TD6A : Modèle de l'optique géométrique

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :
▷ *Caractériser une source lumineuse par son spectre* : TLB1.
▷ *Relier la longueur d'onde dans le vide et la couleur* : TLB1.
▷ *Établir la relation entre la longueur d'onde dans le vide et dans un milieu* : TLB1.
▷ *Établir la condition de réflexion totale* : TLB2,3, ex1, RP3.
▷ *Construire l'image d'un objet par un miroir plan* : TLB4, RP2.
▷ *Établir les expressions du cône d'acceptance d'une fibre à saut d'indice* : ex1.
▷ *Mesurer l'indice de réfraction d'un prisme* : ex2.

1 Questions de cours

QC1 : Modèle de l'optique géométrique : hypothèses de travail
QC2 : Lois de Snell-Descartes
QC3 : Phénomène de réflexion totale
QC4 : Expliquer qualitativement le fonctionnement d'une fibre optique à saut d'indice

2 Tester les bases

TLB1 : Couleur d'un laser

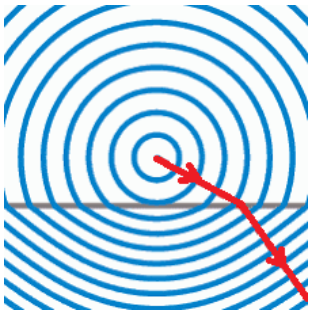
Un laser émet une radiation quasi-monochromatique, qu'on modélise par une radiation monochromatique de fréquence $\nu = 4,73 \times 10^{14}$Hz.

1. Représenter schématiquement le spectre du laser.

2. Déterminer la longueur d'onde λ_0 dans le vide de la radiation monochromatique émise par le laser. En déduire sa couleur.

3. On considère maintenant que cette radiation se propage dans l'eau, d'indice optique $n_{eau} = 1,33$. Calculer la célérité v de la lumière dans l'eau. Déterminer la longueur d'onde λ_{eau} de la radiation du laser dans l'eau. Quelle est sa couleur ?

On illustre ci-dessous le changement de longueur d'onde d'une onde lumineuse monochromatique lors d'un changement de milieu. D'après l'optique ondulatoire, les rayons lumineux sont perpendiculaires aux surfaces d'onde, définies comme les lieux où la grandeur physique associée à l'onde prend la même valeur.



4. En vous appuyant sur le schéma ci-dessus, montrer qualitativement que la troisième loi de Snell-Descartes est en accord avec l'optique ondulatoire.

5. Expliquer en quoi la représentation de l'onde lumineuse dans le schéma ci-dessus ne modélise toutefois pas correctement le rayonnement d'un laser.

TLB2 : Un projecteur pour illuminer un bassin

Un bassin de profondeur $d = 1,5$ m est rempli d'eau, d'indice optique $n = 1,33$. Un projecteur se trouve au centre du fond du bassin. On le modélise pas une source de lumière ponctuelle monochromatique qui émet de la lumière de façon isotrope.

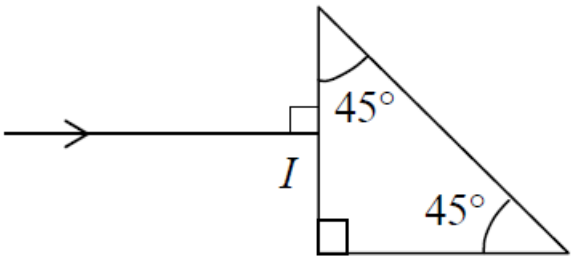
1. Nommer le phénomène qui fait qu'une partie des rayons émis en direction de la surface de l'eau ne sortent pas dans l'air. L'illustrer qualitativement sur un schéma.

2. Déterminer l'expression, puis la valeur, de l'angle d'incidence critique i_c au niveau du dioptre eau/air, à partir duquel ce phénomène a lieu (définir cet angle sur un schéma).

3. Évaluer alors le rayon de la tache lumineuse formée à la surface de l'eau.

