

# TD Op1 : Bases de l'optique géométrique

## Questions de cours à savoir refaire

### Ondes et sources lumineuses

Exprimer la fréquence, pulsation et longueur d'onde d'une onde lumineuse. Connaître les gammes de longueurs d'ondes des ondes lumineuses (UV, visible, IR) et les noms des autres catégories d'ondes électromagnétiques. Notions sur les différents types de sources de lumière.

#### 1 Émission de lumière par rayonnement thermique

Un corps porté à la température  $T$  émet un rayonnement thermique dont le spectre continu présente son maximum d'intensité lumineuse à la longueur d'onde  $\lambda_m$  qui vérifie  $\lambda_m T = A$  (constante). De plus, l'intervalle de longueurs d'ondes dans lequel se situe l'essentiel de l'émission correspond à  $\left[\frac{\lambda_m}{2}, 8\lambda_m\right]$ .

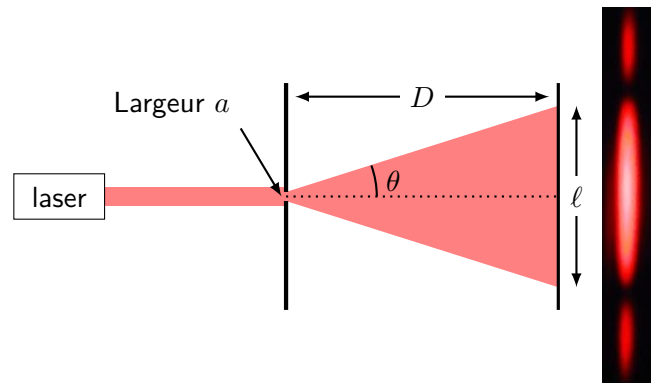
- Déterminer la valeur de  $A$  sachant que, pour le Soleil,  $\lambda_m = 500$  nm pour  $T = 5800$  K.
- En déduire dans quel intervalle spectral se trouve le maximum d'émission d'une lampe à filament de température  $T = 2500$  K. Recouvre-t-il le visible ?
- À quelle température minimale faut-il porter un filament pour qu'il y ait une intersection entre son intervalle spectral d'émission et le domaine visible ? À l'inverse, à partir de quelle température l'émission passe-t-elle complètement dans l'ultra-violet ?

### Rayons lumineux et approximation de l'optique géométrique

Définition d'un milieu LTHI, comportement des rayons lumineux dans un MLTHI. Indice d'un MLTHI, lien avec la célérité de l'onde et la longueur d'onde. (HP) Formule de CAUCHY pour la dispersion. Principe de la diffraction et formule  $\sin \theta = \frac{\lambda}{a}$ .

#### 2 Diffraction et diamètre d'un cheveu

Avec un laser rouge ( $\lambda = 633$  nm), on éclaire une fente de largeur  $a$ . La taille du faisceau est suffisante pour éclairer la largeur de la fente. On observe l'éclairement sur un écran situé à une distance  $D$  de la fente. On note  $\ell$  la largeur de la tache de diffraction obtenue.



- Déterminer la relation géométrique entre  $\theta$ ,  $D$  et  $\ell$ . Appliquer la loi de la diffraction et déterminer l'expression de  $a$  en fonction de  $\ell$ ,  $D$  et  $\lambda$  en considérant  $\sin \theta \simeq \tan \theta$ .

La figure de diffraction d'un cheveu d'épaisseur  $a$  est identique à celle produite par une fente de même largeur.

- Calculer l'épaisseur d'un cheveu produisant une tache de largeur  $\ell = 2$  cm à une distance  $D = 2$  m

### Loi de Snell-Descartes

Énoncer et utiliser les trois lois de SNELL-DESCARTES. Définir et utiliser le principe de réfraction maximale et de réflexion totale limite.

#### 3 Déviation et indice d'un milieu

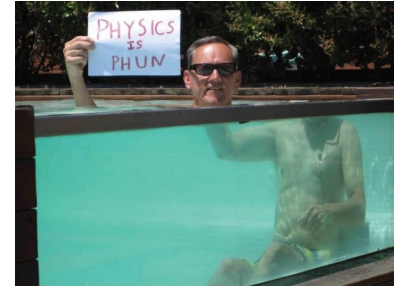
Un rayon lumineux dans l'air tombe sur la surface d'un liquide en formant un angle  $\alpha = 56^\circ$  avec le plan horizontal. La déviation entre le rayon incident et le rayon réfracté vaut  $\theta = 13,5^\circ$ .

- Faire un schéma en précisant les données dessus. En déduire les angles d'incidence  $i_1$  et de réfraction  $i_2$ .
- Utiliser les lois de DESCARTES pour déterminer l'indice  $n$  du liquide.

