TD6B : Lentilles minces

CAPACITÉS TRAVAILLÉES :

▷ *Utiliser les définitions et les propriétés du centre optique, des foyers, de la distance focale, de la vergence* : TLB1,2,3,4,5, ex1,2,4,5,6,7.

▷ *Construire l'image d'un objet réel ou virtuel situé à distance finie ou infinie à l'aide des rayons lumineux, identifier sa nature réelle ou virtuelle* : TLB1,2,4,5, ex1,2,4,5,6,7, RP.

▷ *Estimer une valeur approchée d'une distance focale* : TLB1, ex2,3.

▷ *Énoncer les conditions permettant un stigmatisme approché et les relier aux caractéristiques d'un détecteur* : TLB3, ex4,6.

▷ *Exploiter les formules de conjugaison et de grandissement* : TLB2, ex1,2,4,5, RP.

▷ *Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe* : TLB4, ex6.

▷ *Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation* : TLB4,5, ex6,7.

▷ *Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille mince et d'un capteur* : ex4,5,6.

▷ *Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné* : ex4.

1 Questions de cours

QC1 : Stigmatisme d'un instrument d'optique
QC2 : Règles de construction des rayons à travers une lentille mince
QC3 : Grandissement
QC4 : Modélisation de l'œil humain et de l'appareil photographique

2 Tester les bases

TLB1 : Distance focale d'une lentille convergente

1. Rappeler la définition du foyer image F' et de la distance focale f' d'une lentille convergente.
2. En déduire un protocole pour estimer la distance focale d'une lentille convergente.
3. Lister les principales sources d'incertitude.
4. Le tableau ci-dessous donne plusieurs mesures de la distance focale d'une lentille.

f'(cm)	19,5	20,1	20,0	19,8	20,7

Les réponses aux questions 4a à 4f doivent être écrites en langage de programmation Python.

4.a. Transcrire le contenu de ce tableau sous forme de liste.
4.b. Comment obtenir la valeur de la première mesure ? De la dernière ?
4.c. Comment ajouter une nouvelle mesure égale à $20,3$ à la fin de la liste ?
4.d. Comment obtenir la taille de cette liste ?
4.e. Comment obtenir la moyenne, la valeur maximale et la valeur minimale de cette série de mesures ?
4.f. Comment supprimer la première valeur et la dernière valeur de cette liste ?

TLB2 : Quelques défauts de l'œil et leur correction

I. Lentilles accolées

Le but de cette partie I est de justifier que quand on accole deux lentilles minces L_1 et L_2, on peut modéliser cette association par une lentille mince équivalente L dont les caractéristiques dépendent de celles des deux lentilles.

On s'appuiera sur le résultat suivant : l'image formée par la première lentille devient l'objet pour la seconde lentille.

1. Montrer que la vergence de la lentille L est la somme des vergences des lentilles L_1 et L_2

2. Montrer que le grandissement à travers la lentille L est le produit des grandissements à travers les lentilles L_1 et L_2.

Donnée : la relation de conjugaison de Descartes s'écrit

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = V = \frac{1}{f'}.$$

II. Correction de défauts de l'œil

a. La myopie

Le cristallin de l'œil myope est trop convergent : des rayons lumineux provenant de l'infini se croisent avant la rétine. Le punctum remotum n'est plus à l'infini, mais à quelques mètres voire dizaines de centimètres de l'œil. Il en résulte, pour les myopes, une impossibilité de voir net un objet éloigné. Le punctum proximum est également plus proche que pour un œil normal.

b. L'hypermétropie

Le cristallin de l'œil hypermétrope n'est pas assez convergent : des rayons lumineux provenant de l'infini se croiseraient après la rétine s'ils n'étaient pas interceptés par cette dernière. L'œil doit accommoder même pour observer un objet situé à l'infini, ce qui provoque une fatigue visuelle. Le punctum proximum est plus éloigné de la rétine que dans un œil normal.

3. Rappeler où se situe le foyer image de la lentille qui modélise la cornée et le cristallin d'un œil emmétrope (sans défaut de vision), sachant que des rayons provenant de l'infini se croisent sur la rétine.

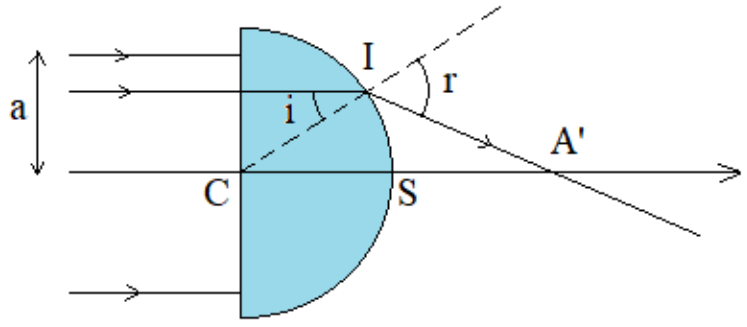
4. Expliquer pourquoi un œil myope ou hypermétrope conduit à une vision floue d'un objet situé à l'infini en l'absence d'accommodation.

5. Déterminer quel type de lentille de contact permet de corriger la myopie.

6. Déterminer quel type de lentille de contact permet de corriger l'hypermétropie.

TLB3 : stigmatisme d'une lentille demi-boule

On considère une lentille en forme de demi-boule de rayon R et d'indice de réfraction n, plongée dans l'air d'indice $n_{air} = 1,0$. Un faisceau lumineux cylindrique, de rayon $a < R$, arrive sous incidence normale sur la face plane de la lentille.



