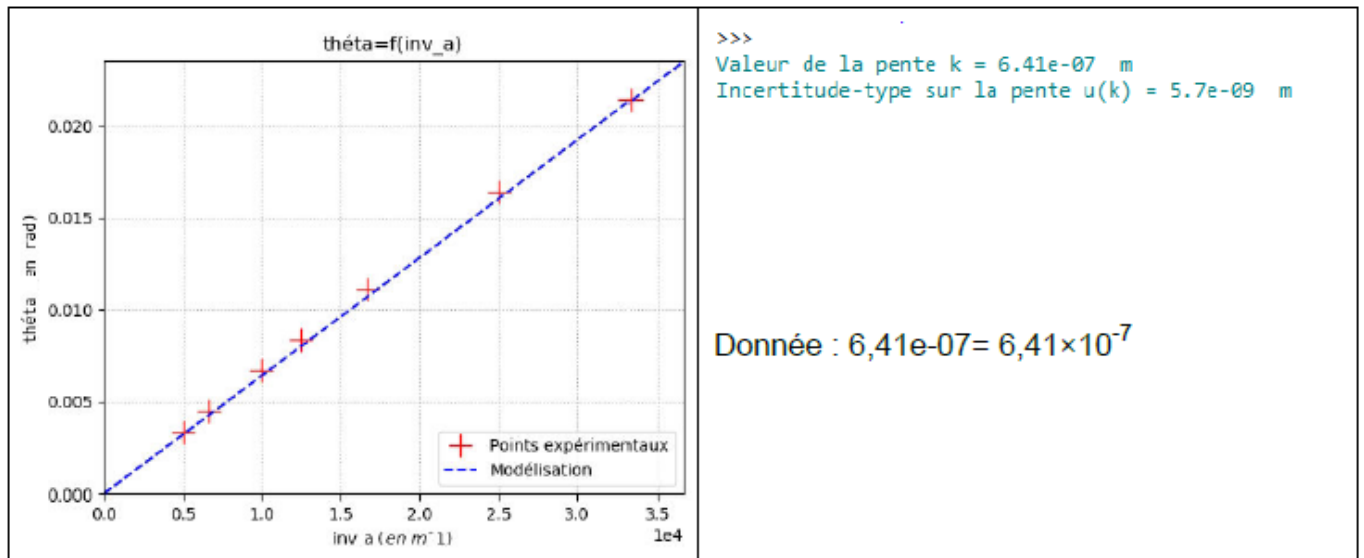


FIGURE 2 – Gauche : tracé de $\theta = f(1/a)$; droite : indication de la console

2. Justifier, dans le cadre de l'approximation des petits angles, que la pente de la droite modèle est égale à la longueur d'onde λ du laser utilisé.
3. Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ du laser. En déduire la couleur de la lumière qu'il émet.
4. Déterminer si la valeur de λ mesurée est en accord avec la longueur d'onde $\lambda_{\text{réf}} = 650$ nm indiquée sur la notice fournie par le constructeur.

TLB5 : Interférences entre ondes ultrasonores

Pour étudier le phénomène d'interférences entre ondes ultrasonores, on utilise le dispositif ci-dessous, dans lequel les deux émetteurs d'ultrasons sont reliés à un même générateur.

La distance latérale entre les deux émetteurs E_1 et E_2 a pour valeur $e = 15$ cm. La distance commune entre les émetteurs et l'axe (Ox) sur lequel se déplace le récepteur a pour valeur $D = 50$ cm.

