Chapitre E2 : **Circuits linéaires du 1er ordre**

Introduction

Le monde moderne repose en grande partie sur les convertisseurs de puissance et sur l'informatique. Dans ces deux domaines, l'électricité joue un rôle prépondérant et deux nouveaux dipôles sont omniprésents : les condensateurs et les bobines.

Le condensateur est utilisé principalement pour stabiliser les alimentations électriques (il se décharge lors des chutes de tension et se charge lors des pics de tension), traiter des signaux périodiques (filtrage, informatique) ou bien stocker de l'énergie (auquel cas on parle de supercondensateur).

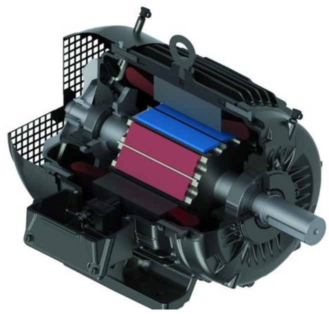
Les bobines, quant à elles, sont utilisées pour créer des impulsions de haute tension (bobine d'allumage, lampe fluo à décharge), pour traiter des signaux périodiques, pour réaliser des circuits électroniques oscillants et finalement pour leurs propriétés électromagnétiques (électroaimants, actionneurs, moteurs électriques)

Le comportement dynamique (variable dans le temps) de ces dipôles rend plus difficile l'étude théorique de circuit qui en comportent mais fait également émerger des comportements nouveaux qui font leur utilité. Ce chapitre se propose d'effectuer une étude initiale de ces dipôles en s'appuyant sur quelques exemples fondamentaux.

Objectifs du chapitre

- Décrire et quantifier le comportement des dipôles condensateur (capacité) et bobine (inductance).
- Étudier quantitativement la charge (réponse à un échelon) et la décharge (régime libre) d'un condensateur.
- Utiliser la continuité du courant traversant une bobine et de la tension aux bornes d'un condensateur ainsi que le comportement en régime permanent de ces dipôles.

Capacités exigibles	Validé ?
Utiliser les relations entre l'intensité et la tension et citer les ordres de grandeurs pour les composants L et C.	
Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou dans une bobine.	
Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon.	
Utiliser un modèle équivalent aux dipôles pour déterminer les grandeurs électriques en régime permanent.	
Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine.	
Établir la relation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles.	
Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension.	
Déterminer un ordre de grandeur de la durée d'un régime transitoire.	
Réaliser des bilans énergétiques (stockage et dissipation d'énergie).	

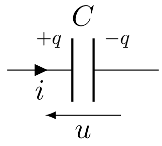


I Condensateur et bobine : deux dipôles dynamiques

I.1 Condensateur et capacité

1.a Caractéristiques d'un condensateur

Définition – Condensateur et capacité

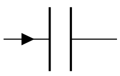
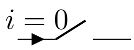


• Un **condensateur** est un dipôle linéaire passif dont la caractéristique s'écrit, en c.r., $\boxed{i = C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}}$ où C est la **capacité** du condensateur, qui s'exprime en farad ($1\ \mathrm{F} = 1\ \mathrm{A.s.V^{-1}}$).

• Un condensateur est constitué de deux armatures fines conductrices en vis-à-vis, séparée par un matériau isolant. Les électrons ne peuvent pas passer de l'une à l'autre et, sous l'effet du courant, une charge électrique $+q$ s'accumule sur l'armature ou arrive le courant. Par neutralité, une charge opposée $-q$ s'accumule sur l'armature opposée. On a l'égalité $\boxed{q = Cu.}$

Compléments :

— **O.d.g. :** Condensateur à air $C \simeq 10^{-10} - 10^{-6}$ F, céramiques $C \leqslant 10^{-5}$ F, chimiques $C \simeq 10^{-6} - 10^{2}$ F.