TLB3 : Prisme isocèle (CCINP12)

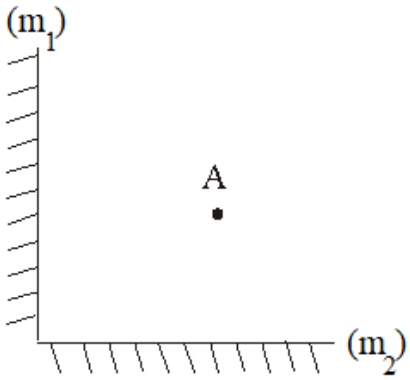
Un prisme constitué d'un verre d'indice $n = 1,5$ est plongé dans l'air d'indice $n_{\text{air}} = 1,0$.



On considère le rayon incident arrivant sous incidence normale sur la face d'entrée du prisme. Refaire sur la copie le schéma ci-dessus en le complétant (dessiner la "suite" du rayon). Justifier soigneusement par un calcul les constructions au niveau de chaque interface.

TLB4 : Images par deux miroirs plans perpendiculaires

On dispose de deux miroirs plans (m_1) et (m_2) qu'on place en contact, perpendiculairement l'un à l'autre. Un objet ponctuel A se situe en face des deux miroirs.



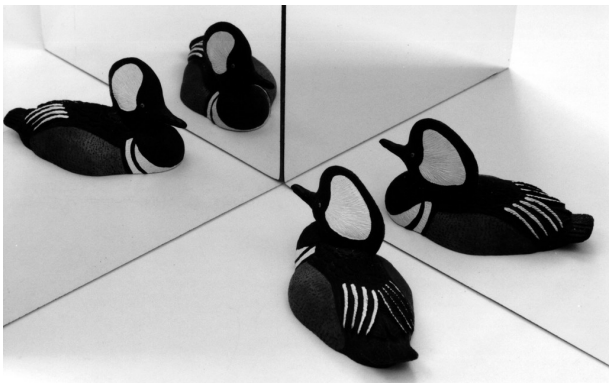


FIGURE 1 – Gauche : schéma du montage ; droite : photographie

1. Recopier qualitativement le schéma ci-dessus. Y construire les images successives du point A par les deux miroirs. Indication : l'image de A à travers un miroir devient un objet pour le second miroir.

2. Vérifier l'accord qualitatif entre la construction et la photographie de droite.

3 Exercices

Exercice 1 : Propagation guidée de la lumière (IPhO17)

Découvertes au 17^e siècle, les lois de Snell-Descartes décrivent le comportement des rayons lumineux lorsqu'ils rencontrent une interface entre deux milieux transparents. On observe alors les phénomènes de réfraction et de réflexion. Ces deux phénomènes peuvent être exploités pour guider la propagation de la lumière.

1. Décrire les phénomènes de réflexion et de réfraction. Vous vous appuyerez sur un schéma légendé faisant apparaître du vocabulaire et des notations utiles.
2. Un rayon lumineux atteint un dioptre entre un milieu d'indice optique n_2 et un milieu d'indice optique n_1. Décrire le phénomène de réflexion totale, préciser qualitativement les deux conditions nécessaires pour l'observer puis établir que l'expression de l'angle d'incidence critique i_C en fonction de n_2 et n_1 est

$$i_C = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2}\right),$$

où $\arcsin$ désigne la fonction arcsinus, fonction réciproque de la fonction sinus.

Dans la suite, on s'intéressera à un dispositif permettant de guider la propagation de la lumière : une fibre optique à saut d'indice constituée d'une âme d'indice n_2 et d'une gaine d'indice $n_1 < n_2$.