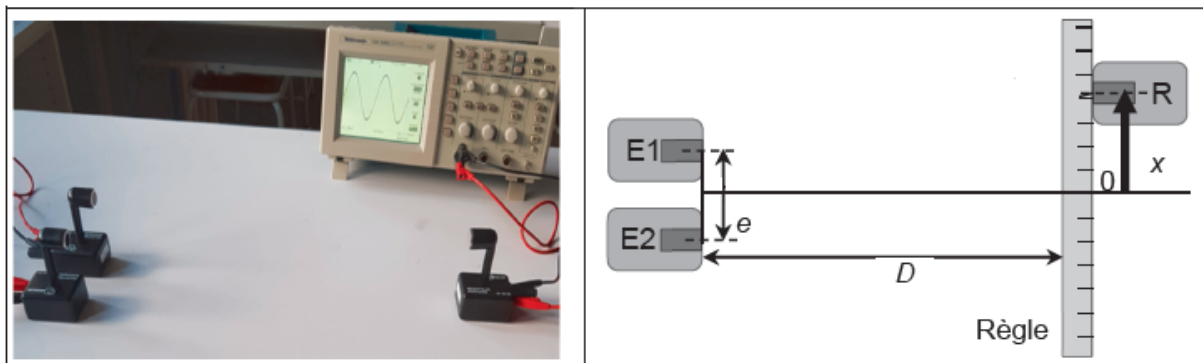


FIGURE 3 – Dispositif expérimental d'étude des interférences d'ondes ultrasonores

On relève la tension délivrée par le récepteur en fonction de la position du récepteur repérée par son abscisse x et on repère la position des maxima.

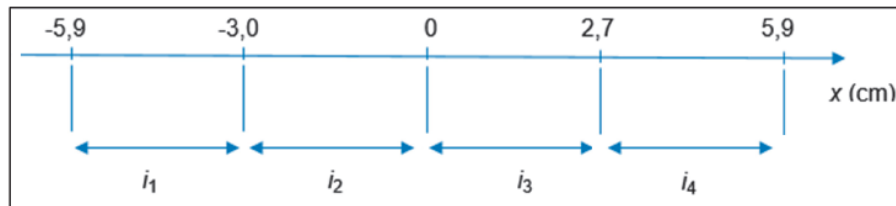


FIGURE 4 – Position expérimentale des maxima de tension ; interfranges i_1 à i_4

1. Relever les valeurs des interfranges et calculer leur moyenne i .
2. Rappeler la définition de la différence de chemin δ au niveau du récepteur entre les ondes émises par les deux émetteurs. Rappeler la condition portant sur δ et la longueur d'onde λ des ondes ultrasonores pour observer des interférences constructives au point R.

Par un raisonnement géométrique dans l'approximation des petits angles, on peut montrer que la différence des distances entre chaque émetteur et le récepteur vérifie :

$$E_2R - E_1R \approx \frac{ex}{D}.$$

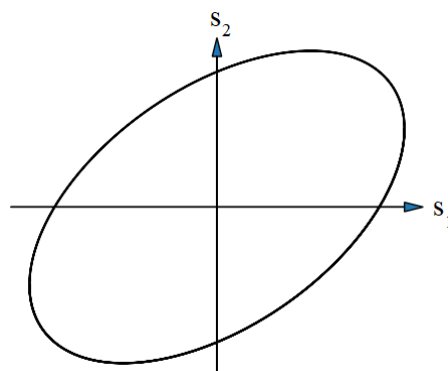
3. En déduire une condition d'interférences constructives portant sur x , puis que la distance entre deux maxima de tension consécutifs (l'interfrange) s'écrit $i = \frac{\lambda D}{e}$.
4. En déduire la valeur de la fréquence des signaux délivrés par les émetteurs. Commenter.

3 Exercices

Exercice 1 : Déphasage en mode XY

Un **oscilloscope bicourbe** permet d'afficher simultanément à l'écran deux signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$, lorsqu'il est réglé en mode temporel. On peut aussi le régler en **mode XY** pour observer le signal s_2 en fonction du signal s_1 : $s_2(s_1)$.

Pour deux signaux sinusoïdaux de même fréquence, un choix particulier d'origine des temps permet d'écrire $s_1(t) = A_1 \cos(\omega t)$ et $s_2(t) = A_2 \cos(\omega t + \Delta\phi)$, où $\Delta\phi$ est le déphasage du signal $s_2(t)$ par rapport au signal $s_1(t)$. Il s'agit de la **représentation paramétrique** d'une **ellipse**, dont la représentation graphique est par exemple :



Pour certaines valeurs de déphasage, on observe que la courbe observée en mode XY a une allure particulière. Nous allons le justifier ci-dessous.

1. Rappeler comment on qualifie les signaux s_2 et s_1 lorsque le déphasage s'annule. Exprimer $s_2(t)$ et $s_1(t)$ et montrer que $s_2(s_1)$ a une expression simple. En déduire que la courbe observée en mode XY est un segment de droite avec une pente positive.