— Lorsque le condensateur est "saturé", la tension à ses bornes n'évolue plus : on dit qu'il est **chargé**. Il atteint un régime stationnaire et sa caractéristique devient $i = 0$. **En régime stationnaire, un condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert :**  $\overset{\text{statio.}}{\Rightarrow}$ 

— La capacité d'un condensateur plan dont les surfaces ont une aire S et sont séparées d'un distance ℓ par un matériau de permittivité relative ϵ_r vaut $\boxed{C = \epsilon_0 \epsilon_r S/\ell.}$ Selon le matériau, $1 \leqslant \epsilon_r \leqslant 10^4$.

1.b Énergie emmagasinée dans un condensateur

La puissance reçue par le condensateur s'écrit $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = ui = u \times C\dfrac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t} = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Cu^2\right)$ dont le signe peut être positif ou négatif selon que $u \nearrow$ ou $\searrow$. Une capacité peut donc recevoir de l'énergie ou la fournir. Entre temps, elle est capable d'emmagasiner (de stocker) de l'énergie sous forme **électrique**.

Propriété – Énergie emmagasinée dans un condensateur

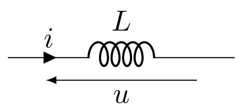
• La grandeur $\boxed{\mathcal{E}_{\text{élec.}}^{\text{stock}} = \dfrac{1}{2}Cu^2}$ est l'énergie électrostatique emmagasinée (stockée) dans le condensateur. Elle résulte de l'établissement d'un champ électrique E entre les deux armatures du condensateur.
• L'énergie étant une grandeur continue, on en déduit que **la tension** $u(t)$ **aux bornes d'un condensateur est une fonction continue**. Il n'en va pas de même du courant i qui le parcourt, qui peut être discontinu.

Remarque : Une fois chargé, on peut déconnecter le condensateur du circuit et il conservera les charges $\pm q$ sur ces armatures. La tension à ses bornes reste continue même en l'absence de circuit puisque $q = Cu$.

I.2 Bobine et inductance

2.a Caractéristiques d'une bobine

Définition – Bobine et inductance

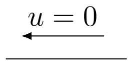


• Une **bobine** est un dipôle linéaire passif dont la caractéristique s'écrit, en c.r., $\boxed{u = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}}$ où L est l'**inductance** de la bobine, qui s'exprime en henry ($1\mathrm{H} = 1\mathrm{V.s.A^{-1}}$).

• Une bobine est constituée par un enroulement, autour d'une forme géométrique (généralement un cylindre ou un tore), d'un fil métallique sous forme de spires circulaires parallèles.

Compléments :

— **O.d.g. :** Bobine à air $L \simeq 10^{-8} - 10^{-2}$ H, à noyau magnétique $L \leqslant 1$ H.

— En régime stationnaire, le courant ne varie pas : la tension aux bornes de la bobine est alors nulle. **En régime stationnaire, une bobine se comporte comme un fil :**  statio. $\Rightarrow$ 

— l'inductance d'une bobine cylindrique constituées de N spires, de section S, sur une longueur ℓ et dont le cœur est constitué d'un matériau de perméabilité relative μ_r vaut $\boxed{L = \mu_0 \mu_r N^2 S/\ell.}$ Selon le matériau, $1 \leqslant \mu_r \leqslant 5.10^3$.

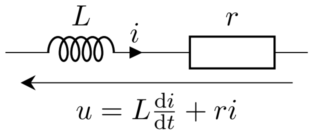
2.b Énergie emmagasinée dans une bobine

• La puissance reçue par la bobine s'écrit $\mathcal{P}_{\text{reçue}} = ui = L\dfrac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} \times i = \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Li^2\right)$ dont le signe peut être positif ou négatif selon que $i \nearrow$ ou $\searrow$. Une bobine peut donc recevoir de l'énergie ou la fournir. Entre temps, elle est capable d'emmagasiner (de stocker) de l'énergie sous forme **magnétique**.