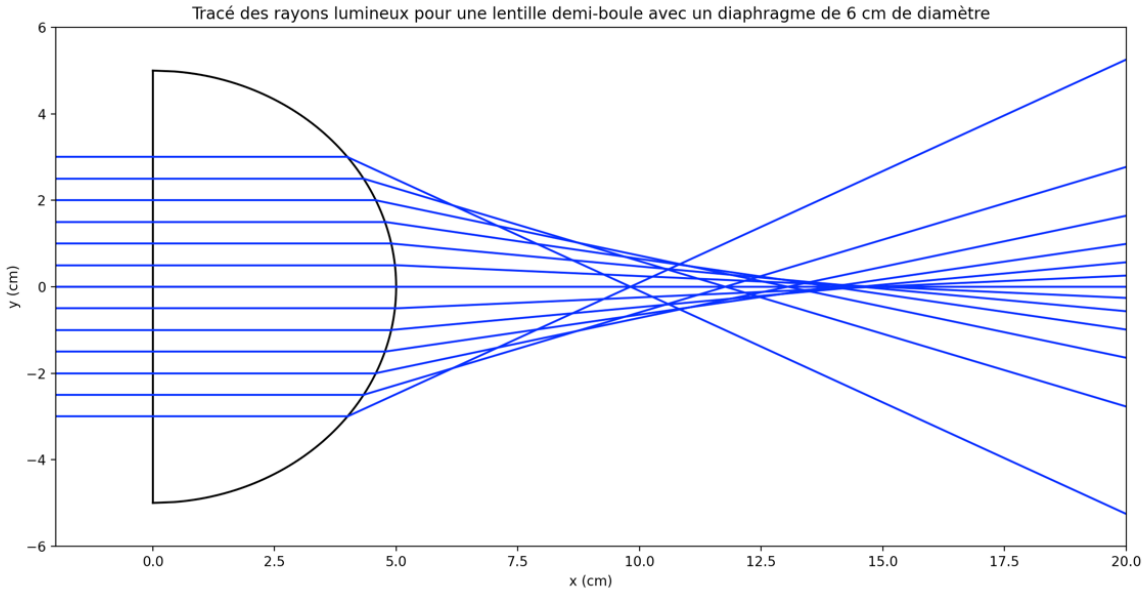
Le rayon représenté émerge en coupant l'axe optique en un point A'. Un raisonnement géométrique permet de montrer que

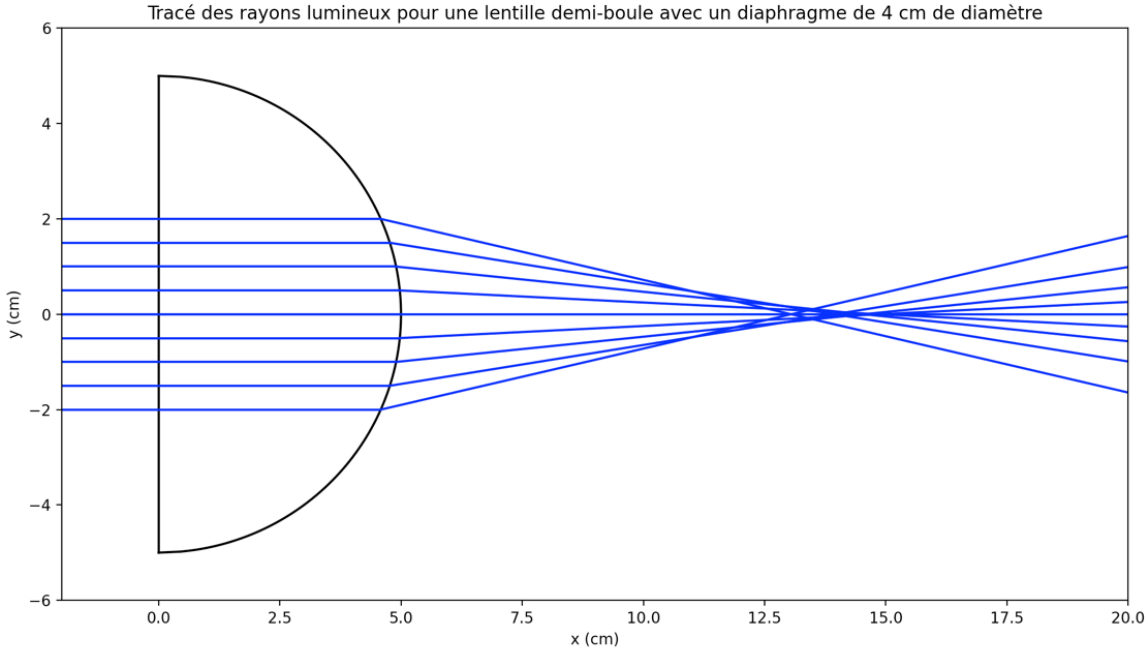
$$\mathrm{CA}' = \mathrm{R}\cos(i) + \frac{\mathrm{R}\sin(i)}{\tan(r-i)}. \tag{1}$$

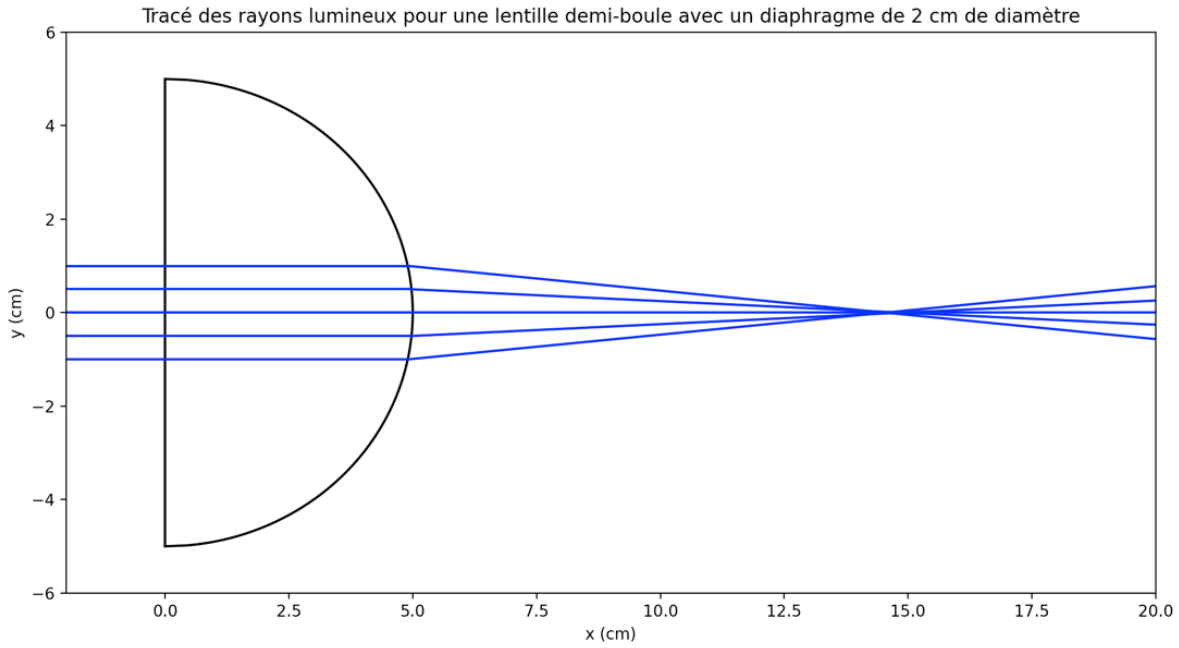
1. Expliquer pourquoi le rayon n'est pas dévié lorsqu'il atteint le dioptre air/verre à l'entrée de la lentille.