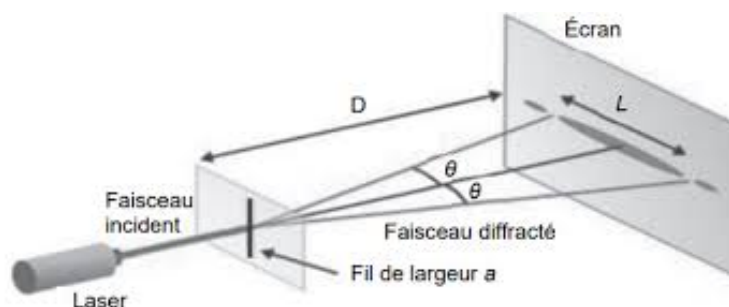
2. Rappeler comment on qualifie les signaux s_2 et s_1 lorsque le déphasage vaut π ($\Delta\phi = \pi$). Montrer alors que $s_2(s_1)$ a une expression simple. En déduire que la courbe observée en mode XY est un segment de droite avec une pente négative.

3. Expliquer comment le mode XY permet de repérer avec précision un déphasage $\Delta\phi = 0$ ou $\Delta\phi = \pi$.

4. On suppose à présent que $A_1 = A_2$. Exprimer s_2 dans le cas particulier où $\Delta\phi = \pi/2$ et utiliser une relation de trigonométrie pour remplacer la fonction cosinus par une fonction sinus. En utilisant la propriété $\cos^2 + \sin^2 = 1$, montrer qu'en mode XY on observe un cercle.

Exercice 2 : Diamètre d'une corde de guitare

On cherche à mesurer le diamètre d'une corde de guitare afin de vérifier l'indication portée par sa pochette : ".004 inch". Pour ce faire, on utilise le montage de diffraction d'ondes lumineuses par un fil schématisé ci-dessous.



Lors de l'expérience, on intercale successivement cinq fils calibrés (de diamètres a connus) sur le trajet d'un faisceau laser de longueur d'onde λ . Sur un écran blanc placé à une distance D du fil utilisé, on observe une figure de diffraction : L représente la largeur de la tache centrale de diffraction et θ l'angle caractéristique de la diffraction.

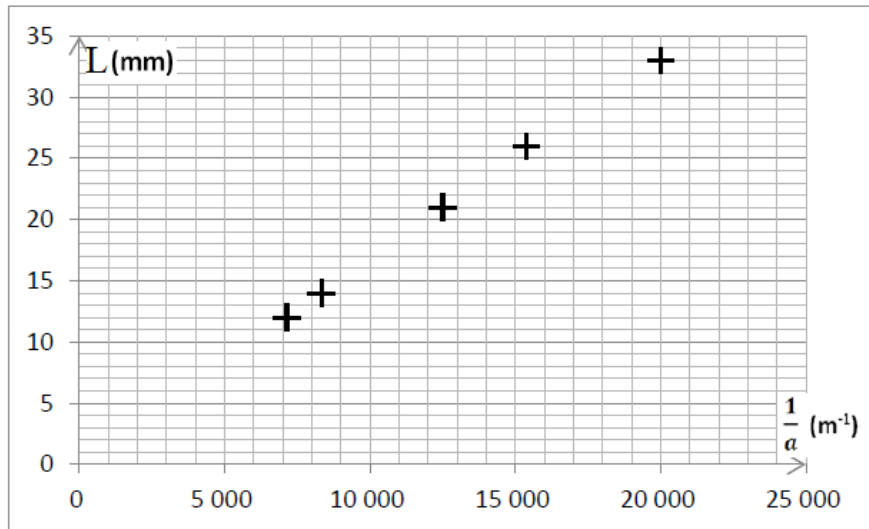
Données :

- approximations des petits angles, exprimés en radians : $\sin(\theta) \simeq \theta$ et $\tan(\theta) \simeq \theta$, où $\sin$ désigne la fonction sinus et $\tan$ la fonction tangente ;
- le résultat d'une mesure est considéré en accord avec une valeur de référence si la valeur de l'**écart normalisé** $z = \frac{|x - x_{\text{ref}}|}{u(x)}$ est inférieure ou égale à 2, avec x la valeur mesurée, x_{ref} la valeur de référence et $u(x)$ l'**incertitude-type**.