Propriété – Énergie emmagasinée dans une bobine

• La grandeur $\boxed{\mathcal{E}_{\text{mag.}}^{\text{stock}} = \dfrac{1}{2}Li^2}$ est l'énergie magnétostatique emmagasinée (stockée) dans la bobine. Elle résulte de l'établissement d'un champ magnétique B dans la bobine.
• L'énergie étant une grandeur continue, on en déduit que **le courant** $i(t)$ **qui parcourt une bobine est une fonction continue**. Il n'en va pas de même de la tension u à ses bornes, qui peut être discontinue.

Remarque : une bobine étant constituée d'un fil conducteur, elle présente malgré tout une (faible) résistance interne r, de l'ordre de l'ohm. Comme pour le générateur réel, on modélise une bobine réelle par la mise en série d'une bobine idéale et d'une résistance.



I.3 Associations de condensateurs et de bobines (bonus)

Propriété – Association de condensateurs

L'association en **série** de N condensateurs de capacités $\{C_k\}_{k\in[\![1,N]\!]}$ est équivalente à une unique condensateur de capacité $C_{\text{eq}}^{\text{série}}$ vérifiant $\boxed{\dfrac{1}{C_{\text{eq}}^{\text{série}}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{N} \dfrac{1}{C_k}.}$ L'association en **parallèle** de N condensateurs de capacités $\{C_k\}_{k\in[\![1,N]\!]}$ est équivalente à une unique condensateur de capacité $\boxed{C_{\text{eq}}^{\text{para}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{N} C_k.}$

Remarque : en parallèle, les charges portées par les armatures de chaque condensateurs s'ajoutent. Comme la tension à leurs bornes est la même, on en déduit que les capacités s'ajoutent.

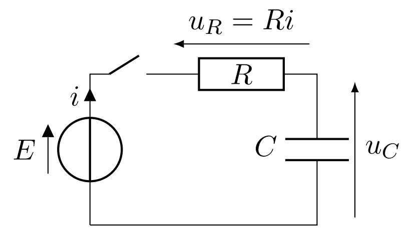
Propriété – Association de bobines

L'association en **série** de N bobines d'inductances $\{L_k\}_{k\in[\![1,N]\!]}$ est équivalente à une unique bobine d'inductance $\boxed{L_{\text{eq}}^{\text{série}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{N} L_k.}$ L'association en **parallèle** de N bobines d'inductances $\{L_k\}_{k\in[\![1,N]\!]}$ est équivalente à une unique bobine d'inductance $L_{\text{eq}}^{\text{para}}$ vérifiant $\boxed{\dfrac{1}{L_{\text{eq}}^{\text{para}}} = \displaystyle\sum_{k=1}^{N} \dfrac{1}{L_k}.}$

II Exemples de circuits linéaires du premier ordre

II.1 Réponse à un échelon de tension d'un circuit RC série – charge du condensateur

1.a Énoncé du problème



On considère un circuit RC série relié à un générateur idéal de tension de f.é.m. E constante. Le circuit peut-être fermé à l'aide d'un interrupteur. Initialement, l'interrupteur est ouvert et le condensateur est déchargé. On en déduit les conditions mathématiques $i(t < 0) = 0$ et $q(t < 0) = 0$ donc $u_C(t < 0) = 0$. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur : un courant $i(t)$ peut s'établir.

Remarque : tout se passe comme si la tension du générateur passait de $e(t < 0) = 0$ à $e(t \geqslant 0) = E$: on parle d'**échelon de tension**.

1.b Observations expérimentales

Expérience ou animation – *Charge d'un condensateur*

Expérience en cours et animation.
http://www.sciences.univ-nantes.fr/sites/genevieve_tulloue/Elec/Transitoire/chargeRC_TS.php

- À partir de la fermeture de l'interrupteur, les tensions et le courant évoluent dans le temps.
- Au bout d'une certaine durée, les tensions et le courant n'évoluent plus.
- Cette durée est d'autant plus grande que R et C sont grandes.