2. On place à présent un diaphragme devant la lentille demi-boule.

Un programme informatique permet de simuler cette situation et de tracer plusieurs rayons. Ci-joints les tracés obtenus avec des diaphragmes ouverts de $6,0$ cm, $4,0$ cm et $2,0$ cm respectivement.







3. Rappeler les conditions de Gauss et justifier que cette simulation illustre l'une d'entre elles. Que faudrait-il changer pour illustrer l'autre condition de Gauss ?

4. En vous appuyant sur la relation (1), montrer par le calcul que la limite CF' de CA' lorsqu'on se place dans l'approximation de Gauss vaut :

$$\mathrm{CF}' = \frac{n\mathrm{R}}{n-1}. \tag{2}$$

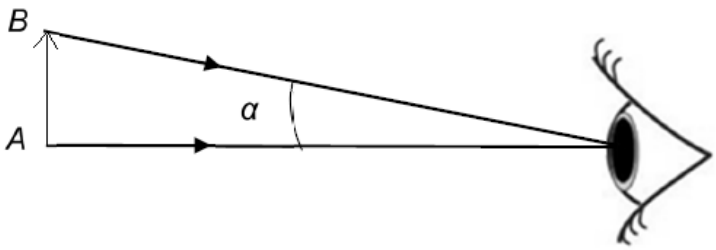
Indication : dans la limite des petits angles ($x \ll 1$ rad), on peut écrire $\cos(x) \simeq 1$, $\sin(x) \simeq x$ et $\tan(x) \simeq x$.

5. Justifier que la relation (2) prouve le stigmatisme approché de la lentille dans l'approximation de Gauss, et donner la signification physique du point F'.

6. Calculer la valeur limite a_0 du rayon du faiseau incident si l'on veut que tous les rayons ressortent de la lentille. Faire l'application numérique pour $n = 1,5$ et $\mathrm{R} = 5,0$ cm.

TLB4 : Observations à l'œil nu

Le pouvoir séparateur d'un œil emmétrope $\alpha_{\min}$ est l'angle α minimum sous lequel on peut voir deux points et les distinguer l'un de l'autre.



1. Donner une valeur approchée de $\alpha_{\min}$, en radian puis en degré.

2. Déterminer jusqu'à quelle distance un œil emmétrope peut distinguer deux traits parallèles séparés de $d = 1,0$ mm. On pourra s'appuyer sur l'approximation des petits angles.

3. Déterminer la taille minimale d'une lettre sur un panneau autoroutier pour qu'elle puisse être lue à une distance de 250 m (faire l'étude avec la lettre E).

4. Rappeler comment on modélise un œil humain en optique.

5. L'œil a une profondeur $\mathrm{L} = 20$ mm. Déterminer la taille moyenne d'un récepteur (cône ou bâtonnet) de la rétine, sachant que deux points sont vus distinctement si leurs images se forment sur des récepteurs différents.

TLB5 : Observation à la loupe

On utilise une lentille mince de distance focale $f' = 3,0$ cm comme une loupe. L'œil est supposé emmétrope et est situé au foyer image de la lentille de la loupe. Dans ces conditions, on observe un objet AB de hauteur $5,0$ mm, placé au foyer objet de la lentille de la loupe.

1. Donner une estimation de la distance minimale de vision nette $d_{\mathrm{P.P.}}$ pour un œil emmétrope qui accommode.

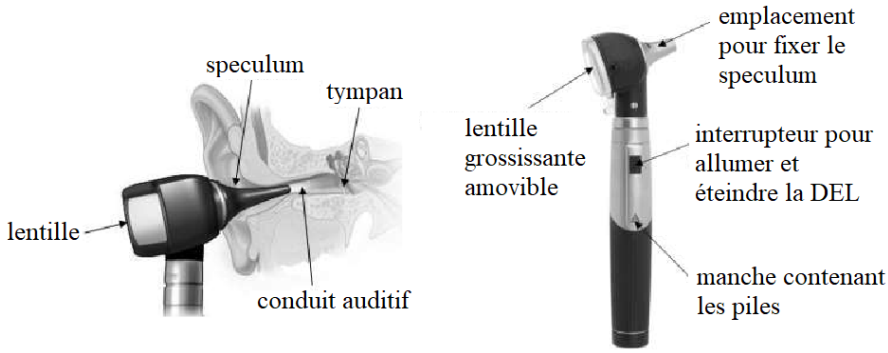
2. Par un raisonnement géométrique, déterminer l'expression puis la valeur du grossissement commercial G_c de cette loupe, défini comme le rapport entre l'angle α' sous lequel on voit l'image à l'infini de l'objet à travers la loupe, et l'angle α sous lequel on verrait ce même objet à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte $d_{\mathrm{P.P.}}$.

3 Exercices

Exercice 1 : L'otoscope

L'otoscope est un des instruments les plus utilisés lors de la pratique de la médecine générale. Cet outil médical, inventé par le médecin français Jean-Pierre Bonnafont en 1834, permet d'observer le conduit auditif externe et le tympan. Actuellement, les otoscopes sont constitués d'un manche contenant une alimentation électrique et d'une tête munie d'un système lumineux, d'une lentille grossissante et d'un speculum (pièce en forme de cône ouverte à ses deux extrémités qui permet d'explorer le conduit auditif en maintenant ses parois écartées).

La brochure d'un catalogue indique qu'un otoscope a un grandissement égal à 3.