## 4 Aquarium

La paroi d'un aquarium est constituée d'une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur  $e = 5$  mm. On donne les indices optiques de l'air  $n_1 = 1,00$ ; du verre  $n_2 = 1,50$  et de l'eau  $n_3 = 1,33$ . Le dioptre air/verre est éclairé avec une incidence  $i_1 = 46^\circ$ .

1. Faire un schéma puis déterminer les angles de réfraction  $i_2$  dans le verre et  $i_3$  dans l'eau. Que vaut  $i_3$  si l'aquarium ne contient pas d'eau ?
2. Interpréter l'image ci-contre.



## Exercices

### 5 Redistribution sélective de la lumière (\*)

Lors de l'impact de la lumière sur un objet quelconque, on observe trois phénomènes : la lumière est réfléchi (renvoyée directement dans le milieu d'où elle provient), transmise (elle traverse l'objet) ou absorbée. La partie absorbée de l'énergie lumineuse est en général convertie sous une forme d'énergie non visible : thermique, électrique, chimique, etc... Chez les végétaux par exemple, elle actionne le processus de photosynthèse.

Les fractions de l'énergie lumineuse réfléchi, transmise et absorbée dépendent, pour un objet donné, de la longueur d'onde et sont notées respectivement  $R(\lambda)$ ,  $T(\lambda)$  et  $A(\lambda)$

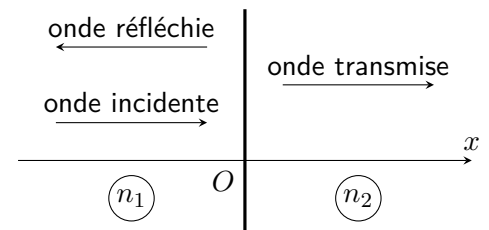
1. Quel principe physique très général permet de justifier la relation  $R(\lambda) + T(\lambda) + A(\lambda) = 1$ .

Les surfaces polies réfléchissent la lumière à la manière d'un miroir (réflexion spéculaire) et les surfaces rugueuses réfléchissent la lumière dans toutes les directions à la fois (réflexion diffuse). On considère qu'une surface a un bon poli optique si les aspérités superficielles sont inférieures à un dixième de la plus courte longueur d'onde du visible.

2. Quelle est alors la dimension maximale de ces aspérités ? Comparer à la dimension caractéristique d'un atome.
3. Quel est l'aspect visuel d'un objet parfaitement absorbant pour toutes les longueurs d'ondes ?
4. Une plante verte utilise-t-elle l'intégralité des radiations vertes dans son développement ?
5. Décrire l'apparence d'un tissu bleu éclairé par la lumière d'un néon rouge ne contenant pas de radiations bleues.

### 6 Énergie transmise et réfléchi (\*\*)

Lorsqu'un rayon lumineux se propageant dans un milieu transparent d'indice  $n_1$  arrive à l'interface avec un autre milieu transparent d'indice  $n_2$ , ce rayon onde incident donne naissance à un rayon réfléchi qui revient dans le milieu d'indice  $n_1$  et un rayon transmis qui se propage dans le milieu d'indice  $n_2$ . On considère uniquement le cas de l'incidence normale : tous les rayons sont parallèles à la normale.



L'onde incidente est monochromatique de fréquence  $f$ , ce qui sera également le cas des ondes transmises et réfléchies (les milieux sont linéaires).

1. Donner les expressions des longueurs d'onde  $\lambda_1$  de l'onde incidente et  $\lambda_2$  de l'onde réfléchi.

On définit le coefficient de réflexion  $R$  comme la fraction de la puissance transportée par l'onde incidente qui part dans l'onde réfléchi. De même, le facteur de transmission  $T$  est la fraction de la puissance de l'onde incidente emportée dans l'onde transmise. La théorie électromagnétique permet d'établir les expressions :

$$R = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad T = \frac{4n_1 n_2}{(n_1 + n_2)^2}.$$

2. Que vaut  $R + T$  ? Est-ce logique physiquement ? Calculer  $R$  et  $T$  dans le cas d'une lumière se propageant dans l'air d'indice  $n_{\text{air}} = 1$  qui se réfléchit sur un verre d'indice  $n_2 = 1,52$ .

Le verre des lunettes d'un randonneur, qui marche avec le Soleil dans son dos, possède l'indice  $n_2$ . L'éclairement  $\mathcal{E}_s$  venant du soleil est 10 fois supérieur à l'éclairement  $\mathcal{E}_p$  venant du paysage :  $\mathcal{E}_s = 10\mathcal{E}_p$ .