Définition – Régime transitoire – régime permanent

• Lors d'une variation brusque dans le circuit (ex : fermeture ou ouverture d'un interrupteur), les tensions et intensités vont évoluer pendant un certain temps, propre à chaque circuit : on parle de **régime transitoire** (RT).
• Lorsque les tensions et intensités n'évoluent plus dans le temps et/ou sont de la même forme que la tension ou l'intensité imposé par la source, on parle alors de **régime permanent** (RP).

Remarque : un régime transitoire existe toujours entre deux régimes permanents différents.

1.c Tension aux bornes du condensateur

Dans l'unique maille du problème, la LdM donne $E = u_C + u_R \Leftrightarrow \boxed{E = RC\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C}$ pour $t \geqslant 0$.

Définition – Équation différentielle canonique du premier ordre

La forme canonique s'écrit $\boxed{(\text{Eq}) : \dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = \dfrac{E}{\tau}}$ où on a introduit $\boxed{\tau = RC}$ la **constante de temps** du circuit. Par analyse dimensionnelle, $[\tau] = \mathbf{T}$.

Odg : Pour $R = 1\ \mathrm{k\Omega}$ et $C = 10\ \mathrm{nF}$, on calcule $\tau = 10^{-5}\ \mathrm{s} = 10\ \mathrm{ms}$.
Remarques :

— Il s'agit d'une équation différentielle linéaire du premier ordre avec second membre. Elle relie la tension u_C à ses propres variations (sa dérivée).

— La solution de cette équation est une **fonction** $u_C(t)$ qui s'exprimera à partir des données du problème et de fonctions usuelles.

— En physique, la dérivée temporelle est notée avec un point sur la fonction, au lieu d'un prime : $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} \overset{\text{déf}}{=} \dot{u}_C.}$

Méthode – Résolution de l'équation différentielle du premier ordre

• **Solution particulière (SP)** : $u_{C,p} = E$ est une solution de (E). En effet, $\dfrac{\mathrm{d}u_{C,p}}{\mathrm{d}t} = 0$.

• **Solution générale de l'équation homogène (SGH) :** l'équation homogène correspond à l'équation (E) sans second membre. (EH) : $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + \dfrac{u_C}{\tau} = 0$

La solution générale de cette équation est $\boxed{u_{C,h}(t) = Ae^{-t/\tau}}$ avec $A \in \mathbb{R}$ une constante à déterminer à la fin avec les conditions initiales.

On calcule $\dfrac{\mathrm{d}u_{C,h}}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{A}{\tau}e^{-t/\tau} = -\dfrac{u_{C,h}}{\tau}$: $u_{C,h}$ est bien une solution de (EH).

• **Solution complète (SC) :** La solution complète est la somme de la solution particulière et de la solution homogène : $\boxed{u_C(t) = u_{C,p} + u_{C,h}} = Ae^{-t/\tau} + E$.

• Application des **conditions initiales (CI).** La tension aux bornes d'un condensateur est une **grandeur continue** donc $u_C(t = 0^+) = u_C(t = 0^-) = 0$ (pour la charge).

On évalue la (SC) à $t = 0$ pour obtenir $A + E \overset{\text{C.I.}}{=} 0$ donc $A = -E$.

• Finalement, $\boxed{u_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right).}$

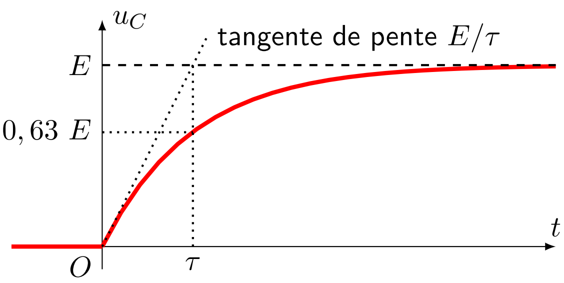
Remarque : la charge $q(t) = Cu_C(t)$ augmente : le condensateur se **charge**.