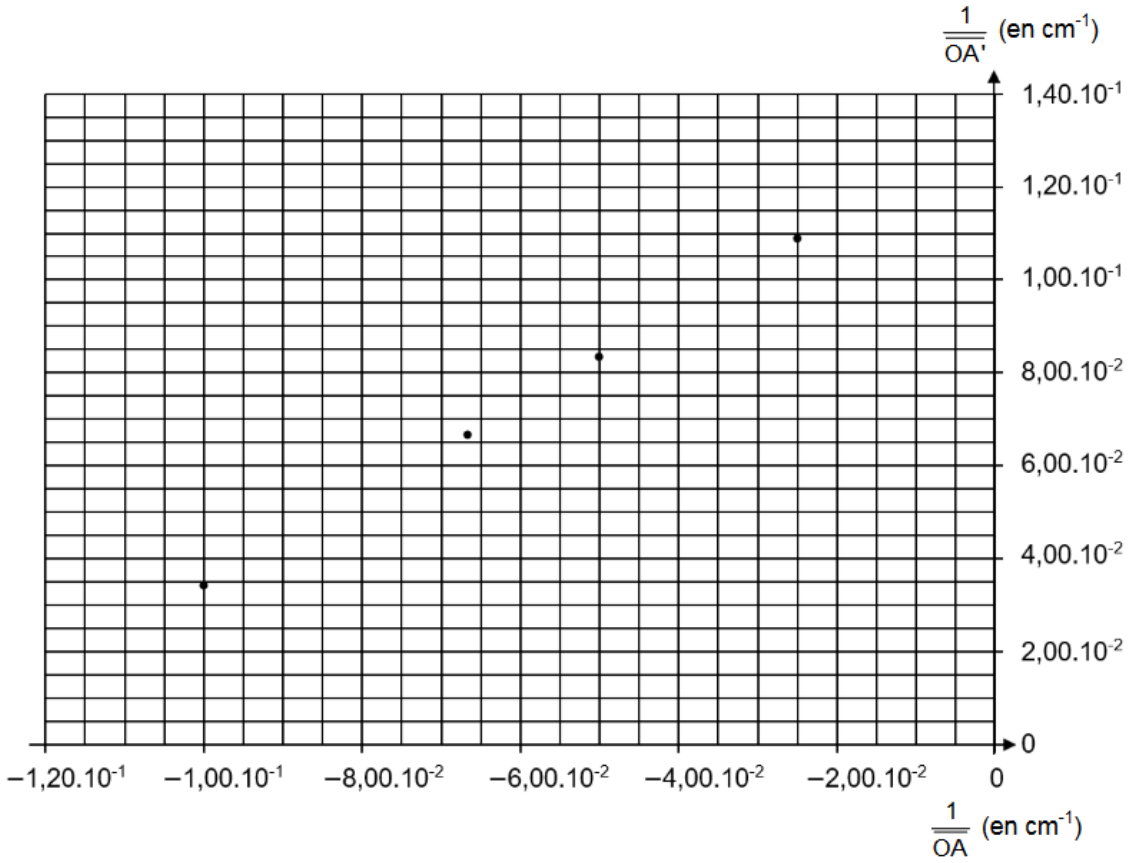
Afin de mesurer la distance focale de la lentille, on procède à une série de mesures sur un banc d'optique, dans le but d'appliquer la relation de conjugaison de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA'}}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}.$$

Pour cela, on place la lentille de centre optique O à différentes distances OA d'un objet lumineux AB. Pour chaque valeur de la distance OA, on mesure la valeur de la distance OA' entre l'écran et le centre optique O de la lentille lorsqu'on observe une image A'B' nette sur un écran placé derrière la lentille perpendiculairement à l'axe optique.

On représente graphiquement les données expérimentales :

Après avoir démonté la lentille de l'otoscope, on souhaite déterminer la valeur de sa distance focale.



1. Proposer une méthode expérimentale simple permettant de vérifier le caractère convergent de la lentille.

2. Exploiter le graphique et la relation de conjugaison de Descartes pour déterminer la valeur de la distance focale de la lentille.

Un médecin utilise un modèle d'otoscope équipé d'une lentille convergente de distance focale $f' = 7,5$ cm pour observer le tympan d'un patient adulte. Lorsque l'instrument est introduit dans le conduit auditif du patient, la lentille de l'otoscope se trouve à une distance $\mathrm{OA} = 5,0$ cm du tympan. Ce dernier a une taille $\mathrm{AB} = 1,0$ cm.

3. Faire un schéma à l'échelle modélisant la situation puis construire l'image $\mathrm{A'B'}$ du tympan à travers la lentille de l'otoscope.

4. Déterminer les caractéristiques de l'image obtenue : position, taille, sens et nature.

5. À partir de la relation de conjugaison de Descartes, retrouver par le calcul la position de l'image construite.

6. Calculer le grandissement et commenter le résultat.

Exercice 2 : Distance minimale de projection

On souhaite former sur un écran l'image $\mathrm{A'B'}$ par une lentille convergente d'un objet réel plan AB.

1. Faire un schéma que vous complèterez avec un tracé de rayons pour illustrer qualitativement cette situation.

La distance $\overline{\mathrm{AA'}} = \mathrm{D}$ entre l'objet et l'écran est fixée. L'expérience montre que :

— on ne peut former d'image sur l'écran que si $\mathrm{D} \geq 4f'$, où $f' = \overline{\mathrm{OF'}}$ représente la distance focale de la lentille ;

— si $\mathrm{D} > 4f'$, il existe deux positions de la lentille qui donnent une image ;

— si $\mathrm{D} = 4f'$, il existe une unique position de la lentille qui donne une image, à mi-chemin

entre l'objet et l'écran.

— si $\mathrm{D} = 4f'$, l'image est renversée et de même taille que l'objet.

Le but des questions suivantes est de justifier ces observations. On prend comme inconnue $x = \overline{\mathrm{OA}}$.

2. Écrire le relation de conjugaison de Descartes en utilisant les notations de l'énoncé, puis montrer qu'elle est équivalente à la condition $x^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{D}f' = 0$.

3. Justifier alors les trois premières observations par un calcul de discriminant du polynôme de degré deux défini par $\mathrm{P}(x) = x^2 + \mathrm{D}x + \mathrm{D}f'$.

4. Par un calcul de grandissement, justifier la quatrième observation.

5. Faire le tracé en utilisant les règles de construction dans le cas où $\mathrm{D} = 4f'$.

6. Expliquer comment mettre à profit les résultats de cet exercice pour mesurer la distance focale d'une lentille.

7. Expliquer pourquoi la distance minimale permettant d'obtenir une photographie nette est une fonction croissante de la focale f' de l'objectif d'un appareil photographique.

Exercice 3 : Focométrie

La **focométrie** désigne l'ensemble des techniques expérimentales permettant de mesurer la distance focale d'une lentille. Il existe de très nombreuses méthodes. Il est important d'en avoir quelques-unes en tête pour évaluer rapidement la distance focale d'une lentille inconnue.

1. Pour mesurer la distance focale d'une lentille convergente, on peut s'appuyer sur la définition du foyer image. Décrire le protocole expérimental à mettre en œuvre.

2. Si on dispose d'un objet lumineux et d'un miroir, on peut mesurer la distance focale d'une lentille convergente par **autocollimation** (voir TP ou faire une recherche). Décrire le protocole expérimental à mettre en œuvre. Le justifier en vous appuyant sur un tracé de rayons.