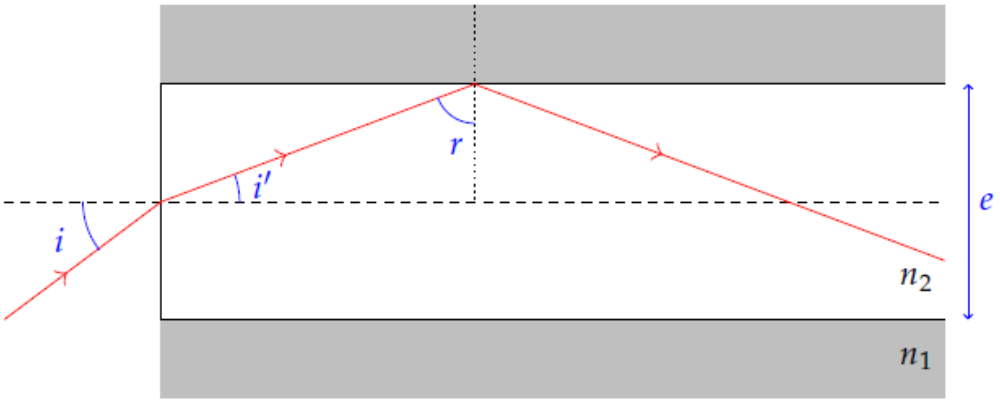


FIGURE 2 – Vue en coupe de la fibre optique à saut d'indice, dans un plan contenant son axe de révolution

Un rayon lumineux se propageant initialement dans l'air d'indice $n_{air} = 1$ pénètre dans la fibre optique en faisant un angle i avec l'horizontale. Il est ensuite réfracté dans l'âme. On souhaite que le rayon soit ensuite réfléchi totalement à l'interface âme-gaine.

3. À quelle condition sur l'angle r, en fonction de n_1 et n_2, est-il possible d'observer la réflexion totale à l'interface âme-gaine ? En déduire à quelle condition sur l'angle i on peut observer la réflexion totale à l'interface âme-gaine.

4. En pratique, les fibres optiques restent rarement droites et sont parfois courbées. Pour un même angle d'entrée i dans la fibre, expliquer qualitativement comment évolue l'angle r lorsque la fibre est courbée. Observera-t-on toujours la réflexion totale lorsque la fibre est courbée ?

Exercice 2 : Mesure de l'indice optique d'un prisme

On considère un prisme d'angle A, transparent, homogène, isotrope d'indice de réfraction n plongé dans l'air d'indice $1{,}000$.

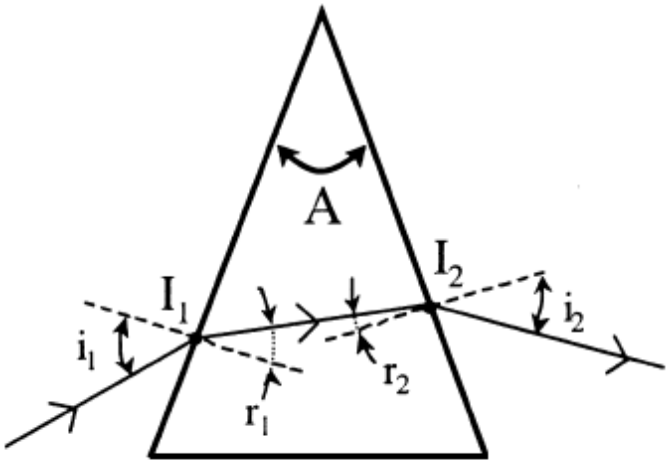


FIGURE 3 – Vue en coupe du prisme perpendiculairement à son arête

1. Justifier qu'un rayon incident pénètre forcément dans le prisme.
2. Écrire la loi de Snell-Descartes pour la réfraction aux points I_1 et I_2.
3. Par un raisonnement géométrique, montrer que $\mathrm{A} = r_1 + r_2$. Indication : la somme des angles d'un triangle vaut $180°$.
4. Recopier qualitativement le schéma du prisme et y faire apparaître l'angle de déviation, noté D, qui mesure la déviation du rayon incident par le prisme entre l'entrée et la sortie.
5. Par un raisonnement géométrique, montrer que $\mathrm{D} = i_1 + i_2 - \mathrm{A}$.

On constate expérimentalement que l'angle de déviation D admet un minimum D_m lorsque l'on fait varier l'angle d'incidence i_1, et qu'il est atteint pour $i_1 = i_2 = i_m$ et $r_1 = r_2$.