1.d Tracé et étude de la solution

• L'énoncé donne $\boxed{u_C(t < 0) = 0.}$ Lorsque $t \to +\infty$, $u_C(t) \to E$: on en déduit l'asymptote $\boxed{u_{C,\infty} = E.}$

• À l'instant $t = \tau$, on évalue $u_C(\tau) = E\left(1 - e^{-1}\right) = 0,63E$.

• Par ailleurs, on peut déterminer l'équation de la tangente en $t = 0^+$. On calcule $\boxed{\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{E}{\tau}e^{-t/\tau}.}$ On en déduit le coefficient directeur $\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t}(0) = \dfrac{E}{\tau}$. Comme $u_C(0^+) = 0$, la tangente à pour équation $T_0(t) = \dfrac{E}{\tau}t$. Cette tangente coupe l'asymptote en $t = \tau$: $T_0(\tau) = E$.



Définition – Régime transitoire – régime permanent

• Pour t au-delà de 3τ à 5τ, la tension aux bornes du condensateur est quasiment égale à la tension d'alimentation $u_C \simeq E$: le **régime permanent (RP)** est atteint. Plus précisément, $u_C(3\tau) = 0,95E$ et $u_C(5\tau) = 0,99E$.

Le régime permanent correspond à la solution particulière de l'équation différentielle : $\boxed{\text{RP} \Leftrightarrow \text{SP.}}$

• Pour $0 \leqslant t < 3$ à 5τ, la tension aux bornes du condensateur croit de sa valeur initiale nulle vers sa valeur du régime permanent : c'est le **régime transitoire (RT)**.

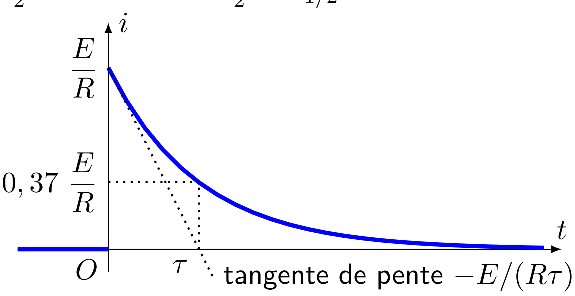
Le régime transitoire correspond à la solution générale de l'équation différentielle homogène : $\boxed{\text{RT} \Leftrightarrow \text{SGH.}}$

Remarque : comme le régime transitoire s'arrête nécessairement, la SGH doit tendre vers zéro.

• Temps $t_{1/2}$ auquel le condensateur est à moitié chargé : $u_C(t_{1/2}) = \frac{1}{2}E \Leftrightarrow e^{-t_{1/2}/\tau} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow t_{1/2} = \tau \ln 2$.

1.e Courant dans le circuit

• On trouve le courant $i(t)$ dans le circuit (ou la tension $u_R = Ri$ à une constante près) en utilisant la caractéristique du condensateur : $\boxed{i(t)} = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = \dfrac{EC}{\tau}e^{-t/\tau}\boxed{= \dfrac{E}{R}e^{-t/\tau}}$ pour $t > 0$ et $i(t < 0) = 0$: l'intensité est **discontinue**.



• L'énoncé donne $i(t < 0) = 0$. On remarque que $i(t) \to 0$ en $+\infty$: on a une asymptote horizontale $i_\infty = 0$. C'est logique car le courant ne peut plus passer lorsque le condensateur est chargé.

• On calcule $i(t = \tau) = \dfrac{E}{R}e^{-1} \simeq 0,37\dfrac{E}{R}$.

• La tangente en $t = 0^+$ a pour équation $T_0(t) = \dfrac{E}{R}\left(1 - \dfrac{t}{\tau}\right)$. Elle coupe l'asymptote $i_\infty = 0$ en $t = \tau$.