3. Déterminer les expressions des éclaircements  $\mathcal{E}_a$  et  $\mathcal{E}_b$  provenant (a) du reflet du Soleil sur la face intérieure de la lunette et (b) de la lumière transmise provenant du paysage, en fonction de  $\mathcal{E}_p$ ,  $R$  et  $T$ .
4. Calculer leur rapport puis conclure sur ce que voit principalement le randonneur.

## 7 Raies spectrales atomiques et effet Doppler (\*\*)

Les raies spectrales ne sont pas infiniment fines mais présentent une certaine largeur  $\Delta\lambda$ , principalement due à l'effet DOPPLER résultant du mouvement des atomes. La fréquence d'émission est modifiée et vaut  $f' = f \left(1 + \frac{v}{c}\right)$ .

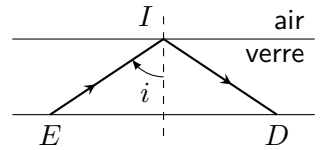
1. Montrer que  $\frac{\Delta f}{f} = \frac{v}{c}$  puis évaluer l'élargissement DOPPLER  $\Delta\lambda$  pour une lampe spectrale à vapeur de sodium ( $\lambda = 589 \text{ nm}$ ) en considérant des vitesses de l'ordre de  $v = 10^3 \text{ m.s}^{-1}$ . Comme  $\lambda = \frac{c}{f}$ , on a  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\Delta f}{f}$ .

La largeur des raies laser est due à un phénomène de résonance dans la cavité optique. Seules certaines longueurs d'ondes, appelées modes propres et vérifiant l'égalité  $\lambda_n = \frac{2L}{n}$ , peuvent exister dans la cavité.

2. Déterminer l'entier  $n$  correspondant à  $\lambda = 633 \text{ nm}$  pour un laser He – Ne de longueur  $L = 20 \text{ cm}$ .
3. En déduire l'intervalle  $\Delta\lambda$  le séparant du mode suivant. Commenter.

## 8 Détecteur de pluie (\*)

On modélise un pare-brise par une lame de verre à faces parallèles, d'épaisseur  $e = 5 \text{ mm}$  et d'indice  $n_v = 1,5$ . Un fin pinceau lumineux issu de l'émetteur situé en  $E$  arrive de l'intérieur du verre sur le dioptre verre/air en  $I$  avec un angle d'incidence  $i = 60^\circ$ .

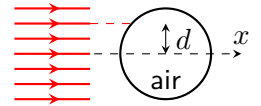


1. Montrer que le flux lumineux est entièrement réfléchi vers le détecteur situé en  $D$  et déterminer la distance  $ED$ .
2. Lorsqu'il pleut, une fine lame d'eau d'indice  $n_e = 1,33$  et d'épaisseur  $e' = 1 \text{ mm}$  vient se déposer sur le pare-brise. Représenter les rayons lumineux dans ce cas. À quelle distance du détecteur arrive-t-il ?

## 9 Autour du dioptre sphérique (\*\*)

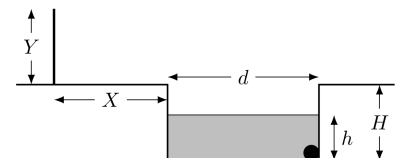
Un faisceau de lumière parallèle se propage dans l'eau d'indice  $n = 1,33$  et arrive sur une bulle d'air de rayon  $R$ .

1. Que peut-on dire de la marche du rayon dirigé vers le centre ? Et d'un rayon rasant le pourtour de la bulle ?
2. On considère un rayon qui arrive à une distance  $d$  de l'axe de symétrie. Exprimer  $\sin i$  en fonction de  $d$  et  $R$ . Tous les rayons se réfractent-ils à l'interface eau-air ? À quelle distance  $d$  de l'axe ( $Ox$ ) le comportement change-t-il ?
3. Reprendre les questions en considérant une goutte d'eau dans l'air.



## 10 Caillou au fond d'une piscine (\*\*\*)

Un observateur mesurant  $Y = 1,8 \text{ m}$  est situé à  $X = 4 \text{ m}$  du bord d'une piscine de profondeur  $H = 2,5 \text{ m}$  et de largeur  $d = 4 \text{ m}$ . Un caillou est placé au fond de la piscine. L'indice de l'eau est  $n = 1,33$ .



1. Déterminer la hauteur d'eau minimale  $h$  pour que l'observateur puisse voir le caillou.

On rappelle que le cerveau interprète la position des objets comme si la lumière qui en provient c'était dirigée en ligne droite depuis l'objet, même si le vrai rayon subit effectivement une réfraction ou une réflexion.