1. Rappeler l'expression approchée de l'angle de diffraction θ en fonction de la longueur d'onde λ du laser et de l'épaisseur a du fil.

2. Comme l'angle caractéristique de diffraction est petit, la largeur de la tache centrale de diffraction peut s'exprimer sous la forme : $L = k \frac{1}{a}$. Déterminer l'expression de la constante k en fonction de D et λ .

3. La figure ci-après représente $L = f(1/a)$. Déterminer graphiquement la valeur de la constante k en m^2 .



Afin d'en mesurer le diamètre, l'expérience précédente a été reproduite dans les mêmes conditions expérimentales, mais avec la corde de guitare à tester.

La mesure de la largeur de la tache centrale de diffraction a donné : $L = 17,0 \text{ mm}$. L'incertitude-type sur la mesure réalisée est : $u(L) = 0,5 \text{ mm}$.

La modélisation du **nuage de points** $L = f(1/a)$ par un tableur-grapheur a fourni la valeur de la constante k avec son incertitude-type associée : $k = 1,67 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ et $u(k) = 0,04 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

4. Calculer la valeur expérimentale du diamètre a_g de la corde de guitare, puis son incertitude-type associée, sachant que cette dernière vérifie :

$$u(a_g) = a_g \sqrt{\left(\frac{u(L)}{L}\right)^2 + \left(\frac{u(k)}{k}\right)^2}.$$

5. Comparer a_g avec la valeur annoncée par le fabricant, sachant qu'un pouce ("inch" en anglais) vaut 2,5 cm.

Exercice 3 : Le trombone de Koenig

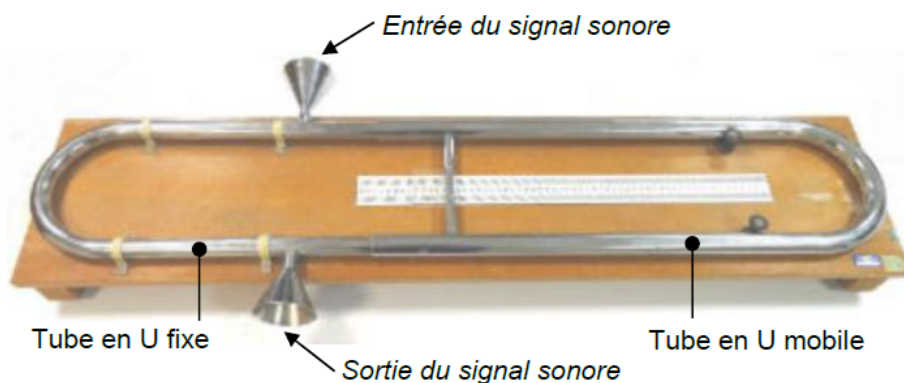


FIGURE 5 – Dispositif expérimental du trombone de Koenig

Le trombone de Koenig est un dispositif permettant de déterminer la célérité des ondes acoustiques. Il est composé de deux tubes en forme de U emboîtés l'un dans l'autre. Le premier est fixe, le second est mobile. Un haut-parleur, alimenté par un générateur de signaux basse fréquence, émet un son de fréquence fixe, qu'on peut modéliser par une onde sinusoïdale progressive qui se scinde en deux pour se propager dans les deux tubes. Un microphone branché sur un oscilloscope mesure le signal résultant de l'addition des deux ondes à la sortie du dispositif.

Lorsque le tube mobile est enfoncé au maximum (décalage nul), le dispositif est symétrique et les deux chemins suivis par les ondes ont la même longueur. Lorsque le tube mobile est tiré, les deux chemins suivis ont des longueurs différentes.