Remarque : Dans le cas limite d'une résistance nulle $R = 0$, on obtient $u_C = E$ directement et donc $i = C\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} = 0$. La charge est **instantanée**.

1.f Bilan de puissance – étude énergétique

Méthode – Bilan de puissance

Afin d'obtenir la relation entre les différentes puissances fournies et reçues, on multiplie la loi des mailles (tensions en volts) par le courant i (en ampères) : $\boxed{\text{Bilan de puissance} \Leftrightarrow \circlearrowleft \times i}$

Pour obtenir des puissances, on multiplie LdM $\times i$: $Ei = Ri^2 + u_C \times i \Leftrightarrow \boxed{Ei = Ri^2 + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Cu_C^2\right)}$.

On peut écrire cette égalité $\boxed{P_{\text{géné}}^{\text{fournie}} = \mathcal{P}_R^{\text{reçue}} + \mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{reçue}}}$ où $\mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{reçue}} = \dfrac{\mathrm{d}\mathcal{E}_{\text{élec}}^{\text{stock}}}{\mathrm{d}t}$.
Pour obtenir les énergie, on intègre ces équations de $t = 0$ à $+\infty$:

— $\mathcal{E}_{\text{fournie}} = \displaystyle\int_0^{+\infty} E \times \frac{E}{R}e^{-t/\tau}\mathrm{d}t = \frac{E^2}{R}\left[-\tau e^{-t/\tau}\right]_0^{\infty} = \frac{\tau E^2}{R} = CE^2$

— $\mathcal{E}_{\text{élec}}^{\text{stockée}} = \displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{1}{2}Cu_C^2(t)\right)\mathrm{d}t = \frac{1}{2}C\left[u_C^2(+\infty) - u_C^2(0)\right] = \frac{1}{2}CE^2$

— $\mathcal{E}_{\text{dissipée}} = \displaystyle\int_0^{+\infty} R \times \frac{E^2}{R^2}e^{-2t/\tau}\mathrm{d}t = \frac{\tau E^2}{2R} = \frac{1}{2}CE^2$.

On vérifie que $\boxed{\mathcal{E}_{\text{fournie}} = \mathcal{E}_{\text{dissipée}} + \mathcal{E}_{\text{élec}}^{\text{stock}}}$ qui traduit la conservation de l'énergie. Un résultat moins évident est l'équipartition de l'énergie $\mathcal{E}_{\text{élec}}^{\text{stockée}} = \mathcal{E}_{\text{dissipée}}$. On note que le résultat ne dépend pas de la résistance R.

1.g Portrait de phase

Définition – Portrait de phase

Le **portrait de phase** d'une grandeur physique $s(t)$ est la représentation de la dérivée $\dfrac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t}$ en fonction de s. On le représente dans l'**espace des phases** à deux dimensions $(s, \dot{s})$.

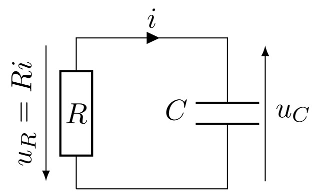
On peut tracer les portraits de phase des deux précédentes grandeurs.

— Dans le plan $(y = \dot{u_C}, x = u_C)$, la trajectoire de la charge est une droite : $E = \tau\dot{u_C} + u_C \Leftrightarrow y = (E - x)/\tau$.

— Dans le plan $(y = \frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}, x = i)$, on dérive la loi des mailles pour obtenir $0 = R\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + i/C \Leftarrow y = -(E/R)x$: droite.

II.2 Régime libre d'un circuit RC – décharge du condensateur

2.a Énoncé du problème



On considère un condensateur C relié uniquement à une résistance R. Le circuit peut-être fermé à l'aide d'un interrupteur.
Initialement, l'interrupteur est ouvert $(i(t < 0) = 0)$ et le condensateur est chargé de sorte que $q(t < 0) = Q_0$ donc $u_C(t < 0) = U_0 = Q_0/C$. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur : un courant $i(t)$ peut s'établir.

