Chapitre Op3 : **Modèles de quelques dispositifs optiques**

Objectifs du chapitre

- Étudier quelques dispositifs optiques : l'œil, l'appareil photogrpahique, la fibre optique à saut d'indice.

Capacités exigibles	Validé ?
Modéliser l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.	
Citer les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.	
Modéliser l'appareil photographique comme l'association d'une lentille mince et d'un capteur.	
Construire géométriquement la profondeur de champ pour un réglage donné.	
Établir les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.	

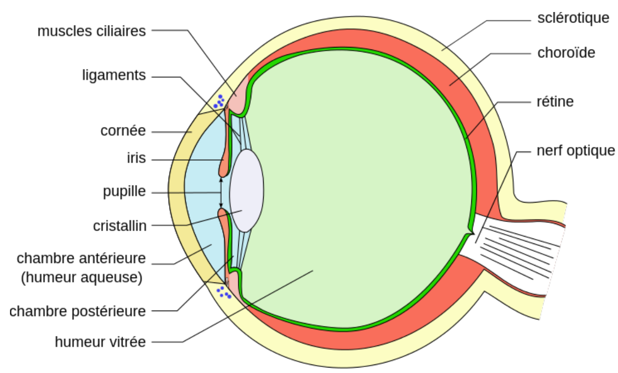
Plan du cours

I L'œil **1**
I.1 Modèle optique 1
I.2 Propriétés optiques de l'œil 2
I.3 Diamètre apparent et limite de résolution de l'œil 2
I.4 Défauts de l'œil 3
II La fibre optique à saut d'indice **3**
II.1 Modèle optique 3
II.2 Condition de guidage et cône d'acceptance 4
II.3 Dispersion des modes de propagation . . . 4
III L'appareil photographique **5**
III.1 Modèle optique d'un appareil photographique à CCD 5
III.2 Profondeur de champ 5
III.3 Influence des réglages de l'objectif 6

I L'œil

I.1 Modèle optique

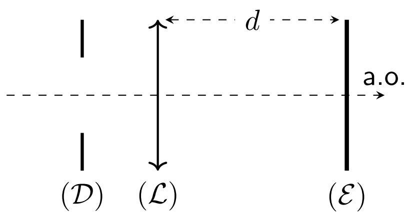
Un œil humain, schématisé en coupe ci-contre, est un système biologique complexe principalement composé de :



— la cornée et l'humeur aqueuse qui laissent passer la lumière tout en protégeant le reste de l'œil.
— l'**iris**, de diamètre variable, qui laisse passer plus ou moins de lumière à travers la **pupille**.
— le **cristallin**, disque flexible actionné par les muscles ciliaires, dont le rôle est de condenser la lumière sur la rétine.
— l'humeur vitrée est un milieu gélatineux d'indice $n = 1,336$.
— la **rétine** sur laquelle sont disposés des capteurs biologiques reliés à des nerfs. On distingue les cônes pour la vision diurne (trois types pour les couleurs, taille $\simeq 1-2$ μm, espacement $\simeq 5$ μm) et les bâtonnets pour la vision nocturne (taille $\simeq 3$ μm, espacement $\simeq 10-20$ μm).

Définition – Modèle optique de l'œil

On modélise simplement l'œil par le dispositif optique suivant :
— un **diaphragme** $(\mathcal{D})$ correspondant à l'iris,
— un **écran** $(\mathcal{E})$ correspondant à la rétine,
— une lentille convergente $(\mathcal{L})$ de **focale** f' **variable** correspondant au cristallin



— la distance d entre le cristallin et le fond de la rétine est **constante**, de l'ordre de $d = 20$ mm (en prenant en compte l'indice de l'humeur vitrée).

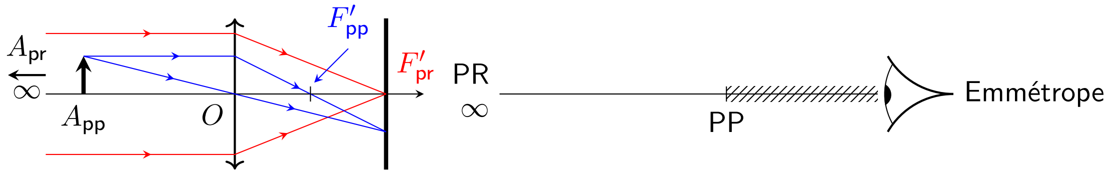
• On dit que l'œil **accommode** lorsque les muscles du cristallin se contractent. En se comprimant, son rayon de courbure diminue et la distance focale f' du cristallin diminue, au prix d'une fatigue de vision.

I.2 Propriétés optiques de l'œil

Pour que l'image d'un objet (réel) situé avant l'œil soit nette, elle doit se **former sur la rétine** : on doit avoir $\overline{OA'} = d$. La relation de conjugaison de DESCARTES détermine la distance focale $f' = \dfrac{\overline{OA}.\overline{OA'}}{\overline{OA} - \overline{OA'}} = \dfrac{\overline{OA}.d}{\overline{OA} - d}$ nécessaire pour observer un objet à distance donnée $\overline{OA}$.