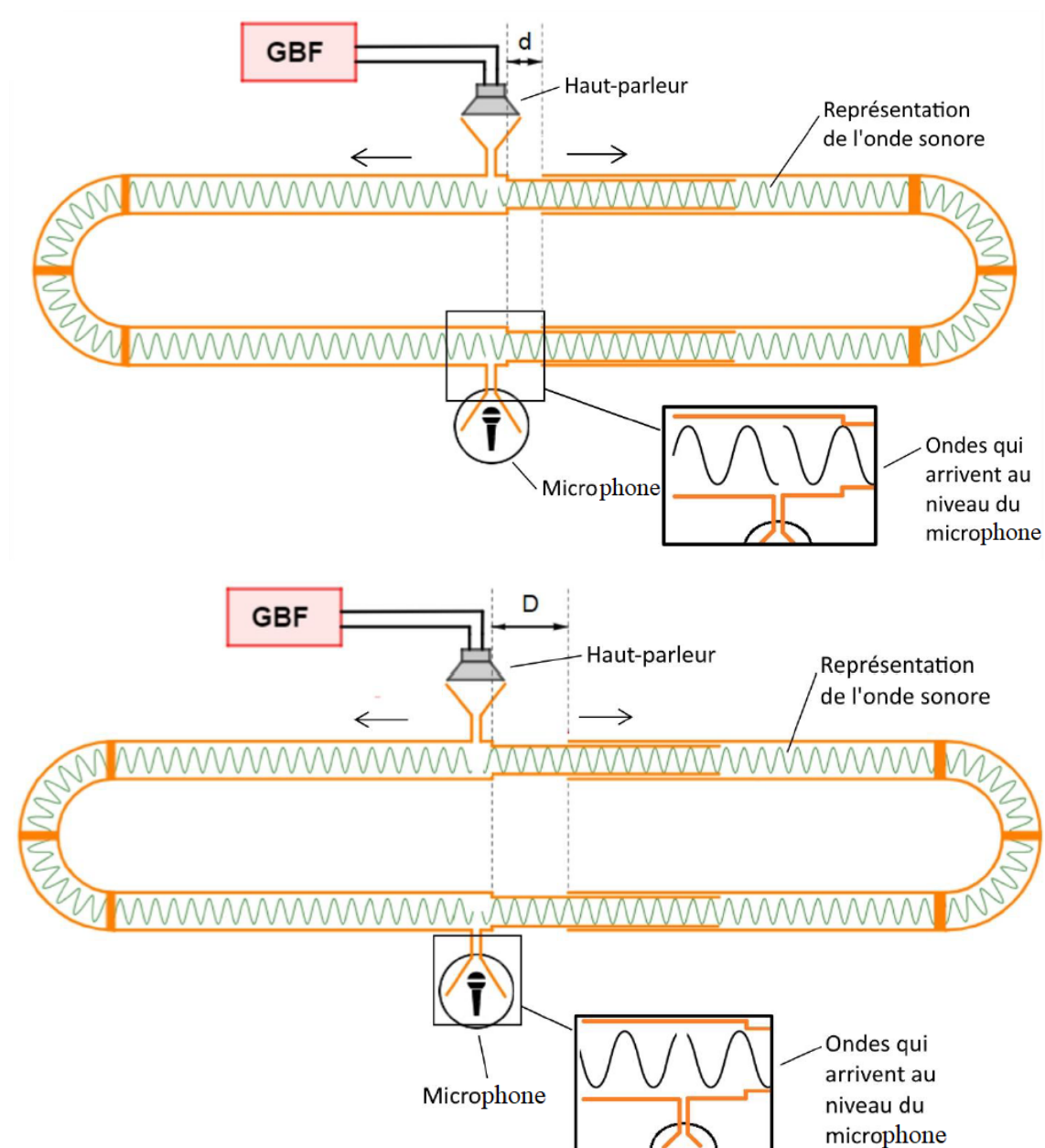
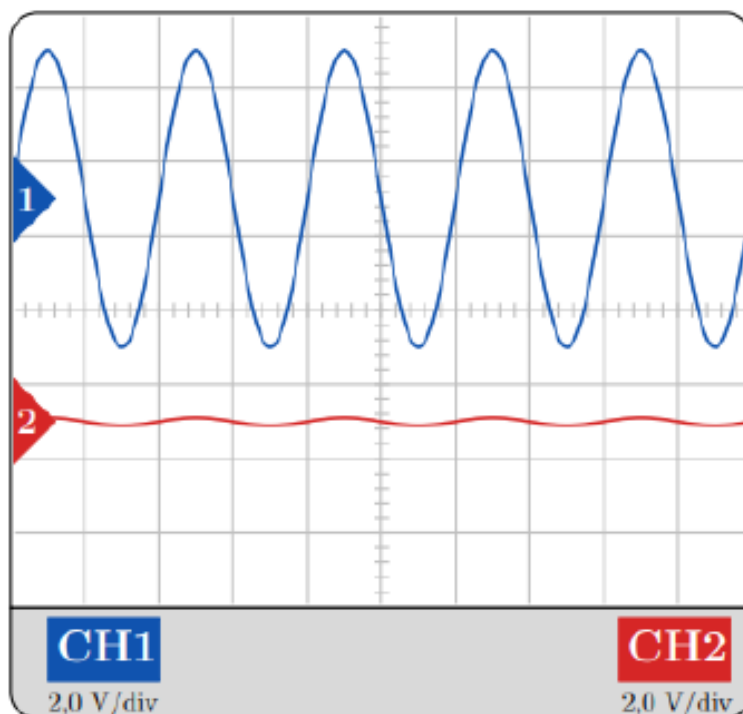