3. Pour plusieurs distances lentille-objet $\overline{\mathrm{OA}}$, on mesure la distance lentille-écran $\overline{\mathrm{OA}'}$ qui permet d'observer une image nette. Expliquer comment exploiter ces données graphiquement pour remonter à la valeur de la distance focale d'une lentille convergente.

Indication : on s'appuyera avantageusement sur la relation de conjugaison de Descartes.

4. On place l'objet sur la graduation 0 du banc d'optique et on fixe l'écran à une distance D de lui. On déplace ensuite la lentille entre ces deux positions à la recherche d'une image nette sur l'écran.

a. Montrer qu'il existe deux positions de la lentille donnant une image nette, à condition que D soit supérieure à une certaine valeur à préciser.

b. On note d la distance entre ces deux positions. Montrer qu'on peut exprimer cette distance en fonction de D et f', et en déduire que

$$f' = \frac{\mathrm{D}^2 - d^2}{4\mathrm{D}}.$$

c. En déduire un protocole pour mesurer la distance focale d'une lentille convergente.

d. Vérifier que cette méthode, dite de Bessel, a pour cas particulier celle étudiée dans l'exercice précédent, dite de Silbermann.

Exercice 4 : modélisation d'un appareil photographique

On modélise un appareil photo par l'association d'une lentille mince (L) de focale $f' = \overline{\mathrm{OF}'}$ appelée objectif, d'un capteur (C) sur lequel on souhaite former l'image et d'un diaphragme (D) placé devant la lentille.

La distance d entre la lentille (L) et le capteur (C) est réglable, grâce à un mécanisme lié à l'objectif ; elle est comprise entre $d_{\min}$ et $d_{\max}$. À l'aide de cet appareil, on souhaite former sur le capteur l'image d'un arbre de hauteur h situé à une distance L devant l'objectif.

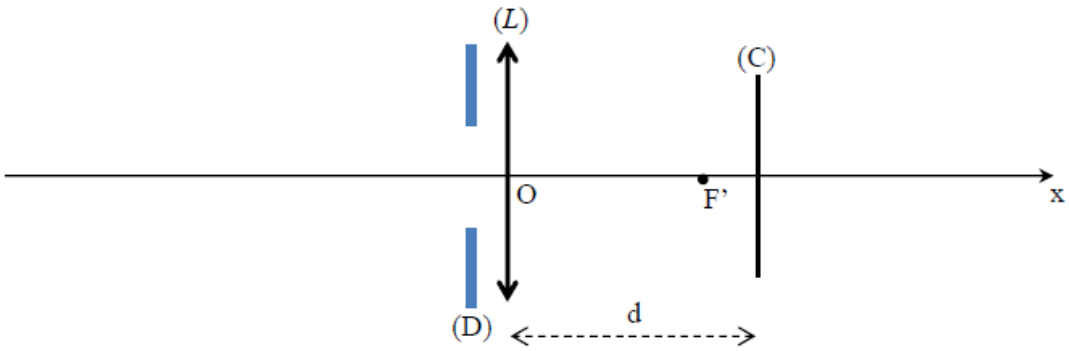


FIGURE 1 – Modélisation d'un appareil photo

Objet et image

1. La lentille mince est utilisée dans les conditions de Gauss. Préciser en quoi elles consistent. Quelle partie de l'appareil permet d'assurer que ces conditions sont remplies ?

2.a) Faire un schéma soigné de la situation en notant AB l'objet et A'B' son image sur le capteur (A est sur l'axe et AB appartient à un plan orthogonal à l'axe). Positionner les foyers et tracer au moins deux rayons lumineux issus de B pour justifier la position de l'image A'B'.

2.b) Exprimer la taille A'B' de l'image de l'arbre sur le capteur en fonction de h, f' et L. Calculer cette taille avec f' $= 50$ mm, h $= 5$ m et L $= 20$ m.

3.a) Quelle est la valeur de d lorsque l'objet est à l'infini ?

3.b) Montrer qu'il existe une distance limite notée L_{min} en dessous de laquelle il ne sera pas possible d'obtenir une image sur le capteur, alors que ce serait toujours possible pour des valeurs supérieures à L_{min}.

3.c) Exprimer L_{min} en fonction de f' et d_{max}.

3.d) Calculer L_{min} pour f' $= 50$ mm et $d_{max} = 55$ mm.

Influence de la focale

On souhaite obtenir une image de l'arbre sur le capteur plus grande sans changer de place (donc en gardant la même valeur pour L). On change donc l'objectif et on le remplace par un objectif de focale $f'_1 = 100$ mm. La distance d est toujours réglable mais les valeurs d_{min} et d_{max} sont différentes des valeurs trouvées précédemment.

4.a) Quelle sera la taille de l'image de l'arbre sur le capteur ?

4.b) Si on suppose que le capteur a pour dimensions : 24 mm $\times$ 36 mm, sera-t-il possible de voir l'arbre en entier sur la photo obtenue ?

Profondeur de champ de l'appareil photo

Aucun système optique (à l'exception du miroir plan) ne permet d'obtenir une image ponctuelle à partir d'un point objet. Mais l'image d'un point est acceptable si sa taille sur un capteur photosensible est inférieure à la dimension g d'un "grain" du capteur (pixel, cellule photosensible, etc.), ce qui permet un stigmatisme approché dans certaines conditions.

Soit A un point objet situé sur l'axe optique (à une distance L en avant de l'objectif) qui donne une image ponctuelle A sur le capteur (la mise au point est faite sur A). Pour un point A_1 situé sur l'axe optique mais plus loin de l'appareil, son image A_1 se forme en avant du capteur et le faisceau lumineux issu de A_1 fait une tache sur le capteur. De même, un point A_2 situé sur l'axe optique mais plus près de l'appareil a une image A_2 qui se forme après le capteur et le faisceau lumineux issu de A_2 fait une tache sur le capteur.

Le schéma ci-dessous représente le cas limite où A_1 et A_2 forment chacun, sur le capteur, une tache de taille égale à la dimension g d'un grain du capteur.