Remarque : ces conditions reviennent à considérer un générateur dont la f.é.m. passe de $e(t < 0) = U_0$ à $e(t > 0) = 0$: on parle de **régime libre**.

2.b Observations expérimentales

Ici également, on observe un régime transitoire, de même durée que pour la charge. Le régime permanent atteint correspond à une tension (donc une charge) nulle : le condensateur se décharge totalement.

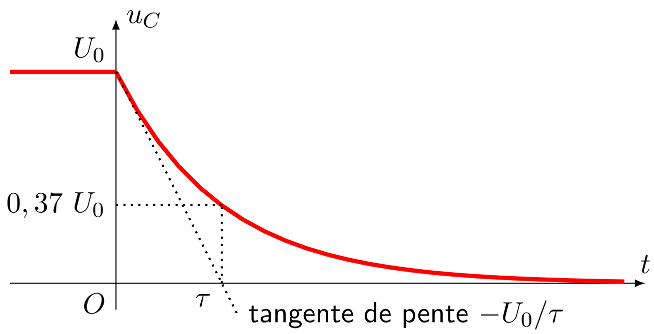
2.c Tension aux bornes du condensateur

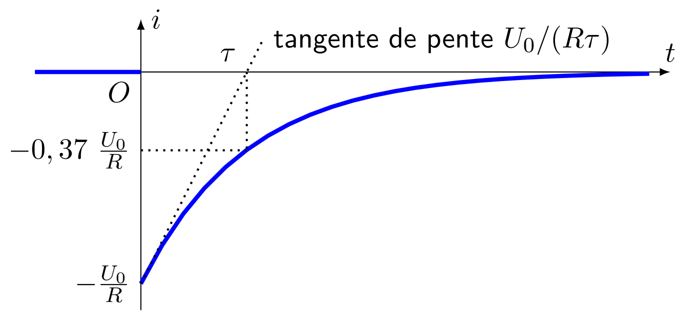
Dans l'unique maille du problème, la loi des mailles donne $0 = u_C + u_R \Leftrightarrow \boxed{0 = \tau\dfrac{\mathrm{d}u_C}{\mathrm{d}t} + u_C}$ pour $t \geqslant 0$.

(SP) : $u_{C,p} = 0$ **(SC)=(SGH) :** $u_C(t) = Ae^{-t/\tau}$. **(CI) :** $u_C(t = 0^+) = u_C(t = 0^-) = U_0$ donc $A = U_0$. La solution est $\boxed{u_C(t) = U_0e^{-t/\tau}}$ pour $t > 0$.

2.d Courant dans le circuit

En dérivant, on obtient le courant $\boxed{i(t) = -\dfrac{U_0}{R}e^{-t/\tau}}$ qui est discontinu et négatif. La source de tension du circuit étant la capacité, elle délivre un courant positif si on la met en convention générateur. Les charges partent de l'armature initialement chargée positivement vers celle chargée négativement.





2.e Bilan de puissance – étude énergétique

On multiplie LdM $\times i$: $\boxed{0 = Ri^2 + \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\dfrac{1}{2}Cu_C^2\right)} \Leftrightarrow \boxed{0 = \mathcal{P}_R^{\text{reçue}} + \mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{reçue}}.}$ Comme $\mathcal{P}_J > 0$, on en déduit que $\mathcal{P}_{\text{élec}}^{\text{reçue}} < 0$ donc l'énergie stockée dans le condensateur va diminuer.

On intègre ces équations :

- $\mathcal{E}_{\text{dissipée}} = \int_0^{+\infty} R \times \dfrac{U_0^2}{R^2}e^{-2t/\tau}\mathrm{d}t = \frac{1}{2}CU_0^2$
- $\mathcal{E}_{\text{élec}}^{\text{fournie}} = \frac{1}{2}C\left[u_C(0) - u_C(+\infty)\right] = \frac{1}{2}CU_0^2$

II.3 Conditions initiales (CI) et régime permanent stationnaire (RP)

• Déterminer les conditions initiales est un préalable à la résolution d'équations différentielles. Lors de variations brusques, seules certaines grandeurs sont continues et simple à traiter mais il faut néanmoins être capable de déterminer les nouvelles valeurs que prennent les grandeurs discontinues.