## 11 Spot dans un bassin (\*\*\*)

Un bassin rectangulaire de hauteur  $h = 10 \text{ cm}$  est rempli par un liquide d'indice  $n$  inconnu. Un spot lumineux, assimilé à une source ponctuelle, est placée au fond du bassin en son centre  $O$ . Hors du liquide, dans l'air d'indice  $n_a$ , on observe alors un disque lumineux à la surface de l'eau de rayon  $R = 9,0 \text{ cm}$ .

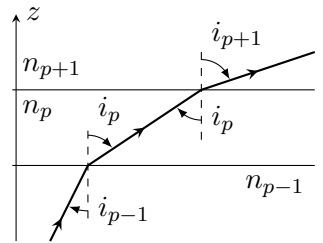


1. Faire un schéma de la situation avec un rayon issu d'un point  $O$ , incliné d'un angle  $i$ , arrivant sur le dioptre à une distance  $R$  de la normale à  $O$  sur le dioptre situé à une distance  $h$ .
2. Déterminer l'expression de l'angle limite de réflexion totale  $i_{\text{lim}}$ .
3. Relier cet angle limite au rayon  $R$  et à  $h$ . En déduire l'indice du liquide.

## 12 Milieux stratifiés et mirage (\*\*)

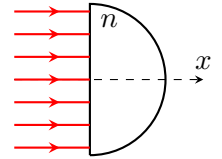
On considère un milieu transparent et isotrope formé de couches homogènes séparées par des dioptrés plans parallèles, chaque couche possédant un indice  $n_p$ . Un rayon lumineux se propage dans ce milieu et on note  $i_p$  son angle d'incidence sur le dioptré de la  $n$ -ème couche.

1. En écrivant une relation reliant  $n_p$ ,  $n_{p+1}$ ,  $i_p$  et  $i_{p+1}$ , donner l'expression d'une grandeur invariante dans toutes les couches.
2. On suppose que les indices  $n_p$  décroissent avec  $p$  et tendent vers 1. Dans quel sens vont évoluer les angles  $i_p$ ? Quel phénomène va se produire lorsque  $p$  sera suffisamment grand?
3. Sachant que l'indice de l'air vérifie la loi de GLADSTONE  $(n - 1)T = 0,082 \text{ K}$ , appliquer le modèle précédent pour expliquer le phénomène des mirages.



## 13 Demi-boule de verre (\*\*\*)

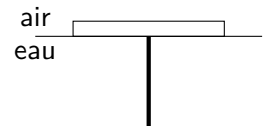
La face plane d'une demi-boule de verre de centre  $C$ , de rayon  $R$  et d'indice  $n = 1,5$  est éclairée par un faisceau de lumière parallèle à l'axe de révolution de la demi-boule ( $Cx$ ), cet axe définissant l'axe optique. On désire connaître la portion de l'axe, située après la demi-boule, qui reçoit de la lumière réfractée.



1. Les rayons sont-ils déviés par la face plane? Quelle est la marche du rayon incident confondu avec l'axe? Dans la suite, on ne tient plus compte de ce rayon.
2. Parmi les rayons du faisceau réfracté dans le verre, tous subissent-ils une réfraction sur le dioptré sphérique verre - air? Calculer la valeur limite  $d_{\text{lim}}$  de la distance à l'axe de symétrie en dessous de laquelle les rayons sont réfractés. Que deviennent les rayons qui ne se réfractent pas?
3. On considère le dernier rayon réfracté, qui arrive donc à la distance  $d_{\text{lim}}$ . Déterminer son point d'intersection  $P$  avec l'axe optique après la demi-boule. En déduire la distance  $CP$ .
4. Faire de même pour un rayon arrivant à une distance  $d \ll R$ . On notera  $Q$  le point d'intersection. On pourra faire les approximations des petits angles  $\sin \alpha \simeq \alpha$  et  $\cos \alpha \simeq 1$ .
5. Le système est-il stigmatique?

## 14 Résolution de problème : tige métallique invisible? (\*)

Un disque de liège flotte sur l'eau. Il soutient une tige métallique placée perpendiculairement sous son centre.



1. Déterminer à quelle condition la tige n'est pas visible par un observateur au dessus de l'eau.

## 15 Résolution de problème : thermomètre à mercure cylindrique (\*\*\*)

Un tube cylindrique en verre de rayon intérieur  $r_1$  et extérieur  $r_2$ , d'indice  $n$ , contient du mercure dans tout son volume intérieur. À partir de quelle valeur  $\frac{r_2}{r_1}$  le mercure semble-t-il occuper tout le tube, y compris l'enveloppe en verre, pour un observateur extérieur?