Définition – Accommodation et champ de vision

• Un œil au **repos n'accommode pas**, la distance $f'_{\text{pr}} = \overline{OF'_{\text{pr}}}$ est maximale et c'est dans cette configuration que l'objet visible net est le plus éloigné : on l'appelle **punctum remotum** (PR).
• Lorsque les muscles sont totalement contractés, l'œil accommode au maximum et la distance focale $f'_{pp} = \overline{OF'_{pp}}$ est minimale et c'est dans cette configuration que l'objet visible net A_{pp} est le plus proche : on l'appelle **punctum proximum** (PP).



Exemple ou exercice d'application – *PR et PP d'un œil emmétrope*

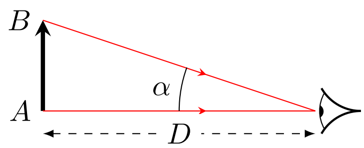
Pour un œil sans défaut, dit **emmétrope**, le PR est à l'infini tandis que le PP est environ à 20 cm.
Déterminer les distances focales f'_{pr} et f'_{pp} et en déduire la variation de vergence du cristallin.

I.3 Diamètre apparent et limite de résolution de l'œil

Pour caractériser la "taille" visuelle d'un objet, deux paramètres entrent en jeu : la longueur de l'objet (plus il est long, plus on le verra grand) mais également la distance à laquelle il se situe (plus il est loin, moins on le verra grand).

Définition – Diamètre apparent

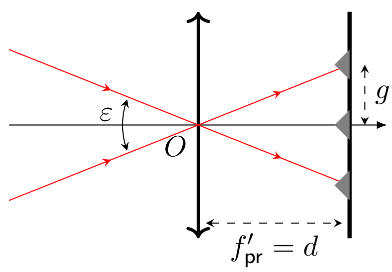
Le paramètre pertinent pour quantifier la taille visuelle d'un objet est le **diamètre apparent** (ou **diamètre angulaire**) $\boxed{\alpha \simeq \tan\alpha = \dfrac{AB}{D}}$ qui n'est autre que l'angle sous lequel on voit l'objet AB placé à une distance D.



Remarque : Pour une observation à l'œil nu, le diamètre apparent d'un objet est maximal lorsqu'on le place au plus près possible de l'œil, c'est-à-dire au PP. Le but d'un instrument d'optique est (en général) de modifier le diamètre apparent d'un objet pour mieux l'observer à l'œil.

Propriété – Limite de résolution angulaire de l'œil

L'œil ne distingue deux détails différents d'un objet que si leurs images se forment sur deux cellules différentes et non consécutives de la rétine, séparées de $g \simeq 5$ μmm. La valeur minimale ε du diamètre apparent discernable est appelée **limite de résolution angulaire**.
On a $\tan\left(\dfrac{\varepsilon}{2}\right) \simeq \dfrac{\varepsilon}{2} = \dfrac{g}{f'_{\text{pr}}}$ donc $\boxed{\varepsilon = \dfrac{2g}{f'_0} \simeq 5.10^{-4}\ \text{rad} \simeq 1' \text{ d'arc.}}$



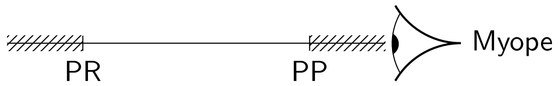
Exemple ou exercice d'application – *Vision à l'œil nu*

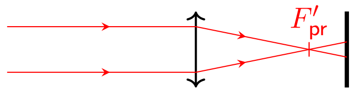
Déterminer la hauteur h du plus petit objet que l'œil peut distinguer à une distance $D = 25$ cm, 10 m et 1 ua.

I.4 Défauts de l'œil

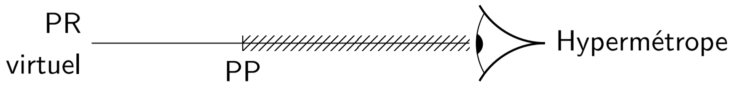
Les différents défauts de la vue proviennent d'un mauvais fonctionnement du cristallin et des muscles qui le contractent.

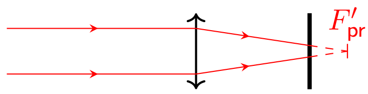
— Pour la **myopie**, le cristallin est trop convergent. Sans accommoder, l'image d'un objet à l'infini se situe avant la rétine et est floue : un myope ne voit pas nets les objets lointains et le PR est à distance finie. Par contre, en accommodant au maximum, la distance focale atteinte est plus faible que pour un emmétrope : le PP d'un myope est plus proche et il voit mieux de près. On corrige ce défaut en augmentant la distance focale, avec une lentille divergente.