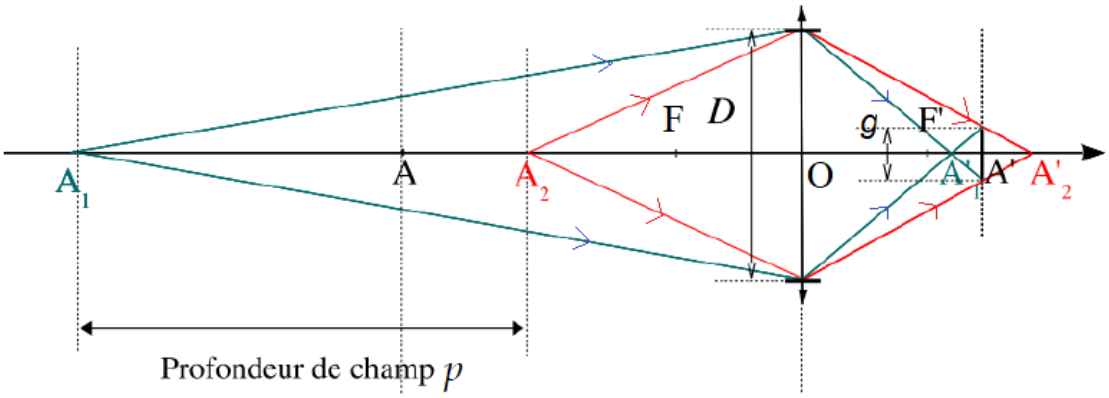


FIGURE 2 – Profondeur de champ d'un appareil photo

Tout point compris entre A_1 et A_2 donnera une tache sur l'écran de dimension inférieure à g, donc sera vu net. Finalement, en effectuant la mise au point sur le plan transverse passant par le point A, tous les plans transverses situés entre les points A_1 et A_2 peuvent donner aussi des images qui apparaîtront nettes.

La **profondeur de champ** $p = A_1A_2$ est la distance entre le plan le plus lointain de l'objectif (celui qui passe par A_1) et le plan le plus proche (celui qui passe par A_2), donnant tous les deux des images nettes, pour un réglage de l'appareil photo donné.

Pour un objet situé à au moins plusieurs dizaines de centimètres de l'appareil et une distance focale f' de quelques millimètres, la profondeur de champ s'écrit de façon approchée :

$$p \simeq \frac{2g\mathrm{L}^2}{f'\mathrm{D}},$$

avec D l'ouverture du diaphragme.

5.a) On rappelle la règle de construction suivante : si des rayons lumineux ressortent parallèlement entre eux d'une lentille mince convergente utilisée dans les conditions de Gauss, alors ces rayons proviennent d'un point situé dans le plan focal objet de la lentille (donc à la verticale du foyer objet F sur le schéma). En vous appuyant sur un rayon fictif passant par le centre optique O de la lentille pour vous aider à faire le tracé, construire vous-même sur un schéma la profondeur de champ de l'appareil photo.

5.b) Comment évolue la profondeur de champ p en fonction de la distance de mise au point L ? Et en fonction de la distance focale f' ? Et en fonction du diamètre D du diaphragme ?

5.c) Pour un iPhone avec un **nombre d'ouverture** $\mathrm{N} = \frac{f'}{\mathrm{D}} = 2{,}2$ et une distance focale f' $= 3{,}5$ mm, estimer la profondeur de champ pour une distance de mise au point $\mathrm{L} = 3{,}0$ m, sachant que la taille d'un pixel du capteur photographique du smartphone est $g = 1{,}5$ m.

Exercice 5 : L'arrivée du Blue Fire (CCS 2025)

Le Blue Fire est l'une des montagnes russes du parc d'attraction Europa-Park, situé à Rust, en Allemagne. Elle est en service depuis le 4 avril 2009.

Lors de l'une des dernières figures, un appareil photographique numérique judicieusement placé prend des photos de chacune des voitures du train et de leurs passagers alors que le

train est à grande vitesse. Les visiteurs peuvent ainsi acheter une photographie-souvenir de leur expérience dans le Blue Fire à la sortie.



FIGURE 3 – Un exemple de photo souvenir prise au cours du trajet

L'objectif de l'appareil utilisé sera modélisé par une simple lentille mince convergente, de distance focale $f' = 5{,}00$ cm. Il est situé à $\mathrm{D} = 3$ m du sujet à photographier au moment où la photographie est prise. Le capteur de l'appareil photographique, sur lequel se forme l'image, est une matrice rectangulaire de taille $\mathrm{L} \times l$ avec $\mathrm{L} = 36$ mm et $l = 24$ mm constituée de pixels carrés de taille a. Le constructeur indique pour son capteur une résolution de 24 Mpixels.

Pour décrire la situation, on se placera dans la configuration géométrique simplifiée suivante :

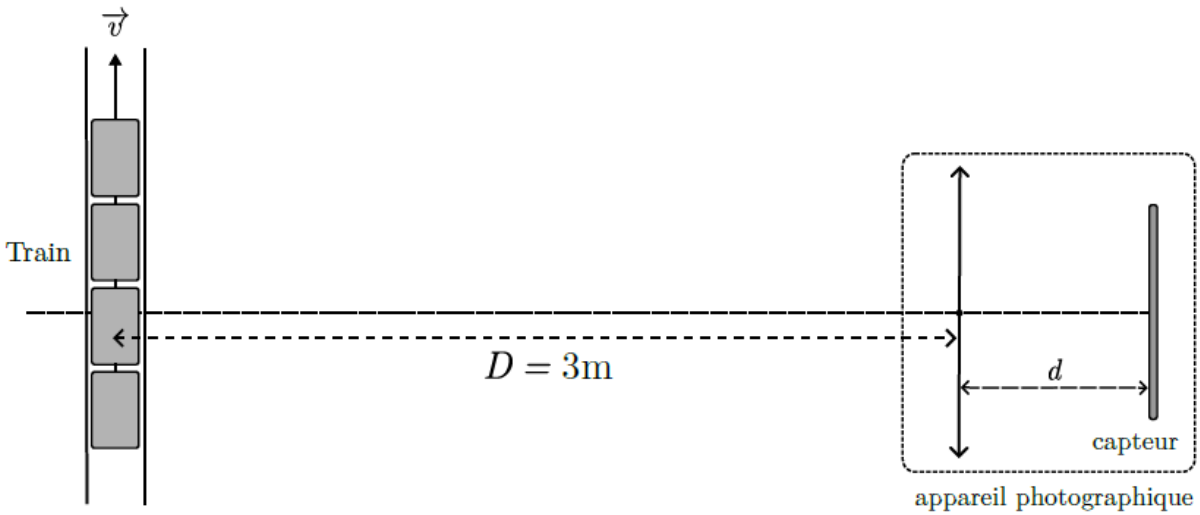


FIGURE 4 – Modèle simplifié de la prise d'une photographie

On notera en particulier que, même si le déplacement réel du train n'est pas orthogonal à l'axe optique de l'objectif, on fait ici cette hypothèse pour simplifier la description optique de la situation. Lors de la prise de la photographie, la vitesse de train est de $v = 15$ m·s^{-1}.