FIGURE 6 – Haut : le tube mobile est décalé vers la droite d'une distance d (le sens de propagation des signaux est représenté par une flèche) – Expérience 1 ; Bas : le tube mobile est décalé vers la droite d'une distance D (le sens de propagation des signaux est représenté par une flèche) – Expérience 2

1. Justifier en quoi le trombone de Koenig est un dispositif qui vérifie les conditions nécessaires à l'observation d'interférences au niveau du microphone.

Sur l'écran de l'oscilloscope, on observe la figure suivante. On précise que la voie CH1 est reliée au GBF et la voie CH2 est reliée au microphone.



2. Préciser le type d'interférences observé sur la figure 5 et indiquer, en justifiant, si celle-ci est associée à l'expérience 1 ou à l'expérience 2.

Pour l'expérience 2, on définit δ , la différence de chemin entre l'onde circulant dans le tube en U fixe et l'onde circulant dans le tube en U mobile.

3. Exprimer δ en fonction de D .

4. Rappeler la relation entre δ et λ , la longueur d'onde du signal sonore, dans le cas d'interférences constructives. On introduira dans cette relation un nombre entier positif k .

5. Montrer, à l'aide des questions 3 et 4, que pour tout k entier positif, la distance de décalage correspondante D_k , conduisant à des interférences constructives, peut se mettre sous la forme :

$$D_k = \frac{kv}{2f},$$

avec v la célérité de l'onde sonore dans le trombone en $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et f la fréquence de l'onde sonore dans le trombone en Hz.

6. Le plus petit décalage D_1 permettant d'observer à l'écran des interférences constructives est $D_1 = 4,35 \text{ cm}$ pour une fréquence de l'onde sonore $f = 4032 \text{ Hz}$. En déduire la valeur de la célérité de l'onde sonore se propageant dans le trombone de Koenig. Commenter.

On souhaite automatiser la détermination de la célérité v des ondes acoustiques, en exploitant toutes les valeurs D_k mesurées, à l'aide du programme écrit en langage python ci-dessous.

```

1 from statistics import mean
2
3 D=[4.32e-2,8.7e-2,13.1e-2,17.4e-2,21.6e-2]
4 k=[1,2,3,4,5]
5 f=4032
6 v=[]
7
8 for i in range(len(D)):
9     v_i=2*f*D[i]/k[i]
10    v.append(v_i)
11
12    Vson=round(mean(v))
13
14 print("La vitesse moyenne du son dans le trombone est", Vson,"m/s")
15
16 Lambda=...
17 print("La longueur d'onde de l'onde acoustique dans le trombone est",Lambda,"m")

```

FIGURE 7 – Programme permettant de déterminer la célérité et la longueur d'onde des ondes acoustiques

7. Expliquer l'intérêt des lignes 8 et 9 dans le programme.

8. Proposer à la ligne 16, à l'aide des grandeurs définies dans le programme, une formule permettant de calculer la longueur d'onde λ des ondes acoustiques.