— Pour l'**hypermétropie**, c'est l'inverse, le cristallin n'est pas assez convergent. Sans accommoder, l'image d'un objet à l'infini se situe après la rétine et elle est donc floue. Un hypermétrope doit accommoder pour ramener cette image au niveau de la rétine. Le PR est "plus loin que l'infini" (ce qui ne sert à rien...) En accommodant au maximum, la distance focale atteinte est plus grande que pour un emmétrope : le PP d'un hypermétrope est plus éloigné et il voit mal de près. On corrige ce défaut en diminuant la distance focale, avec une lentille convergente.





— La **presbytie** est due au durcissement et à l'épaississement du cristallin (principalement avec l'âge). Les muscles ne sont plus capables de bien le contracter et la distance focale minimale atteinte augmente : le PP recule et on voit moins bien de près. On peut corriger cet effet avec des verres convergents mais alors un presbyte ne voit plus de loin : verres double-foyer.

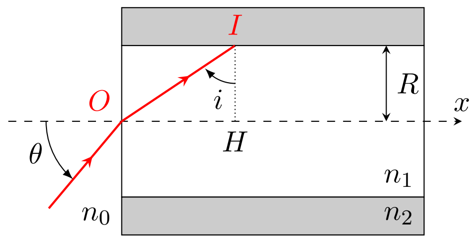
— L'**astigmatisme** découle d'un défaut de symétrie de révolution sphérique du cristallin, qui se traduit par des aberrations géométriques de forme.

II La fibre optique à saut d'indice

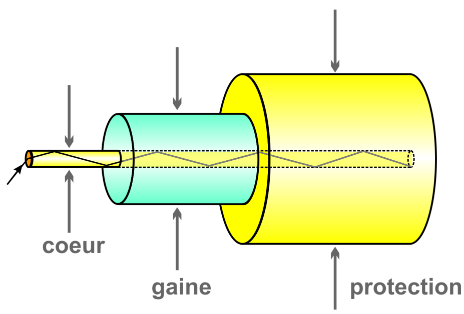
II.1 Modèle optique

Définition – Fibre optique à sauf d'indice

• Une **fibre optique à saut d'indice**, représentée ci-contre, est formée d'un **cœur cylindrique** de rayon R et d'indice n_1 entouré d'une **gaine optique** d'indice n_2 légèrement inférieur à n_1. Les deux milieux sont supposes linéaires, transparents, homogènes et isotropes.
• Un rayon rayon situé dans le plan (Oxy) entre dans la fibre au point O avec un angle d'entrée θ. Comme $n_2 < n_1$, le rayon dans la fibre peut subir des réflexions totales ce qui permet de n'avoir aucune perte par réfraction et d'ainsi parfaitement guider la lumière.



Remarques : • Actuellement le diamètre du cœur d'une fibre varie de 3 à $200\ \mu\text{m}$ selon les propriétés et le diamètre extérieur de la gaine peut atteindre $400\ \mu\text{m}$.
• La gaine est bien entendue elle même entouré par un matériau protecteur (plastique en général) pour atteindre un diamètre total de l'ordre du millimètre.



Expérience ou animation *– Fibre optique à saut d'indice*

`http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/optiqueGeo/dioptres/fibre_optique.php`

II.2 Condition de guidage et cône d'acceptance

• Afin que le rayon soit totalement réfléchi dans le cœur, l'angle d'incidence en I doit être suffisamment grand : il faut que $i > \arcsin\left(\dfrac{n_2}{n_1}\right) = i_{\text{lim}} \Leftrightarrow \boxed{\sin i > \dfrac{n_2}{n_1}.}$

• Au point d'incidence O, l'angle de réfraction vérifie $n_0 \sin\theta = n_1 \sin r$. Dans le triangle OIH, on a $i+r+\frac{\pi}{2} = \pi$ donc $i = \frac{\pi}{2} - r \Rightarrow \boxed{\sin i = \cos r.}$

• Comme $\sin^2 r + \cos^2 r = 1$, on obtient $\sin r = \sqrt{1-\sin^2 i}$. Finalement, $\sin\theta = \frac{n_1}{n_0}\sin r < \frac{n_1}{n_0}\sqrt{1-\frac{n_2^2}{n_1^2}}$.

Propriété – Cône d'acceptance

Afin que le rayon soit guidé par réflexion totale dans la fibre, l'angle d'entrée θ doit être inférieur à une valeur qui ne dépend que des indices des milieux choisis.

On parle de **cône d'acceptance** : $\theta < \theta_{\text{max}}$ tel que $\boxed{\sin\theta_{\text{max}} = \dfrac{n_1}{n_0}\sqrt{1-\dfrac{n_2^2}{n_1^2}}.}$

Odg : pour $n_1 = 1,456$ (silice SiO_2) et $n_2 = 1,410$ (silicone), on a $i_{\text{lim}} = 75,6°$ et $\theta_{\text{max}} = 20,8°$.