On rappelle la formule de conjugaison de Descartes pour une lentille mince :

$$\frac{1}{\overline{\mathrm{OA}'}} - \frac{1}{\overline{\mathrm{OA}}} = \frac{1}{f'}$$

ainsi que la formule de grandissement algébrique :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

1. Quelles sont les conditions optiques permettant un stigmatisme approché ? Énoncer ces conditions.

2. Déterminer avec deux chiffres significatifs la valeur numérique de la distance d entre le capteur et la lentille de l'objectif.

3. Déterminer la valeur numérique de a.

4. Montrer que si la durée d'exposition t_{exp} du capteur pendant la prise de la photographie est trop longue, la photo sera floue. Calculer un ordre de grandeur de cette durée maximale d'exposition pour obtenir une photographie nette en fonction des paramètres pertinents, et proposer une application numérique.

Exercice 6 : Étude optique de l'œil

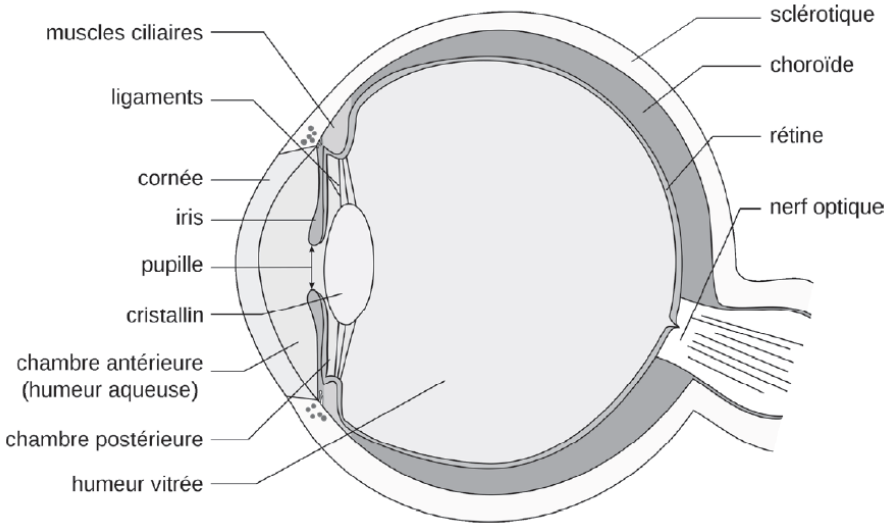


FIGURE 5 – Représentation simplifiée de l'œil

L'œil est l'organe de la vision. Il capte la lumière et transforme celle-ci en signaux électriques transmis au cerveau via le nerf optique. La cornée est la membrane transparente par laquelle la lumière entre dans l'œil. Ce dernier est de forme approximativement sphérique avec un diamètre typique d'environ 25 mm. Il est maintenu dans la cavité orbitaire par un ensemble de muscles qui assure aussi son mouvement.

La forme de la cornée permet la focalisation de la lumière sur la rétine, partie interne photosensible de l'œil. La mise au point s'effectue à l'aide du cristallin qui a la forme d'une lentille biconvexe. Sous l'action des muscles ciliaires, la courbure du cristallin est modifiée, si besoin, de façon à former une image nette sur la rétine. Ce processus est appelé accommodation.

1. La constitution de l'œil présente des analogies avec celle d'un appareil photographique. Regrouper dans un tableau trois éléments de l'œil et de l'appareil photographique pouvant être mis en correspondance.

2. En assimilant l'œil emmétrope (c'est-à-dire sans défaut) au repos à un ensemble {lentille mince-écran} distants de 17 mm, déterminer la valeur correspondante de la vergence de l'œil.

3. Comment appelle-t-on le point le plus proche que l'œil peut voir en accommodant ? Ce point est typiquement situé à 25 cm devant l'œil emmétrope. En vous appuyant sur la relation

de conjugaison de Descartes, trouver la valeur de la vergence de l'œil dans ce cas de figure.

La myopie est un défaut de vision caractérisé par une perception floue des objets éloignés. L'image de ces derniers se forme en avant de la rétine lorsque l'œil est au repos.

4. Un œil myope possède un punctum remotum situé à $2,0$ m. Expliquer pourquoi une lentille correctrice doit former d'un objet à l'infini une image située au punctum remotum de l'œil myope. En vous appuyant sur la relation de conjugaison de Descartes, déterminer la vergence de cette lentille correctrice. Faire un schéma montrant la marche de rayons lumineux incidents sur l'ensemble {lentille correctrice - œil}. On représentera l'œil par un ensemble {lentille mince - écran}.

Les cônes sont les cellules photoréceptrices permettant la perception de la couleur. Ils sont concentrés dans la zone centrale de la rétine avec une densité typique de $\sigma = 2,0 \times 10^5$ cellules/mm^2.

On modélise toujours l'œil par un ensemble {lentille mince - écran} distants de 17 mm.

Le pouvoir séparateur de l'œil est caractérisé par l'angle qui doit séparer deux points à l'infini pour qu'ils soient distingués.

5. Déterminer une estimation, en radian, du pouvoir séparateur de l'œil en supposant que celui-ci est lié à la distance entre deux cônes voisins. Vous vous appuyerez sur un schéma.

La lumière est diffractée lorsqu'elle passe à travers la pupille. L'image d'un point objet à l'infini correspond alors à une tache sur la rétine. Si les points objets sont trop proches, les taches de diffraction correspondantes se chevauchent. L'œil ne distingue alors pas ces objets. Deux points objets sont résolus si leur écart angulaire est plus grand que le demi-angle d'ouverture θ associé à la diffraction.

6. Rappeler la relation entre le demi-angle d'ouverture θ, la longueur d'onde λ de l'onde diffractée et la taille caractéristique de l'obstacle d. Si l'on tient compte du diamètre de la pupille (dont vous estimerez la valeur), peut-on conclure que le pouvoir séparateur est déterminé par la diffraction ?

Exercice 7 : Une jeune astronome

Laurène Ch., élève en MPSI, est passionnée par l'astronomie. Elle souhaite s'acheter une lunette astronomique qui lui permettra d'observer la Lune et les planètes du système solaire. Elle a un budget limité et ne pourra s'offrir qu'une lunette premier prix. Elle souhaite vérifier à l'aide de ses connaissances si cette lunette lui permettra d'observer la grande tache rouge de la planète Jupiter.