6. Montrer alors que l'indice n du prisme vaut :

$$n = \frac{\sin\left(\frac{\mathrm{D}_m + \mathrm{A}}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\mathrm{A}}{2}\right)}.$$

La technique du minimum de déviation permet de mesurer expérimentalement l'indice du verre d'un prisme.

Cette mesure est effectuée à l'aide d'un **goniomètre** constitué d'un plateau mobile gradué en degrés et en minutes, sur lequel est placé le prisme.

Un collimateur, constitué d'une source lumineuse monochromatique, placée au foyer objet d'une lentille convergente, permet d'envoyer sur le prisme un faisceau de rayons lumineux parallèles.

Une lunette de visée, réglée à l'infini et placée sur un bras mobile, permet l'observation des faisceaux émergent et réfléchi.

Le prisme est placé vis à vis du collimateur de façon à ce que ses deux faces reçoivent à peu près autant de lumière.

Avec le viseur, on relève les angles α_1 et α_2 des faisceaux réfléchis sur les deux faces.

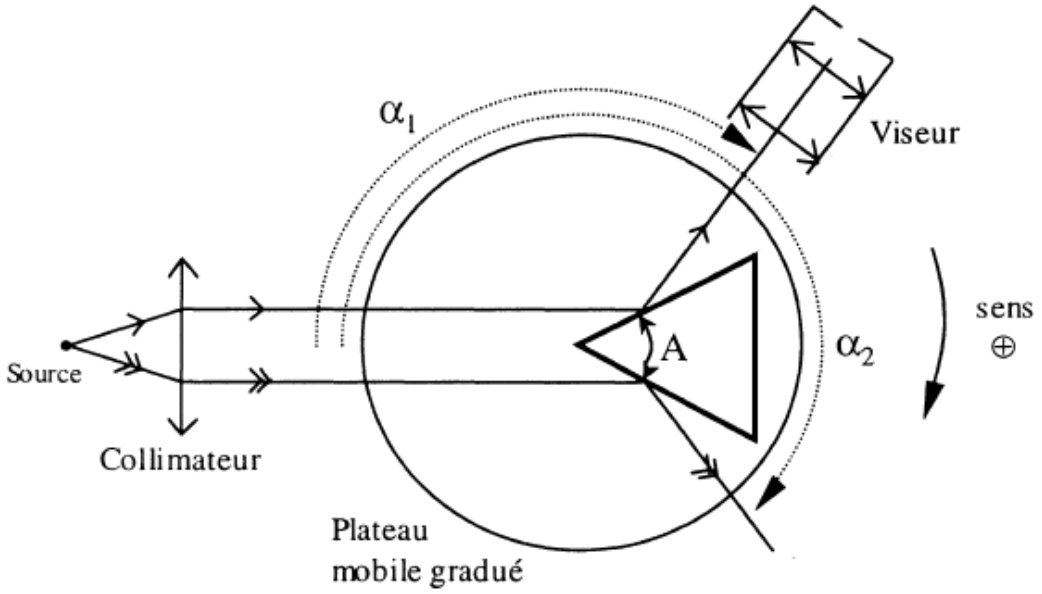


FIGURE 4 – Goniomètre - Mesure de A

7. On peut montrer que $A = \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}$. Faire l'application numérique pour $\alpha_1 = 119°58'$ et $\alpha_2 = 240°04'$.

On dispose l'ensemble plateau-prisme de façon à observer le minimum de déviation. On relève alors l'angle β_1. On recommence la même opération en faisant entrer le faisceau incident par l'autre face du prisme ; on relève alors l'angle β_2.