II.3 Dispersion des modes de propagation

Définition – Modes de propagation et dispersion intermodale

• À chaque angle θ, donc i, correspond un trajet donné, plus ou moins long, de parcours dans la fibre : on parle de **modes de propagation.**
• La transmission de l'information a lieu dans la direction (Ox) de la fibre. Les différents modes mettront plus ou moins de temps à parcourir la longueur totale L de la fibre : on parle de **dispersion intermodale**.

La transmission de l'information a lieu dans la direction (Ox) de la fibre et des rayons présentant des angles i différents mettront plus ou moins de temps à parcourir la longueur totale L de la fibre : on parle de différents modes de propagation.

• Le mode le plus rapide se propage de façon rectiligne. Il parcourt la fibre en une durée $\boxed{\tau_{\text{min}} = \dfrac{n_1 L}{c}.}$

• Pour parcourir la distance OH dans la direction rectiligne, le rayon parcourt en fait la distance $OI = \dfrac{OH}{\sin i}$. Ainsi, pour traverser la fibre, le rayon parcourt en fait la distance $L' = \dfrac{L}{\sin i}$ pour une durée de parcours $\tau = \dfrac{n_1 L}{c \sin i}$.

• Le mode le plus lent correspond à l'angle de réflexion totale $\sin i_{\text{lim}} = \dfrac{n_2}{n_1}$ pour une durée $\boxed{\tau_{\text{max}} = \dfrac{n_1^2 L}{n_2 c}.}$

Propriété – Dispersion intermodale

L'intervalle de temps entre le mode le plus rapide et le mode le plus rapide correspond à la **dispersion intermodale** $\boxed{T = \tau_{\text{max}} - \tau_{\text{min}} = \dfrac{n_1 L}{c}\left(\dfrac{n_1}{n_2} - 1\right).}$

Remarque : L'émetteur ne peux pas envoyer de signaux à un intervalle plus court que T sans prendre le risque d'avoir une superposition à la réception. Ce phénomène limite le débit maximal $f = \frac{1}{T}$ d'informations dans la fibre.

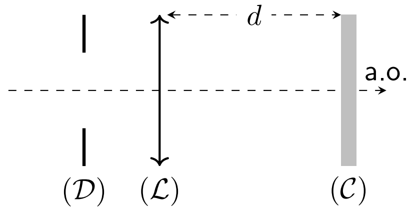
Odg : pour $n_1 = 1,456$ et $n_2 = 1,410$ et une fibre de $L = 1,0$ km, on a $T = 1,6.10^{-7}$ s, soit une fréquence maximale $f_{\text{max}} = 6,3$ MHz.

III L'appareil photographique

III.1 Modèle optique d'un appareil photographique à CCD

Définition – Modèle optique d'un appareil photographique à CCD

On modélise simplement un appareil photographique à CCD par le dispositif optique suivant :



— un **diaphragme** $(\mathcal{D})$ qui est une ouverture réglable de diamètre D,

— un **capteur CCD** $(\mathcal{C})$ constitués de pixels de taille caractéristique δ,

— un **objectif** modélisé par une lentille convergente $(\mathcal{L})$ de **focale** f' **fixe**.

— la distance d entre l'objectif $(\mathcal{L})$ et le capteur $(\mathcal{C})$ est **variable**, de l'ordre de $d \simeq f'$.

— Un **obturateur**, non représenté sur la figure, permet de régler la **durée d'exposition** τ, éclairant ainsi plus ou moins longtemps le capteur.

Remarques :

— Les objectifs d'appareils photographiques sont en général constitués d'une association de plusieurs lentilles, parfois mobiles entre elles, afin de pouvoir modifier la focale ainsi que d'atténuer les aberrations géométriques et chromatiques.

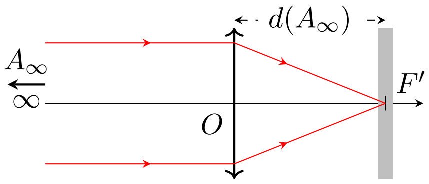
— L'**ouverture** plus ou moins grande du diaphragme permet de laisser entre plus ou moins de lumière dans l'appareil, de façon similaire à la durée d'exposition.

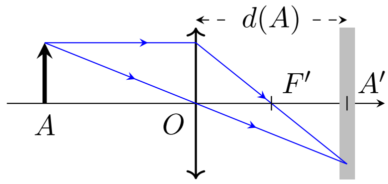
Propriété – Mise au point

• Afin de prendre une photographie **nette**, il faut que l'image d'un objet se forme sur le capteur : on parle de **mise au point**.