- Caractéristiques commerciales de la lunette :
  - Diamètre de l'objectif D = 50 mm
  - Distance focale f'_1 = 60,0 cm
  - Grossissement avec accessoires compris : ×30 et ×150
  - Masse nette : 1 kg
- Eléments livrés :
  - Lunette et monture
  - Trépied en aluminium réglable en hauteur
  - Deux oculaires de distances focales f'_2 = 4 mm et f'_2 = 20 mm

FIGURE 6 – Extrait de la notice de la lunette astronomique

1. Une lunette astronomique est un système optique afocal, qui donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. On considère ici une lunette de Kepler, formée de deux lentilles conver-

gentes. Justifier que le foyer image F'_1 de la première lentille L_1 doit être confondu avec le foyer objet F_2 de la seconde lentille L_2.

2. Placer les termes objectif et oculaire sur le schéma ci-dessous, que vous recopierez.

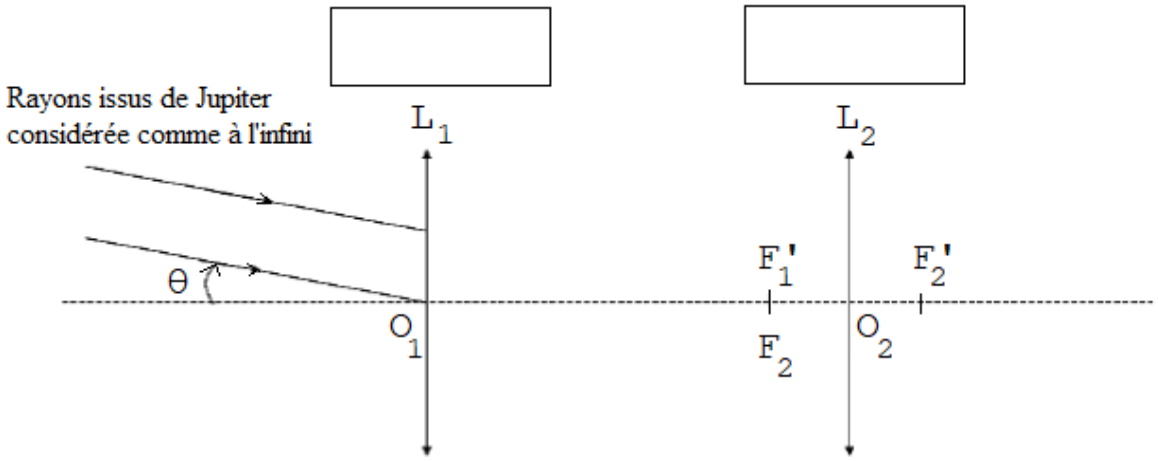


FIGURE 7 – Schéma de la lunette astronomique

3. Tracer sur le schéma le trajet des rayons arrivant de la planète Jupiter, en faisant figurer les traits de construction.

4. Placer, sur le schéma l'angle algébrique apparent θ' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette.

5. Le grossissement algébrique G de la lunette est défini comme le quotient de l'angle algébrique θ' sous lequel l'objet est vu à travers la lunette et de l'angle algébrique θ sous lequel il est vu à l'œil nu : $G = \frac{\theta'}{\theta}$. On choisit de compter les angles positivement dans le sens trigonométrique. Montrer, en vous appuyant sur le schéma et l'approximation des petits angles, que $G = -\frac{f'_1}{f'_2}$. Vérifier que les grossissements annoncés par le fabricant sont corrects (ils sont donnés en valeur absolue).

6. Le grossissement algébrique est négatif pour cette lunette. Indiquer quelle conséquence cela aura sur les observations. Expliquer pourquoi ce n'est pas gênant en pratique.

Jupiter est une planète gazeuse qui présente à sa surface un système de bandes de nuages clairs et sombres, mais surtout une grande tache rouge, un ouragan gigantesque qui souffle depuis au moins cinq siècles.

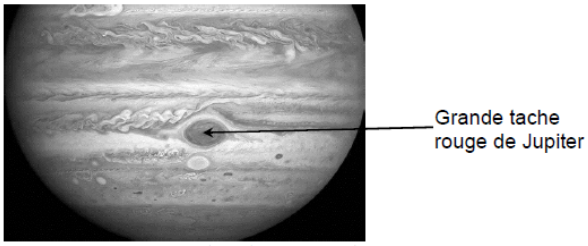


FIGURE 8 – Jupiter et la grande tache rouge

Jupiter peut être en conjonction ou en opposition avec la Terre. Jupiter est en opposition quand elle est située sur son orbite du même côté du Soleil que la Terre. Elle est en conjonction quand elle est située de l'autre côté de son orbite.

Données :
▷ Distance Terre-Soleil : $D_{TS} = 1,5 \times 10^8$ km ;
▷ Distance Jupiter-Soleil : $D_{JS} = 7,8 \times 10^8$ km.

7. Indiquer, en justifiant, la meilleure situation pour observer Jupiter (en conjonction ou en opposition). Calculer alors la valeur de la distance Terre-Jupiter D_{TJ}.

8. Calculer le diamètre apparent θ de la grande tache rouge vue à l'œil nu, en supposant qu'elle a un diamètre $D = 1,5 \times 10^4$ km..

9. Calculer la valeur du diamètre apparent θ' de la grande tache rouge vue à travers la lunette avec le plus grand grossissement de la lunette (en valeur absolue).

10. Rappeler ce que représente concrètement la limite de résolution angulaire de l'œil humain et donner sa valeur en radian. Déterminer si Laurène pourra voir la grande tache rouge avec cette lunette au plus grand grossissement.

11. Citer un phénomène optique (ondulatoire) susceptible de dégrader la visibilité de la grande tache rouge, et déterminer s'il le fait ou non dans la situation envisagée.

4 Résolution de problème : photographie de l'atomium

L'Atomium est un monument situé près de Bruxelles, en Belgique, construit à l'occasion de l'Exposition universelle de 1958 et représentant la maille conventionnelle du cristal de fer (structure cubique centrée) agrandie 165 milliards de fois. Il mesure 102 mètres de haut.



Déterminer à quelle distance de l'Atomium la photographie ci-dessus a été prise.

Données :
Distance focale de l'objectif de l'appareil photographique, modélisé par une lentille convergente : $f' = 4,0$ cm ;
Dimensions du capteur CCD de l'appareil photographique : 24 mm $\times$ 36 mm.