Exercice 4 : laser néodyme-YAG

On s'intéresse au rayonnement issu d'un laser de type YAG dopé au néodyme (laser Nd-YAG), couramment utilisé dans les laboratoires de physique.

Un extrait de sa notice est reproduit ci-dessous :

Caractéristiques d'un laser Nd-YAG
Mode de fonctionnement : continu ou impulsionnel
Durée de l'impulsion : 1 à 20 millisecondes
Énergie maximale par impulsion : 150 joules
Puissance de crête maximale : 30 kilowatts
Amplificateur laser : grenat d'aluminium et d'yttrium dopé au néodyme
Longueur d'onde : 1064 nanomètres

Données :

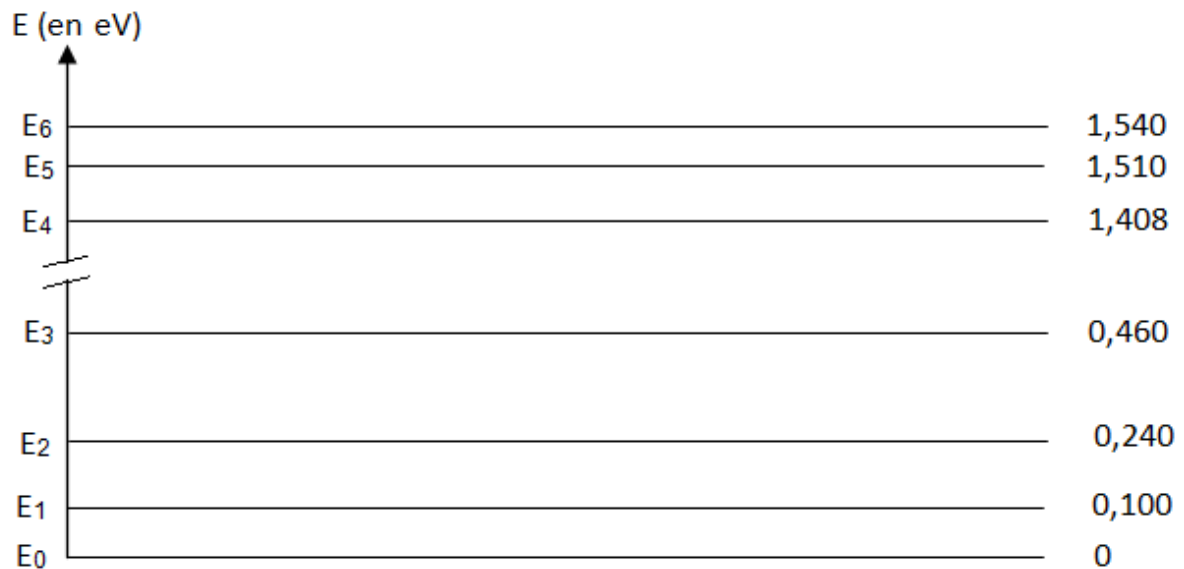
- conversion électronvolt $\rightarrow$ joule : $1\text{eV} = 1,60 \times 10^{-19}\text{J}$;
- constante de Planck : $h = 6,63 \times 10^{-34}\text{J} \cdot \text{s}$.

1. Identifier le domaine d'onde électromagnétique auquel appartient le rayonnement émis par le laser Nd-YAG.

2. Justifier qu'avec un dispositif doubleur de fréquence, le rayonnement produit par ce laser deviendrait vert.

3. Calculer l'énergie E d'un photon émis par le laser Nd-YAG non doublé en fréquence.

Un diagramme énergétique de la partie émettrice du laser Nd-YAG (ion néodyme Nd^{3+}) est fourni ci-dessous.



4. Vérifier, par un calcul, que les niveaux d'énergie mis en jeu lors de l'émission du faisceau laser sont E_2 et E_4 . Représenter cette transition par une flèche sur le diagramme.

5. On modélise souvent un laser par une source lumineuse monochromatique. Discuter ce modèle au vu du spectre du laser, fourni ci-dessous.