• Pour un **objet à l'infini** A_∞, l'image se forme dans le plan focal de la lentille : $\boxed{d(A_\infty) = f'.}$

• Pour un objet à distance finie $\overline{OA} = -x$, la relation de conjugaison donne $\boxed{d(A) = \overline{OA'} = \dfrac{xf'}{x - f'}.}$





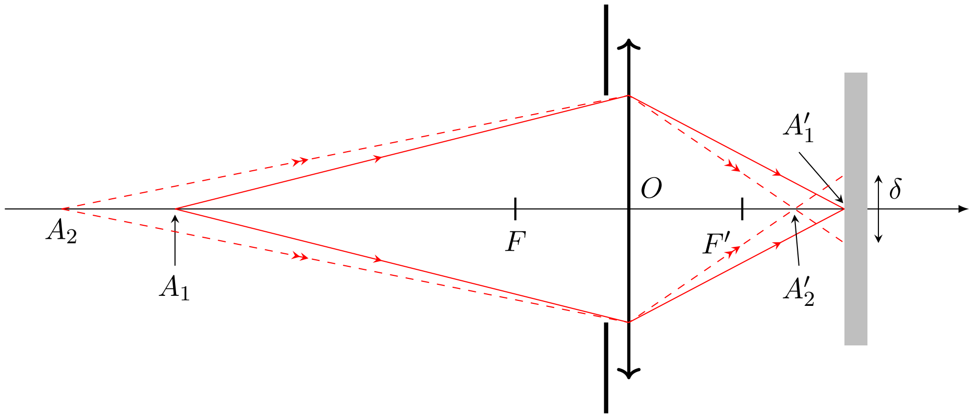
Remarque : On appelle **tirage** $\mathcal{T}$ le décalage de la position du capteur entre une mise au point à l'infini (tirage nul) et une mise au point sur un objet à distance finie : $\mathcal{T} = d(A) - d(A_\infty)$.

III.2 Profondeur de champ

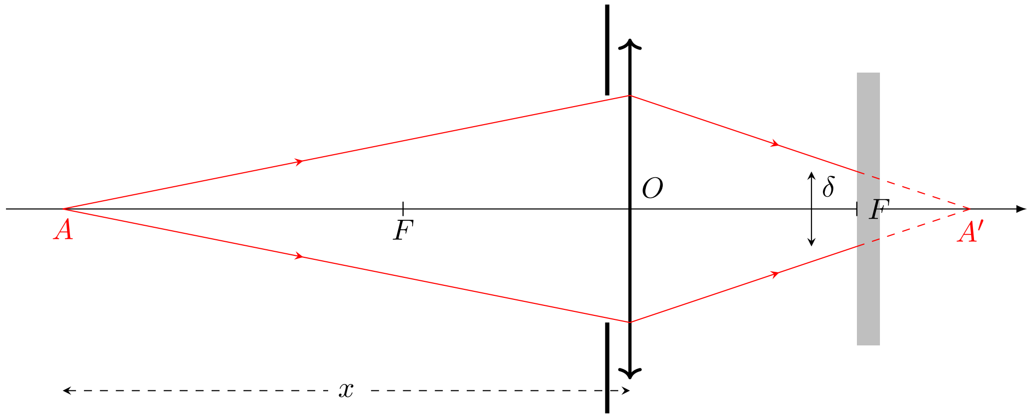
Définition – Profondeur de champ

• Le capteur CCD étant constitué de pixels de taille δ, il n'est pas parfait et laisse une certaine plage de netteté lors de la formation d'une image : tant que la "tâche image" est plus petite que la surface d'un pixel, la netteté n'est pas affectée.

• Ainsi, en fonction de l'ouverture du diaphragme, de la focale de la lentille et de la position du capteur, une zone donnée de l'espace formera des images nettes : on parle de **profondeur de champ**.



• Sur le schéma ci-dessus, la mise au point est effectuée sur le point A_1 : $A_1 \xrightarrow{\mathcal{L}} A_1'$. On observe alors que l'image A_2' d'un point A_2, plus éloigné, se forme en avant du capteur. Le prolongement des rayons forme une tâche de diamètre δ sur le capteur. La **profondeur de champ** vaut $p = A_2A_1$.



• Sur le schéma ci-dessus, la mise au point est effectuée à l'infini, le capteur étant placé dans le plan focal image de l'objectif. On observe alors que l'image A' d'un point A proche se forme après le capteur. Les rayons intersectent le capteur en formant une tâche de diamètre δ sur le capteur. Tous les points situés entre A et l'infini formeront une image nette sur le capteur.

Remarque : D'après le théorème de THALÈS, la longueur δ est proportionnelle à l'ouverture D du diaphragme : la profondeur de champ diminue avec l'ouverture. Afin que l'éclairement soit suffisant, on peut ensuite jouer sur la durée d'exposition.