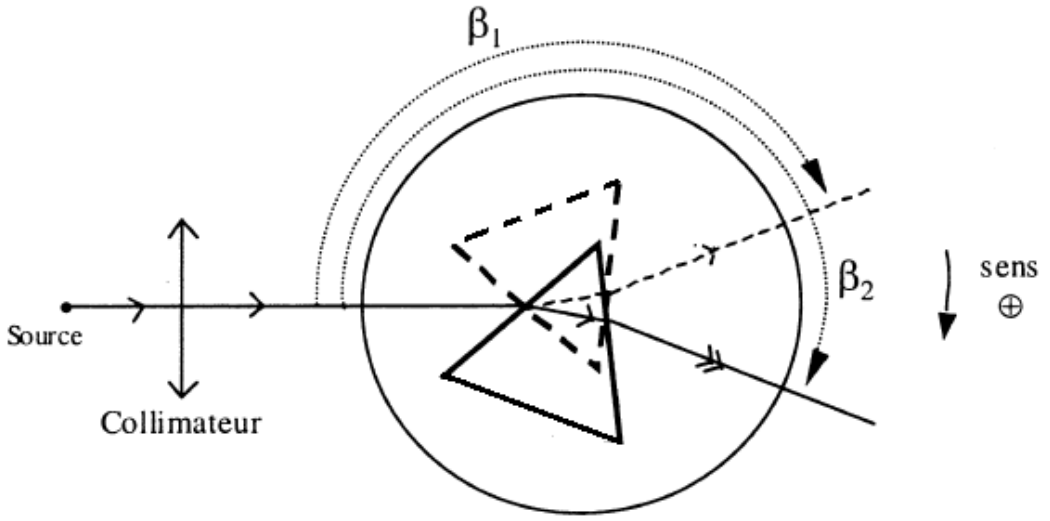


FIGURE 5 – Goniomètre - Mesure de D_m

8. On peut montrer que $D_m = \frac{\beta_2 - \beta_1}{2}$. Faire l'application numérique pour $\beta_1 = 141°16'$ et $\beta_2 = 218°42'$.

9. Calculer l'indice n du verre utilisé pour fabriquer ce prisme. Commenter.

Donnée : une minute d'angle vaut $1' = 1°/60$.

4 Résolution de problèmes :

RP 1 : Une pierre précieuse

Si en général les diamants valent plus que les saphirs et les émeraudes, pour les pierres de petite taille leur prix moyen est du même ordre de grandeur : quelques milliers d'euros par carat (unité de masse qui vaut $0,2$ gramme).



Un géologue trouve une petite pierre transparente et étincelante. Il réalise au laboratoire une expérience pour déterminer l'indice de réfraction de la pierre. Pour un angle d'incidence de $30,00°$, il trouve un angle de réfraction de $16,41°$.

Le géologue peut-il se réjouir de sa trouvaille ?

Données :

Indices de réfraction de l'air, du verre, de l'émeraude, du saphir, et du diamant : $n_a = 1,00$; $n_v = 1,4$ à $1,7$; $n_e = 1,60$; $n_s = 1,77$; $n_d = 2,43$.

RP 2 : Un miroir personnalisé

Vous souhaitez acquérir un miroir plan et l'accrocher dans votre chambre.

Déterminer la hauteur maximale h_{max} et la taille minimale d_{min} du miroir pour pouvoir vous y voir en entier, du bas des pieds au haut de la tête.

RP3 : Éclairage d'un jacuzzi gonflable

Un jacuzzi 6 places de bonne qualité coûte environ 5000 euros. Si on se contente d'un jacuzzi gonflable, les prix chutent d'un facteur dix environ, ce qui rend cet achat bien plus abordable.

La référence et les caractéristiques d'un modèle de jacuzzi gonflable sont données ci-dessous :



Ce jacuzzi a l'inconvénient de ne pas posséder de source lumineuse intégrée pour une utilisation de nuit, mais on peut y installer une petite lampe submersible, qui coûte quelques euros à peine et a un diamètre de l'ordre de 5 cm.

On décide d'installer une telle lampe au fond du jacuzzi, au centre de ce dernier.

Déterminer si tous les rayons lumineux issus de la lampe submersible qui atteignent la surface de l'eau sont susceptibles de la traverser, et donc d'éclairer l'extérieur du jacuzzi.

Données :

— indice de réfraction de l'air : $n_{air} = 1,00$;

— indice de réfraction de l'eau : $n_{eau} = 1,33$.