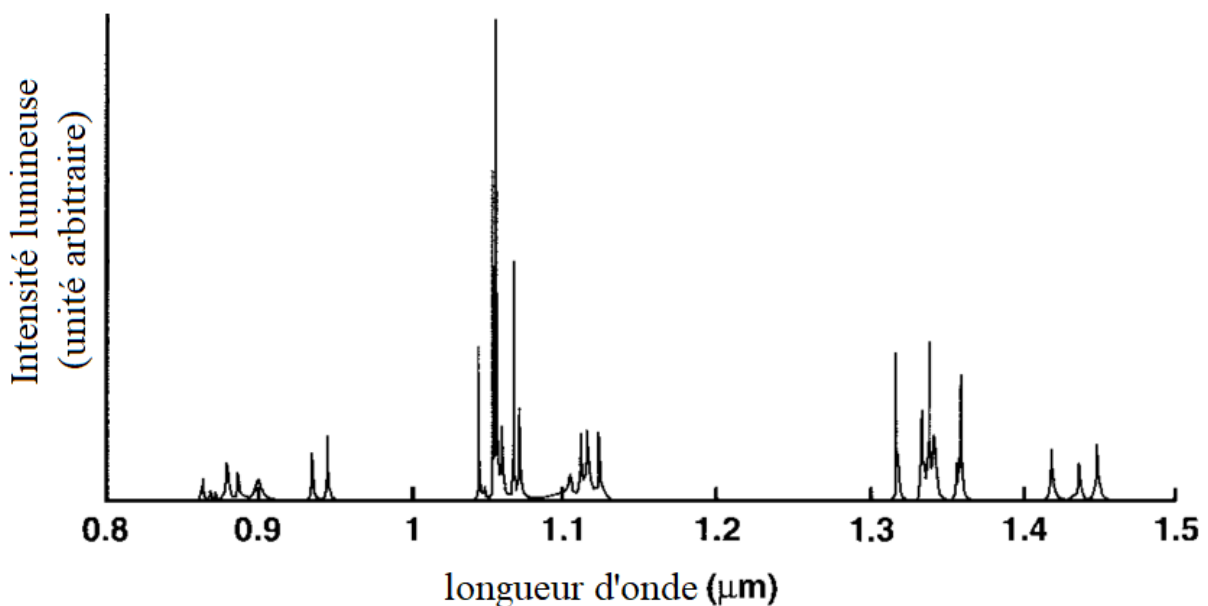


FIGURE 8 – Spectre du laser, obtenu grâce à un spectromètre à fibre optique

4 Résolution de problèmes

RP1 : Lampe et photons

Évaluer l'ordre de grandeur du nombre de photons émis chaque seconde par une lampe de puissance $P = 100\text{W}$.

RP2 : l'expérience "laser-Lune"

L'expérience "laser-Lune" de l'Observatoire de la Côte d'Azur (OCA) a pour but la détermination précise de la distance Terre-Lune et de ses variations.

Le principe est la mesure de la durée d'aller-retour d'une impulsion laser émise du sol terrestre vers un réflecteur lunaire, soit $\tau = 2,56\text{ s}$ entre l'émission d'une impulsion et la réception du signal de retour correspondant.

On utilise un laser de longueur d'onde $\lambda = 532\text{ nm}$ (laser Nd-YAG doublé). Le diamètre du faisceau à la sortie du laser est de $1,2\text{ cm}$. Le laser émet une centaine d'impulsion de 10 s . Chaque impulsion du laser émet une énergie $E = 0,3\text{ J}$ sur une durée de $0,03\text{ }\mu\text{s}$.

Le réflecteur lunaire est un panneau composé d'une mosaïque d'éléments catadioptriques, de type "coin de cube". La proportion moyenne des photons détectés après réflexion sur la Lune est inférieure à 1 sur 10^{19} .

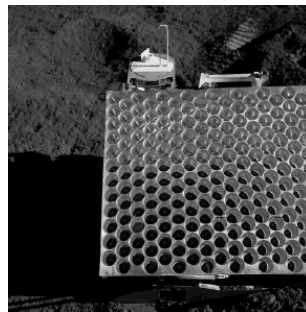


FIGURE 9 – Réflecteur déposé sur la Lune par la mission Apollo XV ($1,0\text{m} \times 0,6\text{m}$)

Évaluer l'ordre de grandeur du nombre de photons qui atteignent le réflecteur posé sur la Lune lors de chaque impulsion du laser.