III.3 Influence des réglages de l'objectif

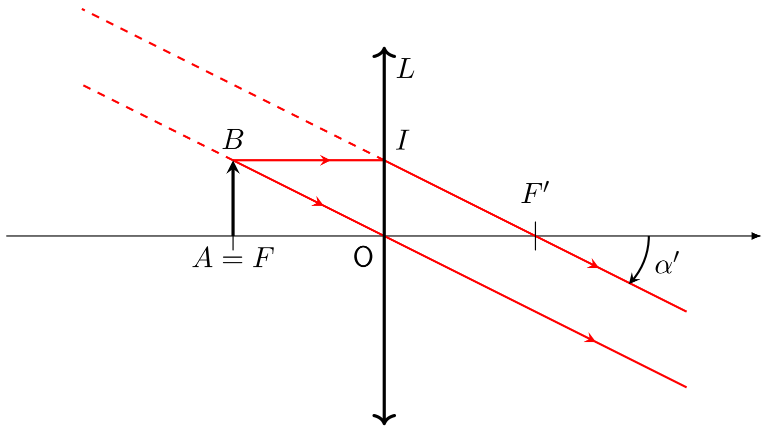
Voir le document joint.

Bonus : autres dispositifs optiques usuels

La loupe

Principe de fonctionnement

Une loupe est constituée d'une lentille convergente de distance focale f'. L'œil n'accommode pas lorsque l'image est située à l'infini ce qui revient à placer l'objet dans le plan focal objet : $A = F \xrightarrow{L} A'_\infty$ L'image est virtuelle et située à l'infini.



Objet réel $\overrightarrow{AB}$ avec $A = F$ et image virtuelle $\overrightarrow{A'B'}$ avec A' à $\pm\infty$ sur l'axe optique : $\boxed{A \xrightarrow{L} A'_\infty}$

Grossissement commercial

Définition – Grossissement commercial

On note α l'angle sous lequel on voit l'objet sans instrument et α' l'angle sous lequel on voit l'image à travers l'instrument. On définit le **grossissement angulaire** $\boxed{G = \dfrac{\alpha'}{\alpha}}$

En général, l'angle α' ne dépend pas de la position de l'observateur mais l'angle α si : le grossissement dépend de la distance d'observation, ce qui n'est pas très pratique. On travaille donc en général avec le **grossissement commercial** : $\boxed{G_c = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{pp}}}$ où on utilise le diamètre apparent α_{pp} de l'objet lorsqu'il est placé à $d_m = 25$ cm de l'œil, distance la plus proche à laquelle on le voit net sans l'instrument.

- **Grossissement commercial** de la loupe, $\boxed{G_c = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{pp}} \simeq \dfrac{\overline{AB}/(-f')}{\overline{AB}/(-d_m)} = \dfrac{d_m}{f'}}$
- **Taille minimale observable** : pour voir l'objet il faut que $|\alpha'| > \epsilon$, ce qui donne $\boxed{AB > \epsilon f'}$

Bonus : latitude de mise au point

En pratique, l'œil est capable d'accommoder et peut voir net des objets qui sont situés entre le PR (à l'infini pour un emmétrope) et le PP (à 25 cm de l'œil).

Définition – Latitude de mise au point

La **latitude de mise au point** Δ est la longueur de la zone de l'espace dans laquelle on peut placer l'objet pour que son image par l'instrument d'optique soit visible nette par l'œil.

On suppose que l'œil est placé au foyer image F'.

— Si l'image est au PR : $\overline{F'A'} = -\infty$ donc $\overline{FA_{pr}} = 0$ (relation de Newton).

— Si l'image est au PP : $\overline{F'A'} = -d_m$ donc $\overline{FA_{pp}} = \dfrac{f'^2}{d_m}$.

La latitude de mise au point vaut donc $\boxed{\Delta = \overline{A_{pp}A_{pr}} = \overline{FA_{pp}} - \overline{FA_{pr}} = \dfrac{f'^2}{d_m}}$

Lunette astronomique

Principe de fonctionnement

La **lunette astronomique** est faite pour observer les objets lointains que l'on supposera à l'infini. L'œil n'a pas besoin d'accommoder pour observer ces objets situés à l'infini mais ceux-ci sont vus sous un diamètre apparent souvent trop faible pour être observées correctement. Le but de la lunette est de former une image à l'infini qui aura un diamètre apparent α' plus important que le diamètre apparent initial α et que l'on pourra observer à l'œil nu à travers l'instrument : l'image nous semblera agrandie.

Définition – Système afocal

Un tel système formant une image à l'infini d'un objet situé à l'infini est dit **afocal**.