Méthode – Conditions initiales CI

• Déterminer les valeurs des intensités et tensions **avant** la fermeture de l'interrupteur (pour $t < 0$) à l'aide des données et des lois de KIRCHHOFF (mailles et nœuds).
• Utiliser la continuité des grandeurs continues (la tension aux bornes d'un condensateur et le courant qui parcourt une bobine) à l'instant $t = 0^+$ qui succède juste la fermeture de l'interrupteur.
• Déterminer les valeurs des grandeurs discontinues pour l'instant $t = 0^+$ à l'aide des valeur précédentes et des lois de KIRCHHOFF.

• Sans avoir à résoudre complètement l'équation différentielle, il est possible de déterminer complètement l'état final du circuit (valeurs des courants et tensions au-delà du régime transitoire) à l'aide du comportement particulier des condensateurs et bobines.

Méthode – Régime permanent stationnaire RP – état final

• Reproduire le schéma du circuit électrique en remplaçant les condensateurs par des interrupteurs ouverts et les bobines par des fils.
• En déduire les branches dans lesquelles le courant est nul à cause des interrupteurs et les tensions qui sont nulles aux bornes de fils.
• Déterminer les valeurs des autres grandeurs électriques à l'aide des lois de KIRCHHOFF.

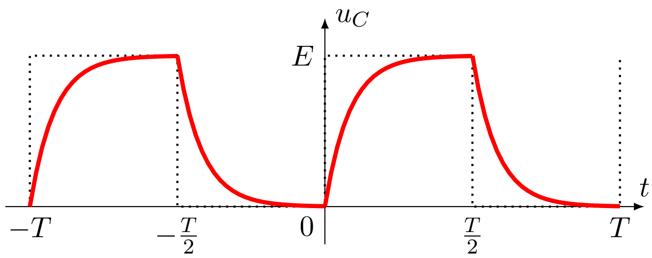
Exemple ou exercice d'application – *Courants et tension lors de changements de régime*

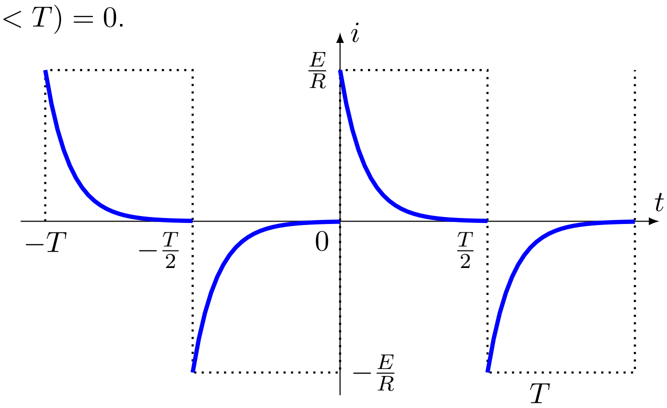
Voir l'exercice 3 du TD E2.

II.4 Réponse à un signal créneau

On peut simuler simplement des charges et décharges complètes successives à l'aide d'une **alimentation créneau** de période T telle que $e(0 \leqslant t < T/2) = E$ et $e(T/2 \leqslant t < T) = 0$.

• Pour que les charges/décharges soient **complètes** (régime permanent atteint), il faut que la période soit suffisamment longue : $\boxed{T/2 > 5\tau}$ convient.





• Si $T/2 < 5\tau$, les charges et décharges successives sont **incomplètes**. Il faut alors faire attention à bien écrire la continuité de la tension à chaque basculement pour obtenir les conditions initiales.