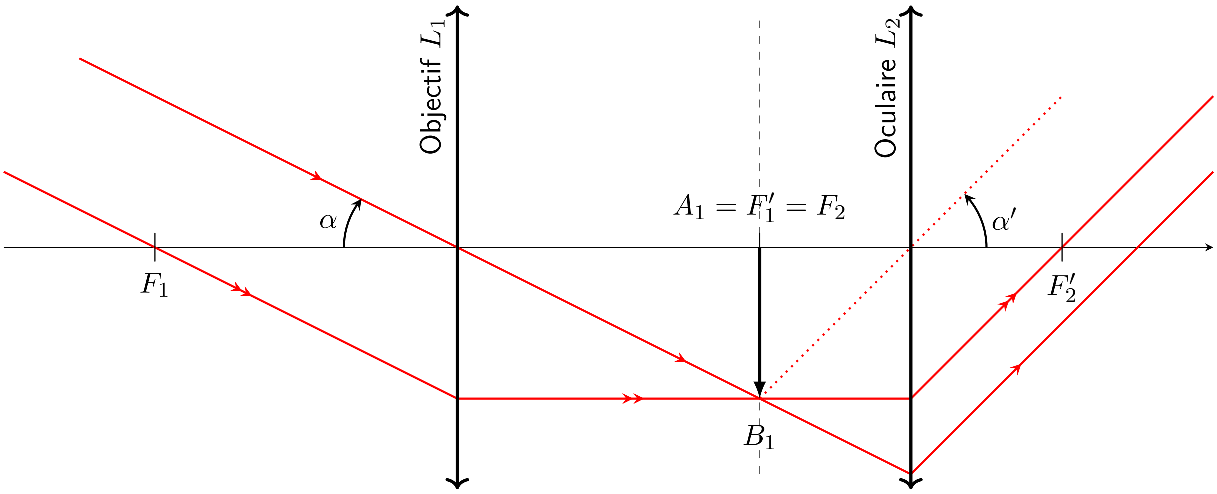
La lunette de Kepler est constituée de deux lentilles convergentes : un **objectif** L_1 de distance focale $f_1' > 0$ et un **oculaire** L_2 de distance focale $f_2' > 0$. On notera $\boxed{\overrightarrow{AB} \xrightarrow{L_1} \overrightarrow{A_1B_1} \xrightarrow{L_2} \overrightarrow{A'B'}.}$

Pour produire un système afocal, il faut que :

— A_1 (l'image intermédiaire) soit produite par L_1 à partir d'un objet à l'infini A_∞. On a donc $A_1 = F_1'$.

— l'image finale A'_∞ soit produite par L_2 à partir de A_1. On a donc $A_1 = F_2$.

Finalement, la configuration afocale impose $\boxed{F_1' = F_2}$ et on a $A_\infty \xrightarrow{L_1} A_1 = F_1' = F_2 \xrightarrow{L_2} A'_\infty$. L'image finale $\overline{A_2B_2}$ est virtuelle avec A' situé à $-\infty$ sur l'axe optique. Elle est renversée par rapport à $\overline{AB}$.



Remarque : le faisceau de rayons parallèles provient d'un point source de l'objet à l'∞. Chacun des autres points qui le constituent génère son propre faisceau d'inclinaison différente : l'ensemble donne une image étendue.

Grossissement de la lunette

Le grossissement de la lunette vaut $\boxed{G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} \simeq \dfrac{\overline{A_1B_1}/(-f_2')}{\overline{A_1B_1}/(f_1')} = -\dfrac{f_1'}{f_2'}} < 0$: l'image est renversée

Odg : $f_1' = 1$ m et $f_2' = 10$ cm donne $G = -10$.

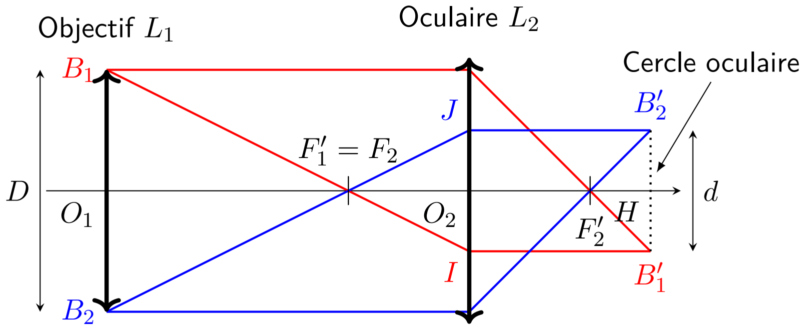
Bonus : cercle oculaire

Le **cercle oculaire** est l'image de l'objectif à travers l'oculaire. On admettra qu'il s'agit de l'endroit où il y a le plus de lumière : c'est donc là ou il faudra placer son œil.

• Pour déterminer sa taille, on utilise le théorème de Thalès dans $B_1B_2F_1'$ et F_2IJ : $\dfrac{d}{D} = \dfrac{f_2'}{f_1'}$ donc $\boxed{d = D\dfrac{f_2'}{f_1'}}$

• Pour déterminer sa position, il suffit d'utiliser la relation de conjugaison sur la lentille L_2 avec O_1 comme objet et H comme image : $\overline{F_2'H} \cdot \overline{F_2O_1} = -f_2'^2$donc $\boxed{\overline{F_2'H} = \dfrac{f_2'^2}{f_1'}}$ puisque $\overline{F_2O_1} = -f_1'$.

Pour récolter le maximum de lumière, Il faut que le diamètre d du cercle oculaire soit plus petit que le diamètre de la pupille. Pour diminuer d, on ne peut pas diminuer D (on diminuerait alors la quantité de lumière rentrante dans le système) mais on peut diminuer f_2' et augmenter f_1'. On a donc intérêt à choisir $f_1' > f_2'$ (même condition que pour le choix du grossissement). On constate que dans ce cas H est proche de F_2' qui est lui même proche de l'oculaire. C'est pourquoi il faut pratiquement "coller" son oeil à l'oculaire pour utiliser la lunette.



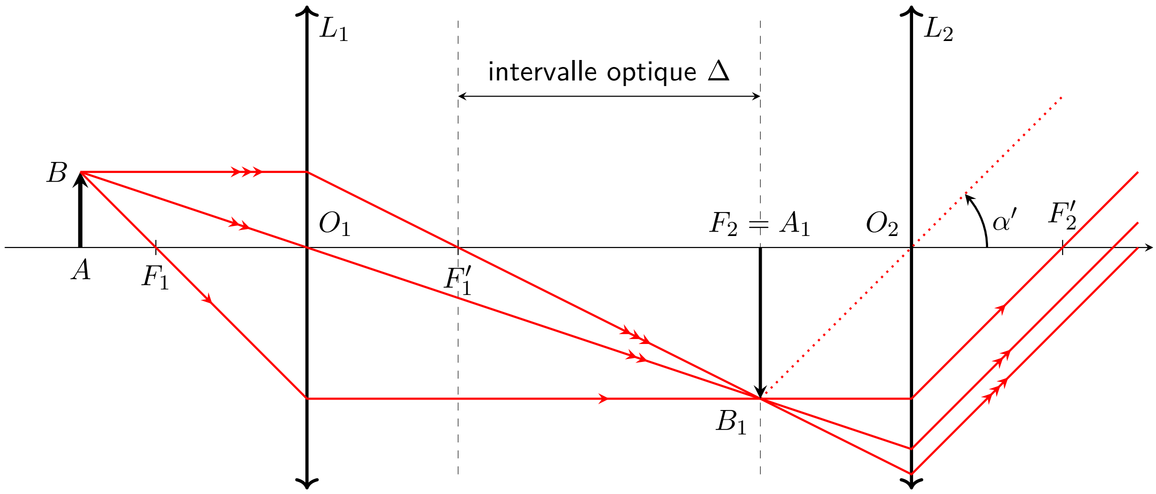
Microscope

Principe de fonctionnement

Le **microscope** est fait pour observer des objets proches de taille trop petite pour être observés à l'œil nu. Le but du microscope est de former une image à l'infini qui aura un diamètre apparent α' plus important que le diamètre apparent maximal à l'œil nu α_{pp} : l'image nous semblera agrandie.

Tout comme la lunette de Kepler, le microscope est constitué de deux lentilles convergentes : un **objectif** L_1 de distance focale $f_1' > 0$ et un **oculaire** L_2 de distance focale $f_2' > 0$. Le système n'est cependant pas afocal et on a donc $F_1' \neq F_2$. On note $\Delta = \overline{F_1'F_2}$ la distance qui sépare les foyers F_1' et F_2 des deux lentilles : on l'appelle l'intervalle optique.

On notera $\boxed{\overrightarrow{AB} \xrightarrow{L_1} \overrightarrow{A_1B_1} \xrightarrow{L_2} \overrightarrow{A'B'}}$ les images successives.



Pour obtenir une image finale à l'infini, il faut que $A_1 = F_1$: l'objectif doit faire l'image de l'objet dans le plan focal objet de l'oculaire.

Grossissement commercial

— Le grandissement de l'objectif vaut $\gamma = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{O_1A_1}}{\overline{OA}} = \dfrac{f_1'+\Delta}{\overline{OA}}$. Par ailleurs, $\dfrac{1}{\overline{O_1A}} = \dfrac{1}{\overline{O_1A_1}} - \dfrac{1}{f_1'} = \dfrac{-\Delta}{f_1'(\Delta+f_1')}$ donc $\boxed{\gamma = -\dfrac{\Delta}{f_1'}}$

— L'oculaire fonctionne comme une loupe : on a $\alpha' = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{-f_2'}$. On en déduit que $\alpha' = \dfrac{\gamma\overline{AB}}{-f_2'} = \dfrac{\Delta}{f_1'f_2'}\overline{AB}$.

Son grossissement commercial vaut $\boxed{G_{c,ocu} = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{pp,1}} = \dfrac{d_m}{f_2'}}$ puisque $\alpha_{pp,1} = \dfrac{\overline{A_1B_1}}{-d_m}$.

— En combinant les deux effets et avec $\alpha_{pp} = \dfrac{\overline{AB}}{-d_m}$, on obtient $\boxed{G_c = \dfrac{\alpha'}{\alpha_{pp}} = G_{c,ocu} \times \gamma = -\dfrac{d_m\Delta}{f_1'f_2'}}$